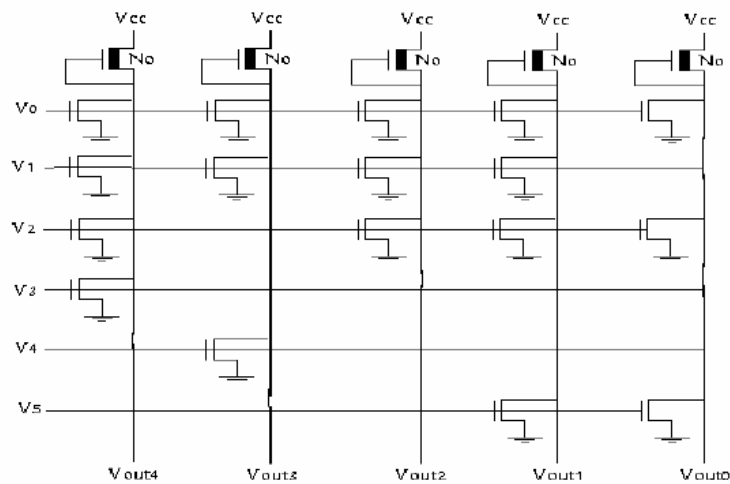


פתרון לתרגיל בית 3

פתרון שאלה 1:

זיכרון ROM מסוג NOR שמאכסן את המילים הבאות 0,1,8,15,23,28.

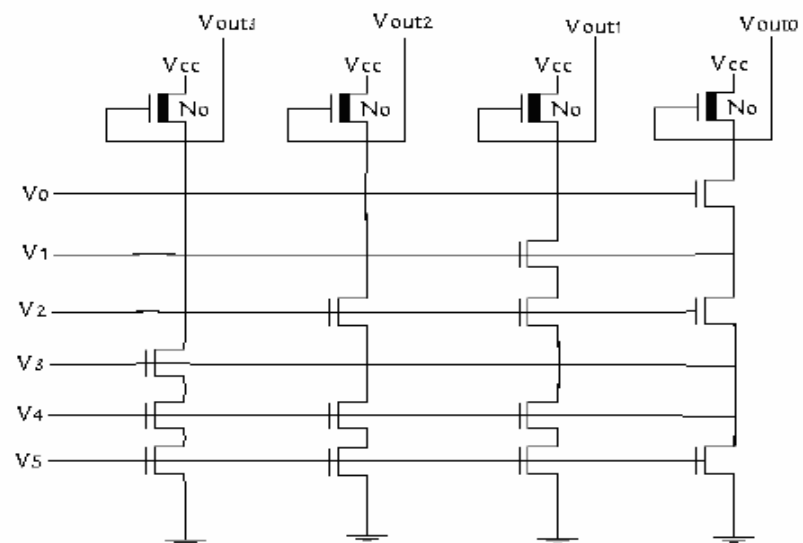
V_0	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_{out4}	V_{out3}	V_{out2}	V_{out1}	V_{out0}	המספר
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	8
0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	15
0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	1	23
0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	28



פתרון שאלה 2:

זיכרון ROM מסוג NAND שמאכסן את המילים הבאות 1,2,7,8,14,15.

V_0	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_{out3}	V_{out2}	V_{out1}	V_{out0}	המספר
0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1
1	0	1	1	1	1	0	0	1	0	2
1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	7
1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	8
1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	14
1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	15

