

BAR-ILAN UNIVERSITY (RA)
School of Engineering
Ramat-Gan 52900, Israel



אוניברסיטת בר-אילן (ע"ר)
הפקולטה להנדסה
רמת-גן 52900

Tel: 03-5317722
engbi@mail.biu.ac.il

מעגלי ומערכות VLSI דיגיטליים

תשע"ה סמסטר א' מועד א'

83-612

מרצה: פרופ' שמואל וימר

מתרגל: מר בנימין פרנקל

- יש לקרוא היטב את ההוראות.
- חובה לענות על כל השאלות.
- יש לנמק את כל תשובותיכם.
- אין צורך לפתח מחדש תוצאות שהוכחו בכיתה, אלא אם כן נאמר מפורשות לעשות כן.
- יש לשרטט תרשימים באופן ברור!
- יש להקפיד על כתב יד קריא!
- **חומר עזר מותר:** כל חומר עזר מודפס מותר בשימוש.
- **משך הבחינה:** שלוש שעות

בהצלחה!

שאלה מספר 1 (60 נקודות):

נתון מוליך (Interconnect) באורך L המחבר בין Driver לבין Receiver.

מעוניינים להוסיף סיכוך (Shielding) ליד המוליך.

התנגדות המוליך ליחידת אורך נתונה ע"י: $r [\Omega/\mu m]$

התנגדות המוצא של ה-Driver נתונה ע"י R_d , וקיבול המוצא שלו נתון ע"י C_d .

קיבול הכניסה של ה-Receiver נתונה ע"י C_g (התנגדות הכניסה היא אינסופית).

הקיבול הכללי של המוליך ליחידת אורך מורכב משני מרכיבים:

• קיבול ליחידת אורך בין המוליך לבין שכבות אחרות: $C_0 = C_{top} + C_{bot} [fF/\mu m]$

• קיבול ליחידת אורך בין המוליך לבין הסיכוך (Shield): $C_{lul} = \frac{C_{adj}}{S} [fF/\mu m]$

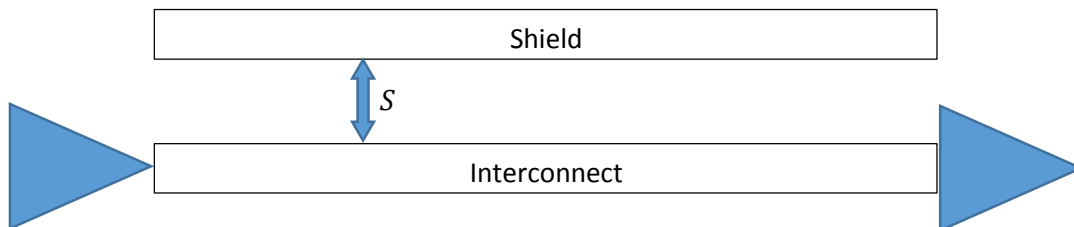
כאשר S זה המרווח בין המוליך לבין הסיכוך.

ולכן, סך הקיבול של המוליך ליחידת אורך נתון ע"י:

$$C_{Total} = C_0 + \frac{C_{adj}}{S} [fF/\mu m]$$

המפעל (Fab) מעמיד לרשותנו רק 3 גדלים אפשריים של מרווח (S) בין הקווים השונים:

$$S_{min} = x, \quad S_{mid} = 2x, \quad S_{max} = 3x$$



א. מהו המרווח שיש לבחור על-מנת לפגוע כמה שפחות בזמן מעבר הסיגנל דרך המוליך? נמק.

ב. מהו המרווח שיש לבחור על-מנת לחסוך כמה שיותר בהספק? נמק.

ג. מהו המרווח שיש לבחור על-מנת לחסוך כמה שיותר בשטח?

• בשאלה זו אנו נזניה את C_d .

ד. נמק מדוע מוצדק יהיה להזניה את C_d אך לא את C_g .

ה. מהו ההפרש בהשהיה של הסיגנל (Delay) בין המקרה עבור תשובתך בסעיף א' לבין

המקרה עבור תשובתך בסעיף ג'? הבע תשובתך במובן של $T_{pd,50\%}$ כפונקציה של:

$$C_0, C_{adj}, C_g, x, L, R_d, r$$

ו. בהינתן תדר עבודה f ומתח אספקה V_{dd} , מהו ההפרש בהספק בין שני המקרים?

