פתרון של תרגילי בית 4

שאלה 1:

פתרון:

המצב היציב: נתייחס לקבל כנתק ולכן Vc=0. כיוון שגם Vin=0M => Va=Vdd ולכן Vb=0.

עליית Vin ל-Vdd: ברגע שינוי Vin ל Vdd יירד Va לאפס ולכן Vb יעלה ל Vdd.
קבל C שומר על הפרש מתחים רציף => Vc יקפוץ גם כן ל Vdd.
כעת גם אם Vin ירד חזרה לאפס, Va ישאר ב-0.
בינתיים מתחיל הקבל C להתפרק לאדמה (0) (דרך R), כאשר יגיע ל Vth (בהנחה שVin ירד לאפס) יעלה Va חזרה ל Vdd ולכן Vb יירד לאפס (ירידה של Vdd).

זמן התאוששות: בעקבות ירידת Vb, גם Vc יירד ב Vdd וזה כיוון ש R מאפשר למתח Vc להיות נמוך מ Vd (סופג את הפרש המתח וזה למעשה תפקידו - למנוע שיהיה מתח גבוה במבוא השער) ולכן עכשיו Vc=Vth-Vdd והקבל יתחיל להטען ל 0 ומהירות טעינה זו תקבע את זמן ההתאוששות.

חישוב הזמן הלא יציב T:

$$Vo = Vcc \quad V\infty = 0 \quad \tau = RC$$

$$V(t) = 0 - (0 - Vcc)e^{-\frac{t}{RC}} = Vcc\, e^{-\frac{t}{RC}}$$

We are looking for the point :

$$V(T) = Vth$$

$$Vth = Vcc\, e^{-\frac{T}{RC}}$$

$$T = RC \ln\left(\frac{Vcc}{Vth}\right)$$

חישוב זמן ההתאוששות Treco: (המתח ב-Vc)

$$Vo = Vth - Vcc \quad V\infty = 0 \quad \tau = RC$$

$$V(t) = 0 - (0 - Vth + Vcc)e^{-\frac{t}{RC}} = (Vth - Vcc)\, e^{-\frac{t}{RC}}$$

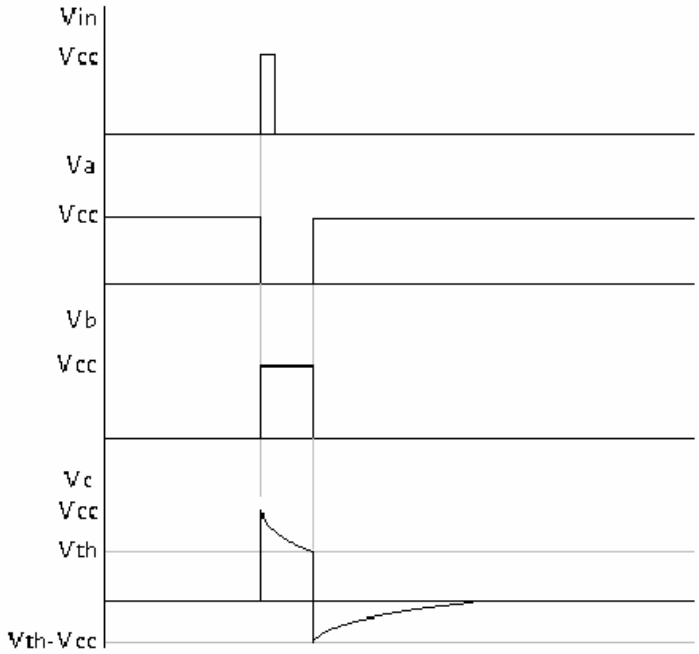
We are looking for the point :

$$V(Treco) = -0.01\, Vcc$$

$$-0.01\, Vcc = (Vth - Vcc)\, e^{-\frac{Treco}{RC}}$$

$$Treco = RC \ln\left(\frac{Vcc - Vth}{0.01\, Vcc}\right)$$

דיאגרמת הזמנים של המעגל:



שאלה 2:

א. ננתח מצב יציב
מהשרטוט ברור ש $V_S=0$.
נניח $V_{out}=0$ ומכן נקבל $V_R=V_{R2}=0$
כיוון ש $V_R=V_S=0$ יתכן מצב בו $V_{out}=0$ (נשים לב שהנחות אחרות פשוט יסתרו את עצמן).
זהו המצב היציב.