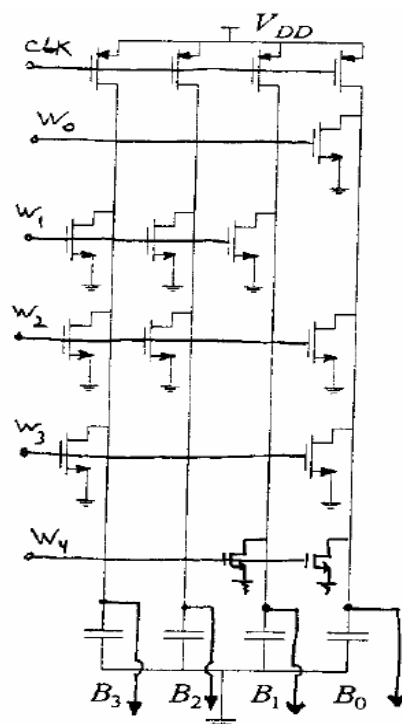


פתרון לשאלה 3:

א. תוכן הזיכרון:

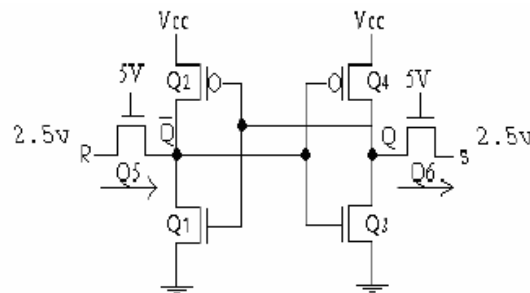
$$W_0 = 1110, W_1 = 0001, W_2 = 0010, W_3 = 0110$$

ב.



ג. קבלי אגירה.

פתרון לשאלה 4:



על מנת לפתור את השאלה נבדוק מצבי העבודה של כל הטרנזיסטורים במעגל. מנתוני השאלה, מצב ההתחלה הוא $V_{q\bar{q}} = 0, V_q = 5V$, ואז נפתחים ה- Pass-Transistors. ניתן לראות ש $V_{dg5} = -2.5V$ כלומר Q5-triode. תחילה נניח שברגע $t=0+, V_{q\bar{q}}, V_q$ אינם משתנים במידה רבה, ולכן: Q1-triode, Q2-cut off, Q3-cut off, Q4-triode. לגבי Q6 יש לבדוק את שני מצבי ההולכה. נניח תחילה ש Q6-sat:

$$(1) \quad I_5 = I_1$$

$$(2) \quad I_4 = I_6$$

$$(1) \quad 2.5 \left[2 \left(5 - V_{q\bar{q}} - V_{t5} \right) \left(2.5 - V_{q\bar{q}} \right) - \left(2.5 - V_{q\bar{q}} \right)^2 \right] = 2 \left(V_q - 1 \right) V_{q\bar{q}} - V_{q\bar{q}}^2$$

$$(2) \quad 2 \left(5 - V_{q\bar{q}} - 1 \right) \left(5 - V_q \right) - \left(5 - V_q \right)^2 = 2.5 \left(2.5 - V_{t6} \right)^2$$

$$(3) \quad V_{t5} = 1 + 0.5 \left(\sqrt{V_{q\bar{q}} + 0.6} - \sqrt{0.6} \right) \quad (4) \quad V_{t6} = 1 + 0.5 \left(\sqrt{2.5 + 0.6} - \sqrt{0.6} \right)$$

ע"י הצבת משוואות 3,4 במשוואות 1,2 נקבל שתי משוואות עם שני נעלמים שניתנות לפתרון בעזרת פקודת solve ב-Matlab

```
eq1='2.5*(2*(5-n-t5)*(2.5-n)-(2.5-n)^2)=2*(p-1)*n-n^2';
eq2='2*(5-n-1)*(5-p)-(5-p)^2=+2.5*(2.5-t6)^2';
eq3='t5=1+0.5*(sqrt(n+0.6)-sqrt(0.6))';
eq4='t6=1+0.5*(sqrt(3.1)-sqrt(0.6))';
[n,p,t5,t6]=solve(eq1,eq2,eq3,eq4)
```

```
n = [6.05] [1.52] [2.23] [-18.12-24.17*i] [-18.12+24.17*i]
p = [5.76] [4.42] [2.47] [-39.20-48.37*i] [-39.20+48.37*i]
t5 = [1.90] [1.34] [1.45] [1.85-2.43*i] [1.85+2.43*i]
t6 = [1.49] [1.49] [1.49] [1.49] [1.49]
```