- כעת, ישנו אילוף על ה-Delay:

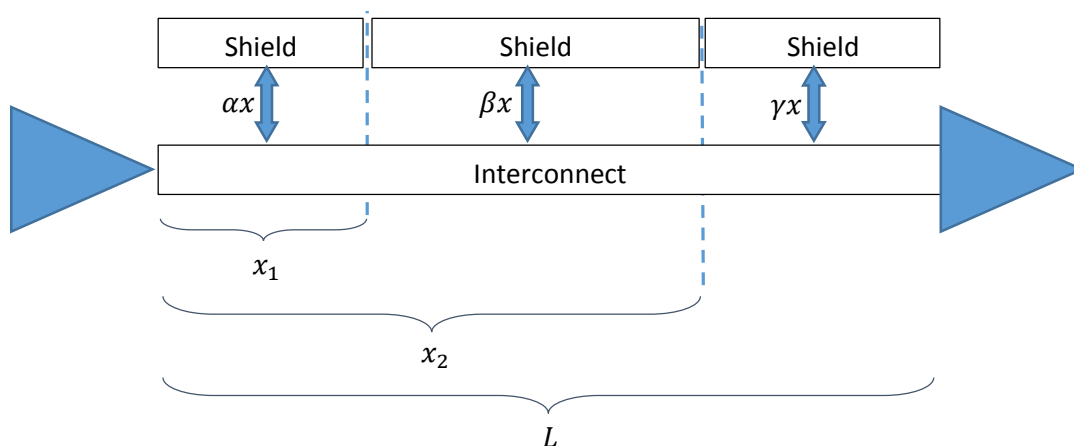
$T_{pd,50\%} = const$, כאשר $const$ הוא יותר גדול מהערך המתקבל עבור המקרה

בסעיף א', אך מאידך הוא יותר קטן מהערך המתקבל עבור המקרה בסעיף ג'.

אנו מעוניינים למזער את השטח, ע"י ניצול של האפשרויות אותן המפעל מעמיד לרשותנו.

התרשים הבא מתאר באופן איכותי את מימוש הסיכוך באופן שימזער את השטח,

ויעמוד באילוף על ה-Delay:



כאשר: $\alpha, \beta, \gamma \in \{1, 2, 3\}$

ז. קבע את ערכי α, β, γ אשר יביאו לחיסכון מרבי בשטח, תוך שמירה על אילוף הזמן. שרטט באופן איכותי ונמק בחירתך.

ח. רשום מפורשות את כל המשוואות הנדרשות ע"מ לפתור את בעיית המינימיזציה, והסבר כיצד נמצא את נקודות השבירה x_1, x_2 (אין צורך להגיע לביטוי הסופי).

- כעת, נתון Bus דו-כיווני, המכיל שני קווים רועשים, קו אחד לכל כיוון. המרחק בין

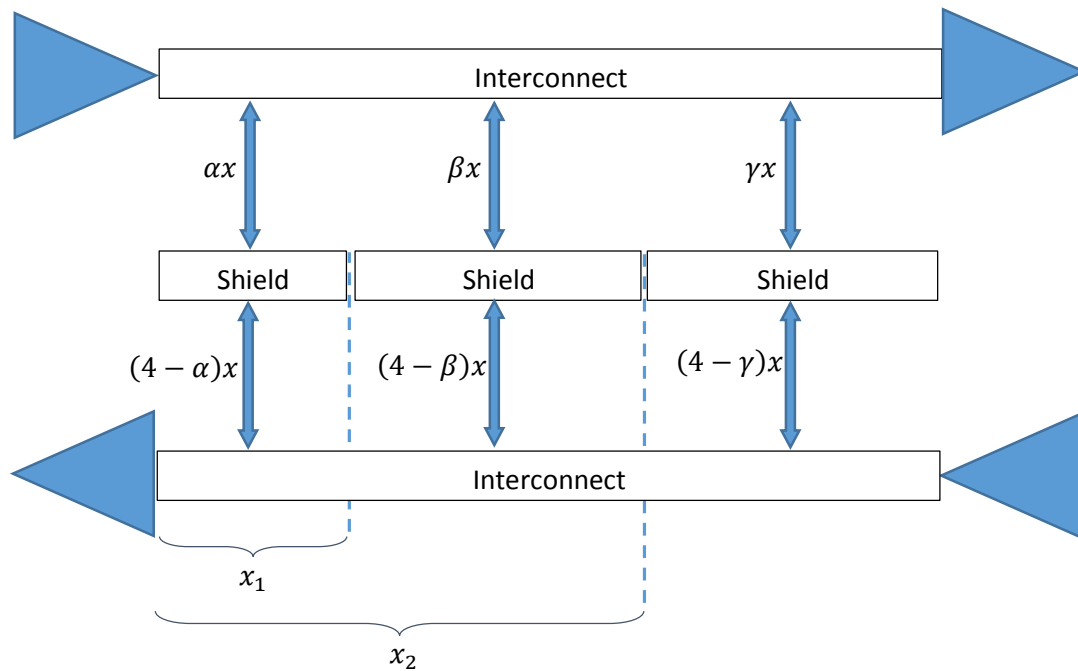
הקווים הוא $4x + w_{min}$, ורוצים לסכך בין שני הקווים באופן אופטימלי, כאשר

רוחב הקו המסכך הוא w_{min} .