ב. ברגע הפולס מתקבל $V_S=V_{cc}$ ולכן $V_{out}=V_{cc}$.

$$V_R = V_{R_2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} Vcc$$

מתחי V_R, V_{R2} עולים לערך של:
המתח V_R מתחיל להיטען ל V_{cc}
המתח V_{R2} מתחיל להתפרק ל 0

כדי שהמצב הלא יציב יתקיים יש צורך בקיום התנאי הבא:

$$V_R = V_{TH}$$

$$\frac{R_2}{R_1 + R_2} Vcc < \alpha Vcc$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{R_2}{R_1 + R_2} < \alpha$$

נבדוק תוך כמה זמן מגיע V_R ל V_{TH} ואז למעשה יסתיים המצב הלא יציב:

$$V_R(\infty)=Vcc, V_R(0)=\frac{R_2}{R_1+R_2}Vcc, \tau=(R_1+R_2)C$$

$$V_R(t)=Vcc-\left(Vcc-\frac{R_2}{R_1+R_2}Vcc\right)e^{-\frac{t}{\tau}}=Vcc\left(1-\frac{R_2}{R_1+R_2}\right)e^{-\frac{t}{\tau}}$$

We are looking for the time, T, where $V_R(T)=V_{TH}=\alpha Vcc$

$$\alpha Vcc=Vcc\left(1-\frac{R_2}{R_1+R_2}\right)e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$T=-(R_1+R_2)C\cdot\ln\left[(1-\alpha)\frac{R_1+R_2}{R_1}\right]$$

המשוואה המתארת את התנהגות המתח V_{R2} היא:

$$V_{R2}(\infty)=0, V_{R2}(0)=\frac{R_2}{R_1+R_2}Vcc, \tau=(R_1+R_2)C$$

$$V_{R2}(t)=\frac{R_2}{R_1+R_2}Vcc\,e^{-\frac{t}{\tau}}$$

הערך אליו מגיע V_{R2} בזמן T הוא:

$$V_{R2}(T)=\frac{R_2}{R_1+R_2}Vcc\,e^{\ln\left[(1-\alpha)\frac{R_1+R_2}{R_1}\right]}=\frac{R_2}{R_1}(1-\alpha)Vcc$$

ג. התנאי לביצוע חד יציב נמצא בסעיף ב', אולם נמצא אותו שוב בדרך שונה. לשם כך נדרוש פשוט $T>0$:

$$T=-(R_1+R_2)C\cdot\ln\left[(1-\alpha)\frac{R_1+R_2}{R_1}\right]>0$$

$$\ln\left[(1-\alpha)\frac{R_1+R_2}{R_1}\right]<0$$

$$0<\left[(1-\alpha)\frac{R_1+R_2}{R_1}\right]<1$$

$$\frac{R_2}{R_1+R_2}<\alpha<1$$

ד. לחישוב זמן התאוששות נשים לב שלאחר ש V_R מגיע ל V_{TH} Vout יורד ל 0 ולכן במתחי V_R ו V_{R2} יש ירידה בשיעור:

$$\frac{R_2}{R_1+R_2}Vcc$$

לכן המתחים שיתקבלו בנק' לאחר השינוי:

$$V_R\left(T^+\right)=V_{TH}-\frac{R_2}{R_1+R_2}Vcc=\left(\alpha-\frac{R_2}{R_1+R_2}\right)Vcc$$

$$V_{R2}\left(T^+\right)=\frac{R_2}{R_1}(1-\alpha)Vcc-\frac{R_2}{R_1+R_2}Vcc$$

מי שיקבע את זמן ההתאוששות הוא V_R כיוון שהוא זה חשוב עבור הפולס הבא (ערך המתח שלו בלבד קובע את הזמן הלא יציב של הפולס הבא).
לכן נבדוק תוך כמה זמן יגיע המתח בנק' לערך βVcc:

$$V_R(\infty)=0, V_R(0)=\left(\alpha-\frac{R_2}{R_1+R_2}\right)Vcc, \tau=(R_1+R_2)C$$