הפתרונות שנתקבלו (התקבלו 5 פתרונות מהם נבחר הפתרון הרלוונטי):

$$V_q = 4.42_V$$

$$V_{\bar{q}} = 1.52_V$$

$$V_{t5} = 1.34_V$$

$$V_{t6} = 1.49_V$$

$$I_5 = 0.40_{mA}$$

$$I_6 = 0.32_{mA}$$

ניתן לראות, כי קיבלנו נקודת עבודה לפיה $V_{\bar{q}} = 1.52V$, כלומר $V_{gs3} = 1.52$, מכאן כי הטרנזיסטור Q3 נמצא למעשה ברוויה (ולא בקטעון כפי שהנחנו בתחילה), לעומתו Q2 מקיים $V_{sg} = 5 - 4.42 = 0.58 < 1$ ולכן נשאר בקטעון. נעדכן לפיכך את משוואה (2):

$$(1) \quad I_5 = I_1 \quad (2) \quad I_4 = I_3 + I_6$$

$$(1) \quad 2.5 \left[2 \left(5 - V_{\bar{q}} - V_{t5} \right) \left(2.5 - V_{\bar{q}} \right) - \left(2.5 - V_{\bar{q}} \right)^2 \right] = 2 \left(V_q - 1 \right) V_{\bar{q}} - V_{\bar{q}}^2$$

$$(2) \quad 2 \left(5 - V_{\bar{q}} - 1 \right) \left(5 - V_q \right) - \left(5 - V_q \right)^2 = \left(V_{\bar{q}} - 1 \right)^2 + 2.5 \left(2.5 - V_{t6} \right)^2$$

$$(3) \quad V_{t5} = 1 + 0.5 \left(\sqrt{V_{\bar{q}} + 0.6} - \sqrt{0.6} \right) \quad (4) \quad V_{t6} = 1 + 0.5 \left(\sqrt{2.5 + 0.6} - \sqrt{0.6} \right)$$

והפתרון לסט המשוואות החדש:

$$V_q = 4.33_V$$

$$V_{\bar{q}} = 1.54_V$$

$$V_{t5} = 1.35_V$$

$$V_{t6} = 1.49_V$$

$$I_5 = 0.39_{mA}$$

$$I_6 = 0.13_{mA}$$

ניתן לראות שאין שינוי משמעותי בתוצאות, כלומר הטרנזיסטורים נשארו במצבי העבודה שקבענו. קל גם לוודא כי ההנחה המקורית לפיה Q6 ברוויה אכן מתקיימת - והתוצאה הסופית:

$$\Delta V_5 = \frac{I_5 \Delta t}{C} \quad \Delta V_6 = \frac{I_6 \Delta t}{C}$$

$$\Delta V_5 + \Delta V_6 = \Delta V = 0.2_V$$

$$\Delta t = \frac{\Delta V C}{I_5 + I_6} = \frac{0.2_V 1_{pF}}{0.52_{mA}} = 0.387_{nsec}$$

$$\Delta V_5 = 0.151_V \quad \Delta V_6 = 0.049_V$$

פתרון לשאלה 5:

א.

לפי חוק שימור מטען

$$(q_s + q_b)_{t=0} = (q_s + q_b)_{t \rightarrow \infty}$$

$$C_s V_{DD} + C_B \frac{V_{DD}}{2} = V_{c_B} (t \rightarrow \infty) (C_s + C_B)$$

$$V_{c_B} (t \rightarrow \infty) = \frac{V_{DD} (C_s + \frac{1}{2} C_b)}{(C_s + C_b)} = 1.698V$$

ב.

$$E_{heat} = E_{initial} - E_{final}$$

$$E_{initial} = \frac{1}{2} C_s V_{DD}^2 + \frac{1}{2} C_B \left(\frac{V_{DD}}{2} \right)^2 = 1.5246 \times 10^{-11} [J]$$

$$E_{final} = \frac{1}{2} (C_s + C_B) V_c^2 (t \rightarrow \infty) = 1.4848 \times 10^{-11} [J]$$

$$E_{heat} = 397.5 [fJ]$$

פתרון לשאלה 6:

א.