בחלק זה של השאלה ניתן להתעלם מהקיבולים וההתנגדויות של ה-Buffers,

ולהתייחס רק למוליכים.

התרשים הבא מתאר באופן איכותי את מימוש הסיכוך בין שני הקווים הרועשים:



כאשר: $\alpha, \beta, \gamma \in \{1, 2, 3\}$

ט. קבע את ערכי α, β, γ אשר יביאו לסיכוך אופטימלי בין שני הקווים הרועשים מבחינת

Delay ומבחינת הספק. שרטט באופן איכותי ונמק בחירתך.

י. רשום באופן מפורש את משוואות ה-Delay, והסבר כיצד נמצא את נקודות השבירה

x_1, x_2 (אין צורך להגיע לביטוי הסופי).

יא. האם יש הבדל בין מקרה בו המסכך מחובר ל- V_{dd} לבין מקרה בו הוא מחובר ל- GND ?

נמק!

יב. האם, לדעתך, ישנה דרך אפשרית להורדת ההספק המתבזבז על הקיבול הפרזיטי בין קו

הסיגנל לבין קו הסיכוך?

שאלה מספר 2 (40 נקודות):

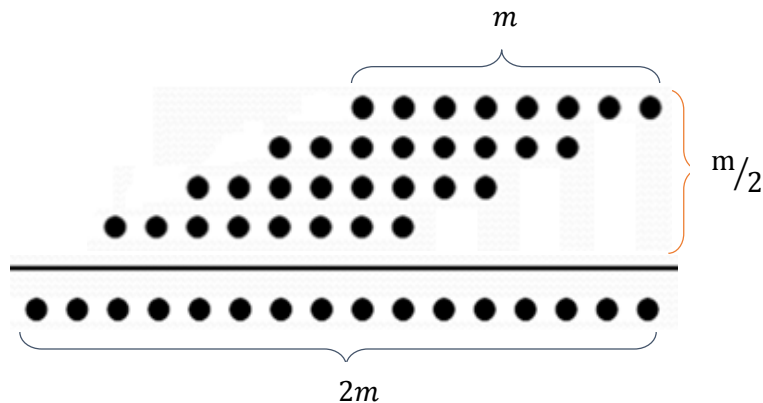
נתונות שתי מטריצות בגודל $n \times n$: $A_{n \times n}, B_{n \times n}$

כאשר כל אחד מאיברי המטריצות הוא מספר בינארי בן m סיביות: $a_{i,j}, b_{i,j} = m\text{-bit}$

רוצים לבצע כפל מטריצות: $C = A * B$

כאשר: $c_{i,j} = \sum_{k=1}^n a_{i,k} \cdot b_{k,j}$

לצורך חישוב של כל איבר במטריצה C אנו משתמשים בשיטת Wallace Tree, תוך שימוש בשיטת Radix-4:

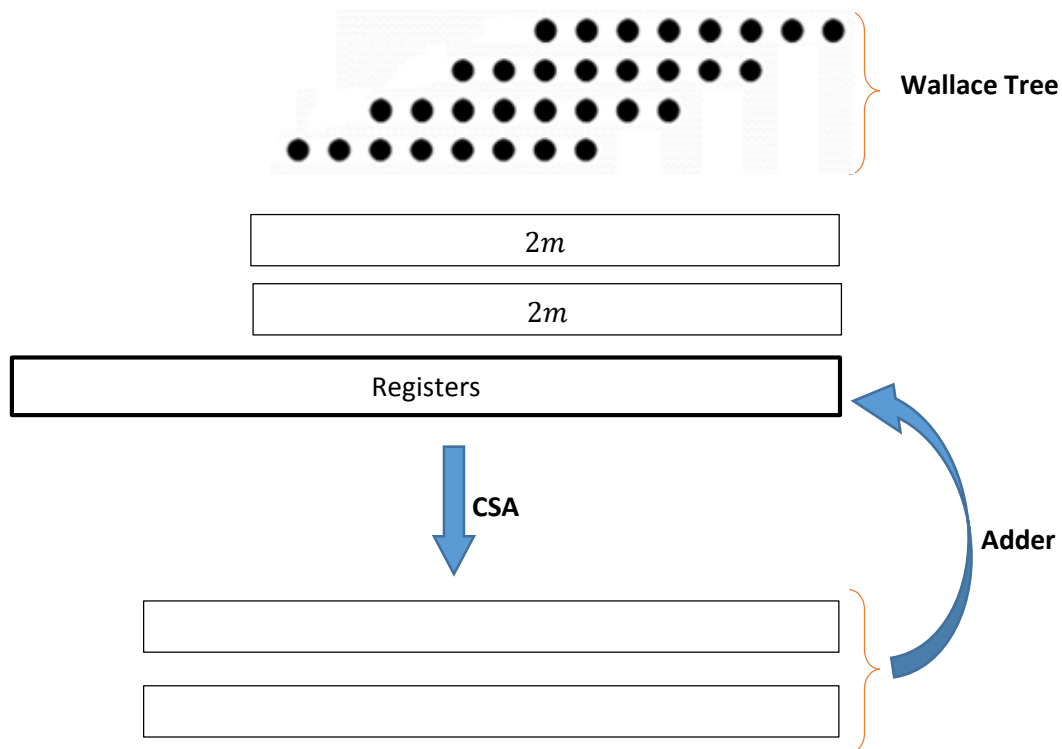


- לאיזה סוג מסוגי ה- Adders שלמדנו נידרש (לצורך חישוב הסכום הסופי) על-מנת שלא לקלקל את הסיבוכיות הכוללת של פעולת כפל בשלמותה (לצורך חישוב איבר אחד במטריצה C)?
- מהי הסיבוכיות החישובית לחישוב איבר אחד של המטריצה C ?
- מהי הסיבוכיות החישובית עבור ביצוע כפל המטריצות: $A * B$?

• לצורך מימוש פעולת הכפל, נבצע את השלבים הבאים:

- בכל מחזור שעון, נשתמש ב- Wallace Tree לצורך חישוב של שתי מכפלות.
- שתי המכפלות החלקיות (Partial Products) מהשלב האחרון של ה- Wallace Tree יכנסו ביחד עם ערך השמור באוגר (Register) לתוך מדחס (compressor) CSA.
- האוגר שומר את תוצאות הסכימה החלקית בביטוי עבור $c_{i,j}$.
- התוצאה של מדחס ה- CSA תסתכם ע"י ה- Adder מסעיף א' ותמתין בכניסה לאוגר.
- עם עליית השעון, התוצאה של ה- Adder תידגם אל תוך האוגר ותהיה מוכנה לחישוב הבא.
- הערך ההתחלתי של האוגר מאותחל להיות אפס.

התהליך כולו מתואר בתרשים הבא:



ד. מה צריך להיות אורכו של האוגר (Register) על מנת שהמערכת הנ"ל תוכל לממש חישוב של איברים במטריצה C ?

- נתון כי השהייה פנימית של כל יחידה לוגית במערכת הינה $100[ps]$.
כמו-כן, נתון כי היחידה עובדת במעבד של 64 סיביות.
בנוסף, עבור האוגר (Register) נתונים הערכים הבאים:

$$t_{su} = 280[ps], \quad t_{hold} = 140[ps], \quad t_{cq} = 140[ps]$$

ה. הנך נדרש לקבוע את תדר השעון המרבי בו תעבוד המערכת, בהנחה שלעולם מתקיים: $n < 2^m$.

1

פתרון מולצ'א

שאלה מס' 1:

(א) זמן מעבר המינימלי בין המוליך הולק כמו C_{TOTAL} , ולכן, ע"י להקטין אותו נבחר: $S = S_{max} = 3 \cdot X$

(ב) ההספק הולק כמו C_{TOTAL} , ולכן, כמו מסלול מקובל, אם כאן נבחר: $S = S_{max} = 3 \cdot X$

(ג) השטח נתון ע"י $Area = L \cdot S$

ולכן, ע"י למצוא אותו נבחר: $S = S_{min} = X$

(ד) ע"י מודל Elmore Delay, זמן מעבר t_{pd} מושפע

מהצורך C_g ע"י האתר הבא: $C_g \cdot (R_d + r \cdot L)$

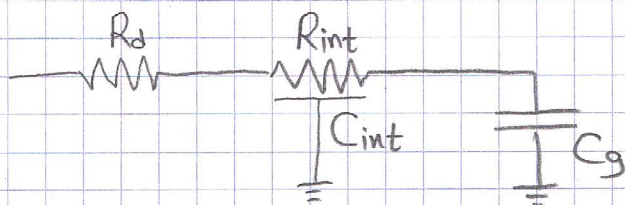
ואילו ההשפעה של C_d היא רק ע"י האתר: $C_d \cdot R_d$

במילים: הצרם הטוען את C_g עובר דרך כל ההתנגדויות

הנמצאות במסלול, ואילו הצרם הטוען את C_d עובר רק

דרך ההתנגדות המוצב של ה-Driver.