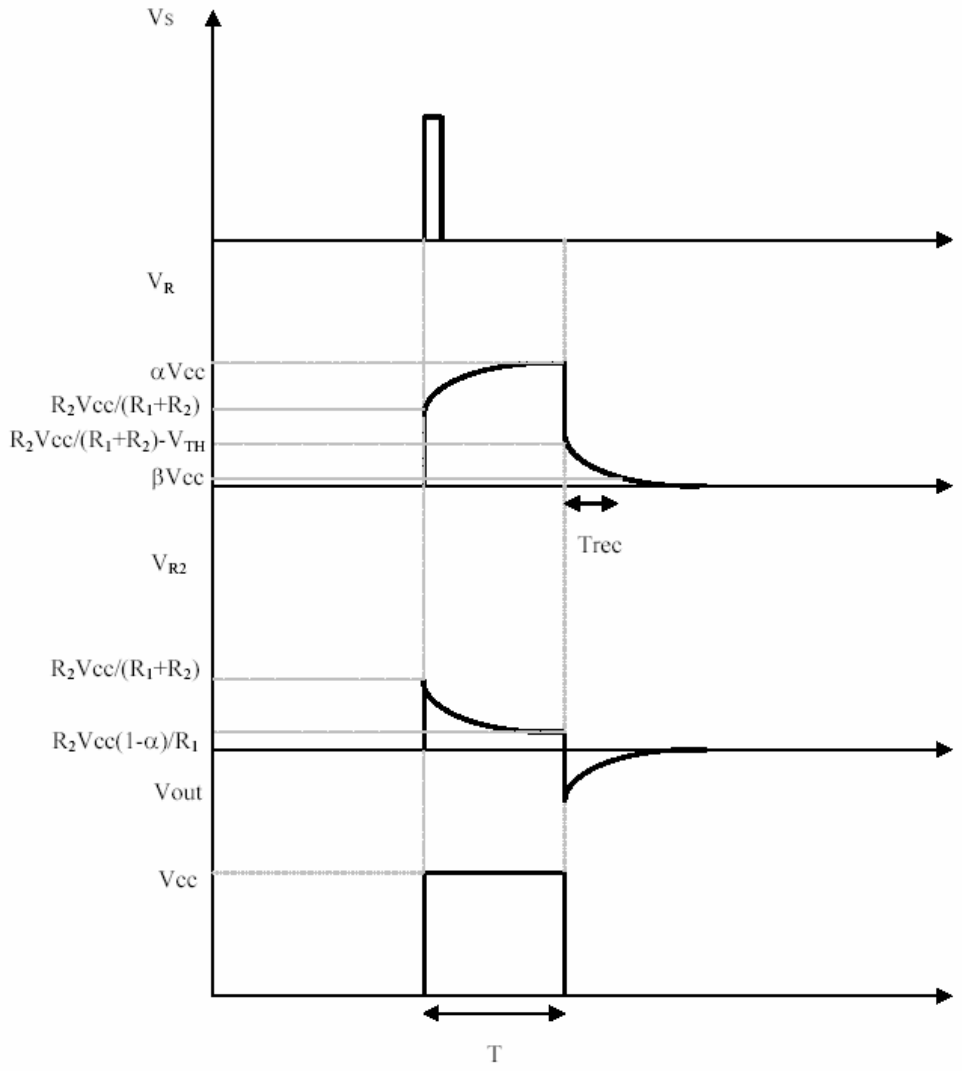
$$V_R(t)=\left(\alpha-\frac{R_2}{R_1+R_2}\right)e^{-\frac{t}{\tau}}=Vcc\left(1-\frac{R_2}{R_1+R_2}\right)e^{-\frac{t}{\tau}}$$