טרנזיסטורים M3, M4 קטועים. אם M2 מוליך (M1 קטוע) זהו מצב "1" ואם M1 מוליך (M2 קטוע) זהו מצב "0". (זהו Flip-Flop רגיל).

בכל מקרה, הצד המוליך מתוכנן כך ש- $V_{DS} < V_T$ ואז מתקיים עבור הצד השני $V_{GS} < V_T$ ולכן הצד השני קטוע.

טרנזיסטור העומס בצד המוליך (M5 או M6), נמצא במצב רוויה ($V_{DS} > 4V$) בעוד ש- $(V_{GS} - V_T = 3V)$. לכן, הזרם הנצרך:

$$I = \underbrace{\frac{K'_1}{2} \cdot \frac{K'_2}{2}}_{\frac{K'_1 K'_2}{2}} \cdot \frac{5}{39} \cdot (0+3)^2 = 11.54 \mu A$$

$$P = I \cdot V = 11.54 \mu A \cdot 5V = 57.7 \mu W$$

ומכאן ההספק:

ב.

עבור הצד הנמוך ("0" – הצד הימני), הזרם הוא למעשה I_4

$$I_4 = \frac{K'}{2} \cdot \frac{10}{4} \cdot [2(5-1-1) - (V_C - 1)^2] = -25V_C^2 + 200V_C - 175$$

$$I_C('0') = I_4 = -25 \cdot 3.5^2 + 200 \cdot 3.5 - 175 = 219 \mu A$$

עבור הצד הגבוה ("1" – הצד השמאלי), הזרם הוא I_3 (ראה שרטוט):

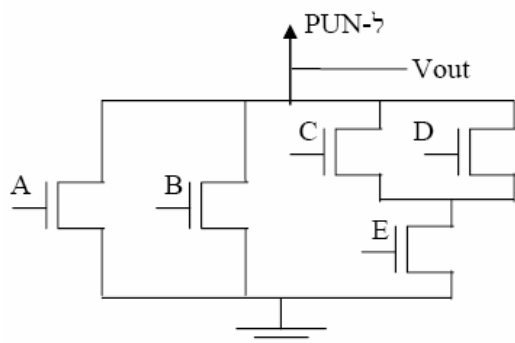
$$I_C('1') = I_3 = \frac{20}{2} \cdot \frac{10}{4} (4 - 3.5)^2 = 6 \mu A$$

שאלה 7:

$$V_{out} = A'B'(C'D' + E')$$

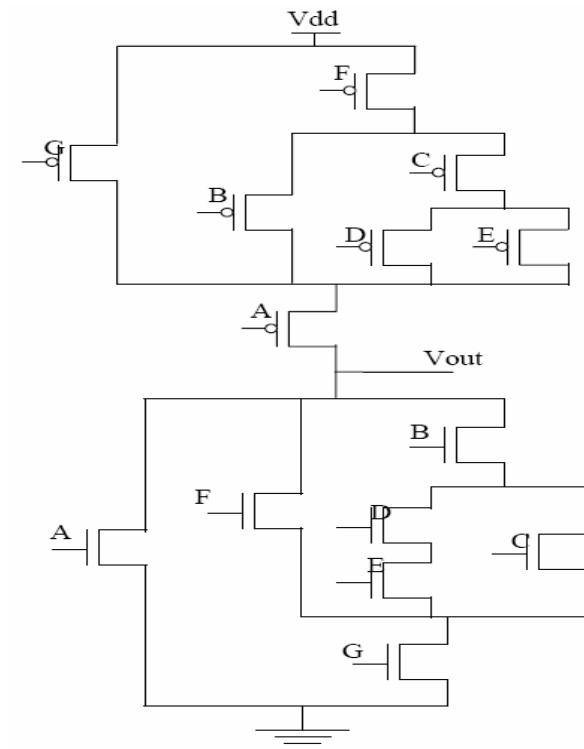
ב.