(ה) צורך מסלול א':



$$C_{int} = \left(C_o + \frac{C_{adj}}{3X} \right) \cdot L$$

$$R_{int} = r \cdot L$$

$$\begin{aligned} t_{pd@} &= 0.69 \cdot C_{int} \cdot R_d + 0.38 \cdot C_{int} \cdot R_{int} + 0.69 \cdot C_g (R_d + R_{int}) = \\ &= C_{int} (0.69 \cdot R_d + 0.38 \cdot R_{int}) + C_g (0.69 \cdot (R_d + R_{int})) \end{aligned}$$

$$C_{int} = \left(C_o + \frac{C_{adj}}{X} \right) \cdot L$$

צורך מסלול ג':

הערות חשובות:

$$\begin{aligned} t_{pd@} - t_{pd@c} &= \left(C_0 + \frac{C_{adj}}{X} - C_0 - \frac{C_{adj}}{3X} \right) \cdot L \cdot (0.69 \cdot R_d + 0.38 R_{int}) = \\ &= \frac{2 \cdot C_{adj}}{3X} \cdot L \cdot (0.69 \cdot R_d + 0.38 \cdot R_{int}) = \\ &= \frac{2 \cdot C_{adj}}{3X} \cdot L \cdot (0.69 \cdot R_d + 0.38 \cdot r \cdot L) \end{aligned}$$

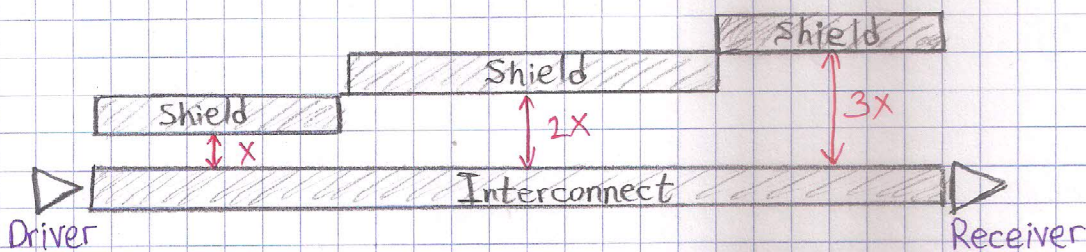
$$P = \alpha C V_{dd}^2 \cdot f$$

①

$$\Delta P = \alpha \Delta C \cdot V_{dd}^2 \cdot f$$

$$\Delta C = \frac{2 C_{adj}}{3X} \cdot L$$

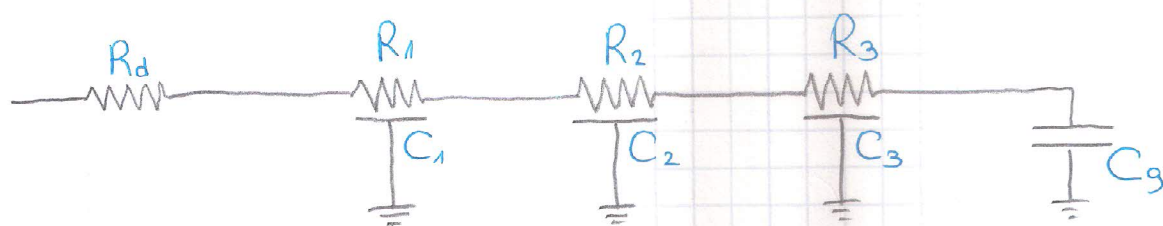
⑤ חישוב קצת יבא להערכה של C_{TOTAL} , ולכן, נציג
 לחסוך קצת בתחילת החישוב, של המסלול של ה-Delay
 קטנה יותר, כפי שהסברנו בסעיף 3.



$$\alpha = 1, \quad \beta = 2, \quad \gamma = 3$$

⑥ התשובה { $\alpha = \beta = 1, \gamma = 2$ } אינה נכונה, משום שללא מרחק
 לא התבטא את שני הכיוונים: $t_{pd} = \text{const}$. אם כן
 t_{pd} הוא זה, $x_1 = x_2 = 0$, כלומר להיות שני הכיוונים - t_{pd}
 מהיר יותר, ולכן נדרשת דרישה חופש נוספת עבור
 מסך במרחק של $3 \cdot x$.