We are looking for the time, T, where $V_R(Trec)=\beta Vcc$

$$\beta=\left(\alpha-\frac{R_2}{R_1+R_2}\right)e^{-\frac{Trec}{\tau}}$$

$$Trec=-(R_1+R_2)C\cdot\ln\left[\beta\frac{R_1+R_2}{(R_1+R_2)\alpha-R_2}\right]$$

נשרטט את האותות:



<u>שאלה 3:</u>

א. נשים לב שלעומת הדוגמא מההרצאה, בזמן טעינת הקבל C מתח היעד הוא Vin ולא Vcc. המתח ההתחלתי והסופי בזמן הטעינה והפריקה אינם משתנים (ונשארים 1/3Vcc ו-2/3Vcc) מפני שהם נשלטים ע"י רכיב ה-555.

לכן ההשפעה היחידה של השינוי שבוצע למעגל המקורי תהיה בזמן T_H – זמן הטעינה של הקבל:

$$V_0 = \tfrac{1}{3}Vcc \quad \underline{V_\infty = Vin} \quad \tau = (R_1 + R_2)C \qquad V(T_H) = \tfrac{2}{3}Vcc$$

$$\Rightarrow \quad T_H = \tau \ln\left(\frac{V_\infty - V_0}{V_\infty - V_T}\right) = \underline{\underline{(R_1 + R_2)C \ln\left(\frac{Vin - \frac{1}{3}Vcc}{Vin - \frac{2}{3}Vcc}\right)}}$$

← מכאן נגזרת הדרישה על Vin : על מנת ש-T_H יהיה חיובי נדרש ש- $\underline{Vin>2/3Vcc}$.

T_L מחושב כמו במעגל המקורי שבתרגול :

$$V_0 = \tfrac{2}{3}Vcc \quad \underline{V_\infty = 0} \quad \tau = R_1 C \qquad V(T_L) = \tfrac{1}{3}Vcc$$

$$\Rightarrow \quad T_L = \tau \ln\left(\frac{V_\infty - V_0}{V_\infty - V_T}\right) = R_1 C \ln\left(\frac{\frac{2}{3}Vcc}{\frac{1}{3}Vcc}\right) = R_1 C \ln 2$$

ב. עבור Vin=Vcc אנו חוזרים למעגל המקורי שבו התקיים :

$$T_H = (R_1 + R_2)C\ln 2 \qquad T_L = R_1 C \ln 2 \qquad T = T_H + T_L = (2R_1 + R_2)C\ln 2$$

$$D.C. = \frac{T_H}{T_H + T_L} = \frac{R_1 + R_2}{2R_1 + R_2} = 0.6 \quad \Rightarrow \quad R_1 + R_2 = 1.2R_1 + 0.6R_2 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad 0.2R_1 = 0.4R_2 \quad \Rightarrow \quad R_1 = 2R_2$$

$$f = 1KHz \quad \Rightarrow \quad T = f^{-1} = 10^{-3}\sec = (2R_1 + R_2)C\ln 2 = 5R_2 C\ln 2$$

$$\text{Let's set C to be}: C = 0.1\mu F = 10^{-7}F \quad \Rightarrow \quad 10^{-3} = 5\cdot 10^{-7}\ln 2R_2 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad R_2 = \frac{10^4}{5\ln 2}\Omega = 2885\Omega = 2.885K \quad \Rightarrow \quad R_1 = 2R_2 = 5.771K$$

ג. נשים לב שבמעגל המקורי (שהוצג בשיעורים) לא ניתן היה להשיג D.C.<50%, ואילו עם השינוי שהוכנס ניתן להשיג את הדבר, מפני שהגדלת Vin שומרת על אותו T_L, אבל מקטינה את T_H ובכך גם את ה-D.C.