להלן שרטוט רשת ה-PDN המתאימה:



$$V_{out} = [A + (B(C + DE) + F)G]'$$

ג. להלן שרטוט של שער CMOS המממש
תכנון ה-PDN מיידי מהנוסחה – D ו-E בטור, C במקביל להם, B בטור לשלושה, F במקביל לארבעה, G בטור לקודמיו ו-A במקביל לכולם.
תכנון ה-PUN ניתן לביצוע ע"י המרת הענפים המקביליים של PDN לטוריים והטוריים למקביליים.



7. עבור מהפך CMOS, על מנת לקבל סימטריות גדרוש:

$$n = (W/L)_n = 1 \quad p = (W/L)_p$$

$$\mu_n = 3\mu_p \quad Kn = Kp$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\mu_n(W/L)_n Cox = \frac{1}{2}0.5\mu_p(W/L)_p Cox$$

$$\Rightarrow p = (W/L)_p = \mu_n / \mu_p (W/L)_n = 3(W/L)_n = 3$$

נרצה שלמעגל מהסעיף הקודם יהיו פרמטרים של מהפך סימטרי.

נמצא את התעלות הארוכות ביותר ב-PDN וב-PUN שלו.

עבור ה-PUN התעלה הארוכה ביותר היא F,C,D,A ← אורך 4.

$$p_F = p_C = p_D = p_A = 4 * p = 12 \leftarrow$$

$$p_E = p_D = 12 \leftarrow \text{E מקביל ל-D}$$

$$p_B = 1/2 p_D = 6 \leftarrow \text{B מקביל ל-CD}$$

$$p_G = 1/3 p_D = 4 \leftarrow \text{G מקביל ל-FCD}$$

עבור ה-PDN התעלה הארוכה ביותר היא BDEG ← אורך 4.

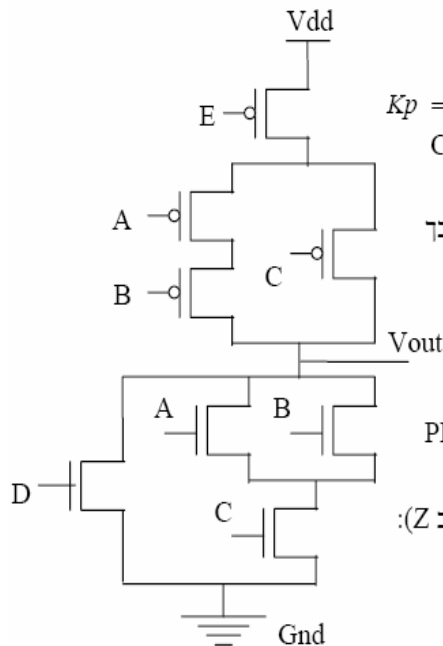
$$n_B = n_D = n_E = n_G = 4 * n = 4 \leftarrow$$

$$n_C = 1/2 n_D = 2 \leftarrow \text{C מקביל ל-DE}$$

$$n_F = 1/3 n_D = 4/3 \leftarrow \text{F מקביל ל-BDE}$$

$$n_A = 1/4 n_D = 1 \leftarrow \text{A מקביל ל-BDEG}$$

שאלה 8:



$$Kp = 30 \mu A / V^2 \quad Kn = 15 \mu A / V^2 \quad Vdd = 5v \quad Vtn = -Vtp = 1v$$

א. - עבור $D=E=0$, גם D וגם E קטועים, ונקבל בעצם שער CMOS.

$$V_{out} = [(A+B)C]$$

- עבור $D=0$, המוצא יכול להיות במצב High-Z כאשר E קטוע ובכך מנתק את תעלת ה-PUN שהייתה אמורה להוליך.