(3)



(7)

$$R_1 = r \cdot x_1, \quad R_2 = r \cdot (x_2 - x_1), \quad R_3 = r \cdot (L - x_2)$$

$$C_1 = \left(C_0 + \frac{C_{adj}}{x}\right) \cdot x_1, \quad C_2 = \left(C_0 + \frac{C_{adj}}{2x}\right) (x_2 - x_1), \quad C_3 = \left(C_0 + \frac{C_{adj}}{3x}\right) (L - x_2)$$

$$\begin{aligned} t_{pd} = & C_1(x_1) \cdot (0.38 \cdot R_1(x_1) + 0.69 \cdot R_d) + \\ & + C_2(x_1, x_2) \cdot (0.38 \cdot R_2(x_1, x_2) + 0.69 \cdot (R_1(x_1) + R_d)) + \\ & + C_3(x_2) \cdot (0.38 \cdot R_3(x_2) + 0.69 \cdot (R_2(x_1, x_2) + R_1(x_1) + R_d)) + \\ & + C_3 \cdot (0.69 \cdot (R_3(x_2) + R_2(x_1, x_2) + R_1(x_1) + R_d)) \end{aligned}$$

פונק' המטרה למינימום:

$$f(x_1, x_2) = x \cdot (x_1) + 2x \cdot (x_2 - x_1) + 3x \cdot (L - x_2)$$

צריך למצוא את המינימום תחת אילוץ:

$$\begin{cases} \text{minimize } f(x_1, x_2) \\ \text{Subject to: } t_{pd}(x_1, x_2) - \text{const} = 0 \end{cases}$$

לגזור את המטרה:

$$L(x_1, x_2, \lambda) = f(x_1, x_2) + \lambda (t_{pd}(x_1, x_2) - \text{const})$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = 0, \quad \frac{\partial L}{\partial x_2} = 0, \quad \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0$$

הפתור:

לגזור את המטרה:

(4)

* ניתן היה גם לבדוד את אחד הנעלמים $\{X_1, X_2\}$
 מתוך השוואה של האילוץ: $t_{pd}(X_1, X_2) = \text{const}$
 ולהביע אותו כפונקציה של השני. למשל: להביע את
 X_2 כפונק' של X_1 , ולהציב את הביטוי בתוך
 משוואת השטח $f(X_1, X_2)$. ככך אנו הופכים את פונק'
 המטרה לפונק' של משתנה אחד בלבד $f(X_1)$.
 כעת, אפשר לעבוד עם X_1 והשוואת ערכים:

$$\frac{\partial f(X_1)}{\partial X_1} = 0$$

מתוך פתרון משוואה זו מוצאים את X_1 , ולאז הולכים
 ומציבים את X_1 האופטימלי במשוואת האילוץ: $t_{pd}(X_1, X_2) = \text{const}$
 וכן מוצאים את X_2 האופטימלי.

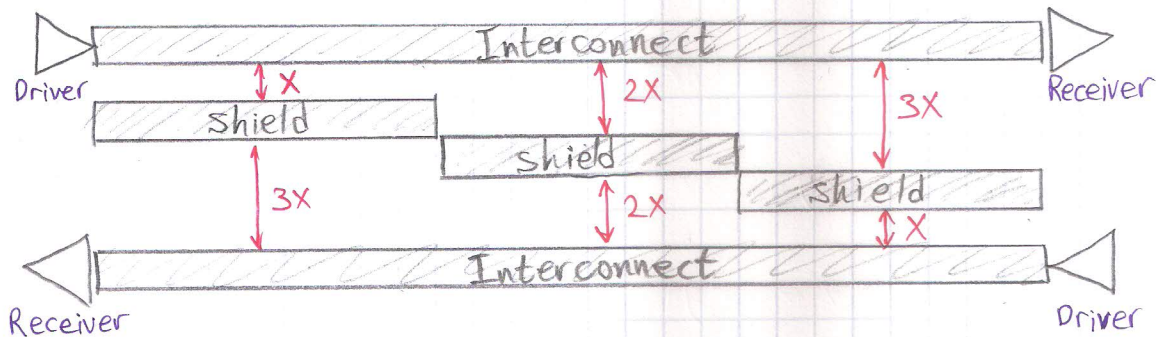
⑥ אם כל מה שמעניין אותנו זה ההספק, אז יותר מסבון יהיה
 לקבוע $\alpha = \beta = \gamma = 2$, משום שאם נבחר אחד מהם להיות
 ערך אחר, הרי שנשאר מח'ר גדול יותר מאח'רת ההספק.
 נסביר את הדברים:

אם נבחר עמל את α להיות: $\alpha = 2$, הרי שהמרחק מהקו
 העליון יהיה זהה למרחק מהקו התחתון:
 $\alpha = 4 - \alpha = 2$
 ולכן, ההספק המתקבל על הקטע הזה עקב קיבול הצימוד בין המוליכים
 לבין המסבך הוא: $\frac{C_{adj}}{x} \cdot X_1 + \frac{C_{adj}}{2x} \cdot X_1 = \frac{C_{adj}}{x} \cdot X_1$

אזמרת-זאת, אם נבחר את α להיות $\alpha = 1$, הרי שהמרחק
 בין המסבך לקו התחתון יהיה: $4 - \alpha = 3$,
 ולכן, ההספק המתקבל על הקטע הזה עקב קיבול הצימוד בין המוליכים
 לבין המסבך הוא:

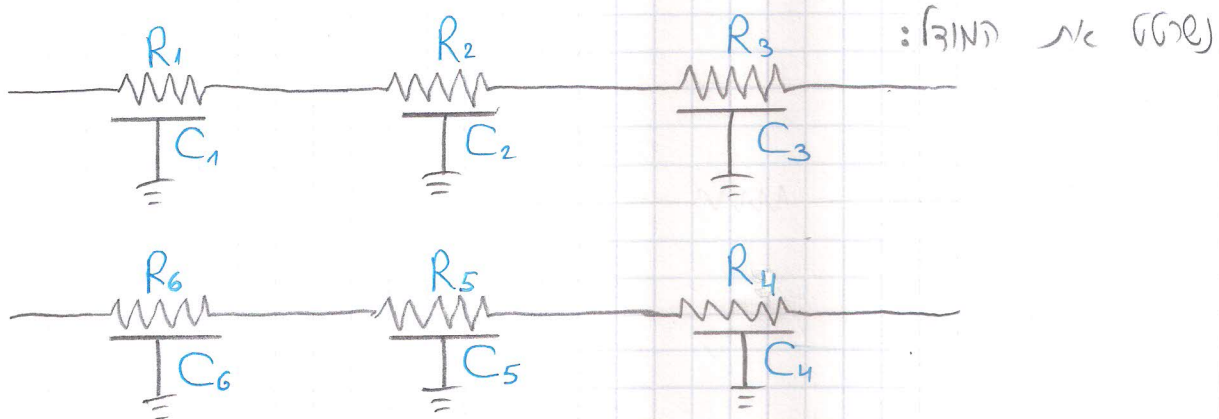
$$\frac{C_{adj}}{x} \cdot X_1 + \frac{C_{adj}}{3x} \cdot X_1 = \frac{4}{3} \cdot \frac{C_{adj}}{x} \cdot X_1 > \frac{C_{adj}}{x} \cdot X_1$$

אם כי זה שמעין איתנו זה ה-Delay, הרי שגובה ההקטן את
הספצת ה- C_{TOTAL} כמה שיותר. אולם, ככל שגובה את הסיבוק
מהקו היותר ← נקרה איתו או יקו השני.
לכן, נעצף להחזיק את הסיבוק כמה שיותר מכל אחד מהקווים
בחלק האחרון של כ קו, אם הספצת הקטן על ה-Delay
חזקה יותר (כפי שהסבר בסעיף 2). ולכן:



$$\alpha = 1, \quad \beta = 2, \quad \gamma = 3$$

⊕ נציב את ה-Delay של החלק העליון כ: t_{pd1}
ואת ה-Delay של החלק התחתון כ: t_{pd2}



$$t_{pd1} = C_1 \cdot (0.38R_1) + C_2 (0.38R_2 + 0.69R_1) + \\ + C_3 (0.38R_3 + 0.69(R_2 + R_1))$$

$$t_{pd2} = C_4 \cdot (0.38 \cdot R_4) + C_5 (0.38 \cdot R_5 + 0.69 \cdot R_4) + \\ + C_6 (0.38 \cdot R_6 + 0.69 \cdot (R_5 + R_4))$$

$$R_1 = R_6 = r \cdot X_1$$

$$R_2 = R_5 = r \cdot (X_2 - X_1)$$

$$R_3 = R_4 = r \cdot (L - X_2)$$

$$C_1 = \left(C_0 + \frac{C_{adj}}{X}\right) X_1, \quad C_4 = \left(C_0 + \frac{C_{adj}}{X}\right) (L - X_2)$$

$$C_2 = \left(C_0 + \frac{C_{adj}}{2X}\right) \cdot (X_2 - X_1) = C_5$$

$$C_3 = \left(C_0 + \frac{C_{adj}}{3X}\right) \cdot (L - X_2), \quad C_6 = \left(C_0 + \frac{C_{adj}}{3X}\right) \cdot X_1$$