$$D.C. = \frac{T_H}{T_H + T_L} \quad \Rightarrow \quad T_H(1 - D.C.) = D.C.\cdot T_L \quad \Rightarrow \quad T_H = \frac{D.C.\cdot T_L}{1 - D.C.}$$

כיוון שאנו משתמשים בנגדים (ובקבל) מסעיף ב', ו-T_L לא מושפע משינוי Vin, נובע :

$$T_L = T_{L,old} = (1 - D.C._{old})\cdot T_{old} = 0.4\cdot 10^{-3}\sec \quad \Rightarrow \quad T_H = \frac{D.C.}{1 - D.C.}T_L = \frac{0.3}{0.7}T_L = 3/7\,T_L$$

נציב את הביטוי ל-T_H שמצאנו בסעיף א' :

$$T_H = (R_1 + R_2)C\ln\left(\frac{Vin - \frac{1}{3}Vcc}{Vin - \frac{2}{3}Vcc}\right) = 3R_2 C\ln\left(\frac{Vin - \frac{1}{3}Vcc}{Vin - \frac{2}{3}Vcc}\right) = 3/7\,T_L \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \ln\left(\frac{Vin - \frac{1}{3}Vcc}{Vin - \frac{2}{3}Vcc}\right) = \frac{T_L}{7R_2 C} = \frac{0.4\cdot 10^{-3}}{7\cdot 2885\cdot 10^{-7}} = 0.1981 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \frac{Vin - \frac{1}{3}Vcc}{Vin - \frac{2}{3}Vcc} = e^{0.1981} = 1.219 \quad \Rightarrow \quad Vin(1.219 - 1) = Vcc/3\cdot(2\cdot 1.219 - 1) \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad 0.219Vin = 0.479Vcc = 2.397 \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{Vin = 10.94V}}$$

נשאר לחשב את תדר תנודות המעגל החדש :

$$T_H = 3/7\,T_L \quad \Rightarrow \quad T_{new} = T_H + T_L = 10/7\,T_L = 10/7\left(1 - D.C._{old}\right)\cdot T_{old}$$

$$\Rightarrow \quad f_{new} = T_{new}^{-1} = \frac{7}{10\left(1 - D.C._{old}\right)}T_{old}^{-1} = \frac{7}{10\cdot 0.4}f_{old} = \frac{7}{4}\cdot 1KHz$$

$$\Rightarrow \quad \underline{\underline{f_{new} = 1.75KHz}}$$

<u>שאלה 4:</u>

$$DC = \frac{C(R_A + R_B)\ln(1.5)}{C(R_A + R_B)\ln(1.5) + CR_B\ln(2)} = 53.1\%$$

$$T = C(R_A + R_B)\ln(1.5) + CR_B\ln(2) = 5.81\mu s$$

שאלה 5:

א. לפני מתן אות הדרבון, בהנחה שעבר מספיק זמן משנוי קודם כך שהמעגל במצב יציב, אין זרם דרך הקבל ולכן גם אין זרם בנגד: $V_R(t<0) = 0$ כלומר Q_5 קטוע.

כמו כן Q_1 קטוע כי $V_{trig}(t<0) = 0$.

לא זורם זרם דרך Q_4 (כיוון ש - Q_5 ו- Q_1 קטועים) ומכאן ש – Q_4 נמצא בסף רוויה – קטעון. בדומה לחישוב V_{OH} במהפך NMOS עם עומס עידוד הולכה מקוצר GD , נחשב את V_{out} כסף רוויה-קטעון לפי: $V_{out} = V_{DD} - V_T(V_{out})$

ונקבל (בהזנחת אפקט מצע): $V_{out} = V_{DD} - V_T = 10[v]$.

Q_2 מוליך ($V_{GS2} > V_T$) נניח במצב אוהמי ($V_{out} = V_{G2} = 10[v]$).