זה קורה עבור צירופי הכניסה הבאים:

$A=B=0$ או $C=0$ או שניהם, ובלבד ש- $E=1$.

ב. - כאשר ערך המוצא הוא "X", שתי התעלות פתוחות.

זה מחייב את הטרנזיסטור E להוליך. כיוון שה-PUN מוליך, ה-PDN של שער ה-CMOS יהיה קטוע, ולכן על D להוליך גם-כן.

- המוצא הוא "X" עבור ערכי הכניסה הבאים (הזחים לאלה של מצב Z):

A	B	C	D	E
0	0	0	1	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
1	0	0	1	0
1	1	0	1	0

מצב זהה
מבחינת
ערך המוצא

- ערכי המוצא המתאימים לכניסות:

נמדד את המעגל כמהפך עם Kn,eq ו- Kp,eq שקולים. $Kn,eq=Kn=15\mu A/V^2$ הוא קבוע, כיוון שרק D מוליך בענף התחתון. בענף העליון Kp,eq תלוי במצב הכניסות. שני הטרנזיסטורים השקולים נמצאים במצב לינארי, מפני שהמוצא נמצא אי-שם באמצע התחום בין 0 ל- Vdd . נמצא את מתח המוצא ע"י השוואה בין הזרמים בשני הענפים:

$$I_n = I_p \Rightarrow Kn,eq[2(Vcc-Vtn)V_{out}-V_{out}^2] = Kp,eq[2(Vcc+Vtp)(Vdd-V_{out})-(Vdd-V_{out})^2] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Kn(8V_{out}-V_{out}^2) = Kp,eq[8(5-V_{out})-(5-V_{out})^2] = Kp,eq(-V_{out}^2+2V_{out}+15)$$

$$Kp,eq = 1/3 Kp = 10\mu A/V^2 \Rightarrow V_{out} = 1.633v \quad \text{כאשר רק AB מוליכים:}$$

$$Kp,eq = 1/2 Kp = 15\mu A/V^2 \Rightarrow V_{out} = 2.5v \quad \text{כאשר רק C מוליך:}$$

$$Kp,eq = 1/[1+1/(1+0.5)] Kp = 0.6 Kp = 18\mu A/V^2 \quad \text{כאשר AB ו-C מוליכים:}$$