הערה: מכיון שרצו להבין את ה-Delay של הקווים,

הרי שפונקציית המטרה תהיה: $f = t_{pd1} + t_{pd2}$

ובחרו שהמינימום יתקבל במצב שבו $t_{pd1} = t_{pd2}$

ומכיון שהבעיה סימטרית נקבל: $X_1 = (L - X_2)$

ואכן: $C_1 = C_4, \quad C_3 = C_6$

ואכן:

$$t_{pd2} = C_1 (0.38 \cdot R_3) + C_2 \cdot (0.38 \cdot R_2 + 0.69 \cdot R_3) + \\ + C_3 (0.38 \cdot R_1 + 0.69 \cdot (R_2 + R_3))$$

נפתור: minimize $f(X_1, X_2) = t_{pd1}(X_1, X_2) + t_{pd2}(X_1, X_2)$

$$\frac{\partial f}{\partial X_1} = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial X_2} = 0$$

שתי משוואות בשני נעלמים.

(א) מכיוון שהקבוע בין המוליך לבין המסבך תלוי ב- ΔV ומכיוון שהסיגנל במוליך עובר מ-GND ל- V_{dd} ב- 50% מהמקרים, ועובר מ- V_{dd} ל-GND ב- 50% מהמקרים, ע"כ, אין שום הבדל אם המסבך מחובר ל- V_{dd} או ל-GND

(ב) אם נחבר את המסבך ל- $\frac{V_{dd}}{2}$ הרי שהמסבך המתחבר

על הקיבול הפרזיטי בין קו הסיגנל לבין קו הסיבוכ

ירד N: $\frac{C_{adj}}{S} \cdot V_{dd}^2 \cdot f$: $\frac{C_{adj}}{S} \cdot \left(\frac{V_{dd}}{2}\right)^2 \cdot f$:

עבור מחזור של טעינה + פריקה של המוליך, במסבך המחובר ל- V_{dd}/GND תהיה טעינה של קבל $\Delta V = V_{dd}$ וכן פריקה שלו.

לעומת זאת עבור מסבך המחובר ל- $\frac{V_{dd}}{2}$, בטעינת המוליך יש טעינה + פריקה של קבל $\Delta V = \frac{V_{dd}}{2}$, וכן בפריקת המוליך. סה"כ מסבך פי 2 חסכוני!

הערה לגבי סעיף י':

מי שטען משיקולי סימטריה ש: $X_1 = (L - X_2)$ (הטענה במסגרת הוויכוח) יכול היה להפוך את הבעיה לבעיה בנפח אחד, ואז לפתור בעיית מינימיזציה בנפח אחד:

$$\text{minimize } f(x_1) = t_{pa_1}(x_1) + t_{pa_2}(x_1)$$

ואפניר לשוואר אחת בנפח אחד: $\frac{\partial f}{\partial x_1} = 0$

מי שלא טען שהפתרון חייב להיות סימטרי, היה צריך להשיג את שני הנפחים, ולכן C_1 לא בהכרח שווה ל- C_4 וכן, C_3 לא בהכרח שווה ל- C_6 , ולכן יש לפתור את משוואות בשרי נפחים (x_1, x_2) .

עליון 2:

Ⓐ) Adder - 8 ביטיות, 100 פיקוסניות.

Ⓑ) $O(n \cdot \log_{3/2}(m))$

Ⓒ) $O(n^3 \cdot \log_{3/2}(m))$

Ⓓ) $2m + \log_2(n)$

Ⓔ)
$$\underbrace{100_p \cdot \log_{3/2}\left(\frac{64}{2}\right)}_{t_{wc}} + \underbrace{100_p}_{t_{CSA}} + \underbrace{100_p \cdot \log_2(2m + \log_2(n))}_{t_{Adder}} + \underbrace{t_{su}}_{t_{setup}}$$

מכיוון שיש $n < 2^m$:

נתן לחסום את המספר המרבי עבור ה- Adder:

$$t_{Adder} < \log_2(3m) = \log_2(2m + m)$$

ואכן: $100_p \cdot \left[\log_{3/2}\left(\frac{64}{2}\right) + 1 + \log_2(64 \cdot 3) \right] + 280_p =$

$$= 1.99325 [ns]$$

$$\Rightarrow f = 500 [MHz]$$

Ⓢ) מ' שהיה עקובאטורציה של המחרת, ואכן חיסב לפי:

$$\left\lceil \log_{3/2}\left(\frac{64}{2}\right) \right\rceil = \left\lceil 8.547 \right\rceil = 9$$

הרי זה מקור.

Ⓢ) מ' שהיה זה - Wallace Tree מקבל את המידע מתוך Register, ואכן חיסב לפי t_{eq} ← מקובל מהחלט, וכן אכן היתה סבירה מאוד.