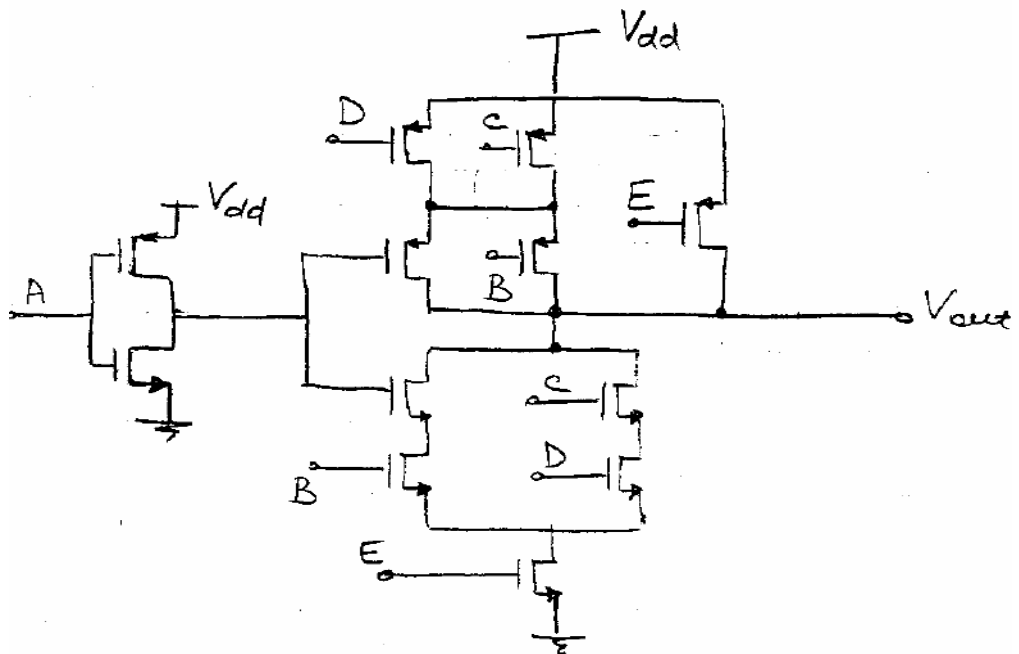
$$\Rightarrow V_{out} = 2.911v$$

כל שיש יותר טרנזיסטורים מוליכים ב-PUN, כך הענף העליון "מושך יותר חזק" את המוצא מעלה.

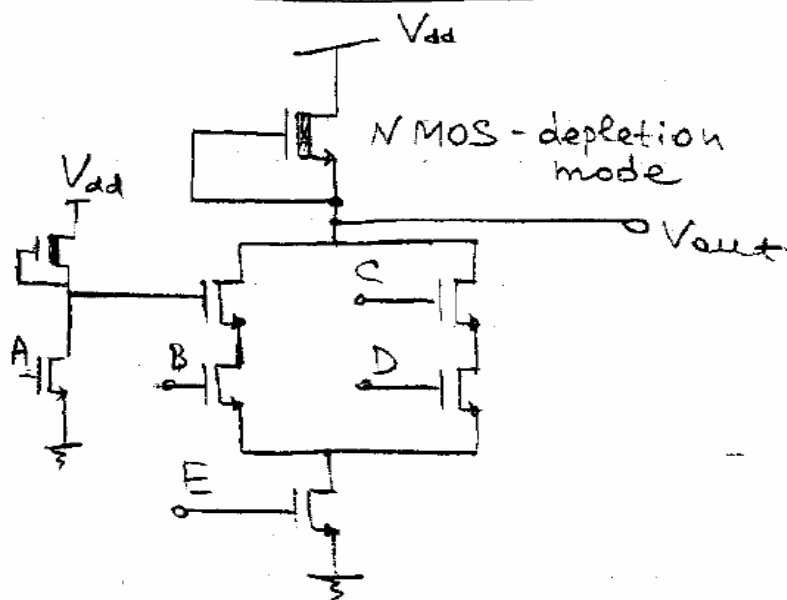
שאלה 9:

חלק א'

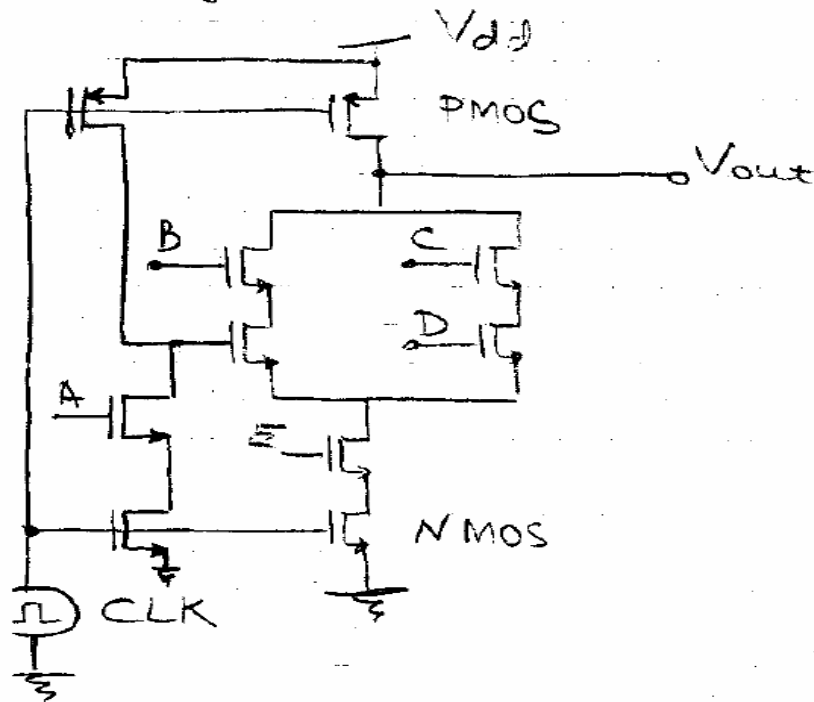
Static CMOS



D - NMOS



Dynamic CMOS



חלק ב'

א. הפונקציה לוגית היא: $\overline{(A+B)CD}$

ב. עבור כל רשת pull down $\frac{W}{L} = 6$, עבור רשת pull up $\left(\frac{W}{L}\right)_{A,B} = 10$, $\left(\frac{W}{L}\right)_{C,D} = 5$

ג. לפי הטופולוגיה ניתן לראות שהשהיות המינימאלית ביותר מתקבלות עבור צרוף מבואות הבא:

רשת pull down: $A=B=C=D="1"$

רשת pull up: $A=B=C=D="0"$

ד. השהיות המקסימאליות ביותר מתקבלות עבור צרוף מבואות הבא:

רשת pull down: $A=C=D="1"$ או $B=C=D="1"$

רשת pull up: $A=B="0"$ או $D="0"$ או $C="0"$

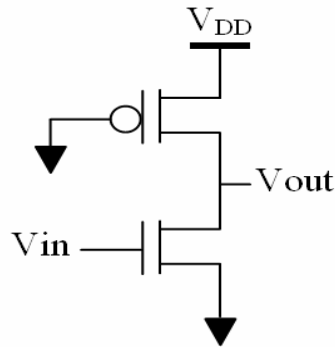
ה. התוצאות שוות בסעיף ד' עקב בחירת חוזק של טרנזיסטורים לפי דרישות השאלה. למעשה אנו מקבלים מהפך בסיסי סימטרי עבור כל צירוף מבואות. בסעיף ג' רשת PUN תהיה מהירה יותר מרשת PDN. זה מאחר וחוזק של טרנזיסטור שקול מסוג PMOS יהיה 15 לעומת 2.4 של טרנזיסטור שקול מסוג NMOS. ברגע שרשת PUN חזקה במקרה הזה מ-6 (2.5 כפול 2.4) היא תהיה מהירה יותר.

שאלה 10:

א. לפנינו שער XOR.

ב. רשת pull up.

ג. נשרטט מעגל שקול:



נמצא את החוזק ע"י השוואה של משוואות הזרמים:

$$K_p (V_{SG} - |V_t|)^2 = K_n [2(V_{DD} - V_t)V_{OL} - V_{OL}^2]$$

את האיבר בריבוע ניתן להזניח. נציב מספרים ונקבל:

$$K_p = \frac{2V_{OL}K_n}{V_{DD} - V_t} = 3\mu A/V^2$$

שים לב ש: $V_{SG} = V_{DD}$

ד. הבדל היחידי לעומת סעיף הקודם ש $V_{SG} = 4$ ולא ל 5 וולט. ע"י הצבה באותן משוואות כמו בסעיף הקודם ושימוש בערך K_p שמצאנו, אנו מוצאים את K_n הנדרש ע"מ ש $V_{OL} = 0.3$.

$$K_n = 11.25 \mu A/V^2$$