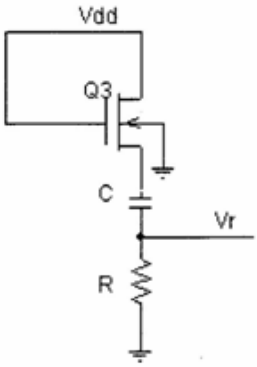
Q_3 בהכרח מוליך ולכן ברוויה (NMOS עידוד הולכה מקוצר GD).

נמצא את V_c מהשוואת הזרמים:

$$I_{D2} = \frac{K_2}{2}\left[2(10 - V_T)V_C - V_C^2\right] = \frac{K_3}{2}\left[V_{DD} - V_C - V_T\right]^2 = I_{D3}$$

הפתרון המתאים של המשוואה הריבועית: $V_C(t<0) = 0.91[v]$ ואכן Q_2 במצב אוהמי.

ב. בזמן הדרבון מוליך Q_1 ו"שואב" זרם מ – Q_4 . Q_4 מוליך ברוויה ולכן ($V_{GS4} - V_T$) חיובי ממש. לכן V_{out} קטן ועמו קטן V_{GS2} ו – Q_2 נקטע. Q_3 טוען את C דרך R , V_R גדל, Q_5 נכנס להולכה ושומר על V_{out} נמוך גם לאחר אות הדרבון.



מציאת $V_R(0^+)$

מעגל טעינת הקבל:

$$\frac{K_3}{2}\left(V_{DD} - V_C(t) - V_R(t) - V_T\right)^2 = \frac{V_R(t)}{R}$$

עבור $t = 0$ נציב $V_C(0) = 0.91[v]$

ונקבל: $V_R(0^+) = \underline{8.21[v]}$

מציאת $V_{out}(0^+)$

בהנחה ש- Q_5 במצב אוהמי:

$$\frac{K_4}{2}\left[V_{DD} - V_{out}(t) - V_T\right]^2 = \frac{K_5}{2}\left[2(V_R(t) - V_T)V_{out}(t) - V_{out}(t)^2\right]$$

נציב $V_R(0^+)$ ונקבל $V_{out}(0^+) = \underline{1.47[v]}$ (ואכן Q_5 באוהמי) מכאן ש- Q2 קטוע לאחר הפסקת הדרבון.

ג. Q_3 טוען את C. עם התקדמות הטעינה זרם הטעינה קטן,V_R קטן ו- V_{out} גדל.

נמצא את הזמן T שבו מגיע V_{out} ל- V_{T2}.

נעשה זאת תוך שימוש ב - $T = \frac{C\Delta V_C}{I_{av}}$.

בידנו $V_C(0)$ ודרוש למצוא את $V_C(T), I_C(T), I_C(0)$.

חישוב $I_C(0^+)$

ניתן לחשב למשל על ידי: $I_C(0^+) = \frac{V_R(0^-)}{R} = 0.077[mA]$

חישוב $I_C(T)$

בזמן T $V_{DS5}(T) = V_{T2} = 5[v]$ $V_{GS5}(T) < V_{GS5}(0) = 8.21[v]$

לכן בזמן T $V_{GS5}-V_T < V_{DS5}$ לכן Q_5 ברוויה.

$$I_{D5}(T) = \frac{K_5}{2}[V_R(T) - V_T]^2 = \frac{K_4}{2}[V_{DD} - V_{out}(T) - V_T]^2 = I_{D4}(T)$$

פתרון המשוואה נותן: $V_R(T) = 6.58[v]$

לכן: $I_C(T) = \frac{V_R(T)}{R} = 0.062[mA]$

חישוב $V_C(T)$

$$I_C(T) = \frac{K_3}{2}(V_{GS3}(T) - V_T)^2$$

מכאן מקבלים ש: $V_{GS3}(T) = 5.76[v]$

המתח על הקבל: $V_C(T) = V_{DD} - V_{GS3}(T) - V_R(T) = 2.63[v]$

חישוב T

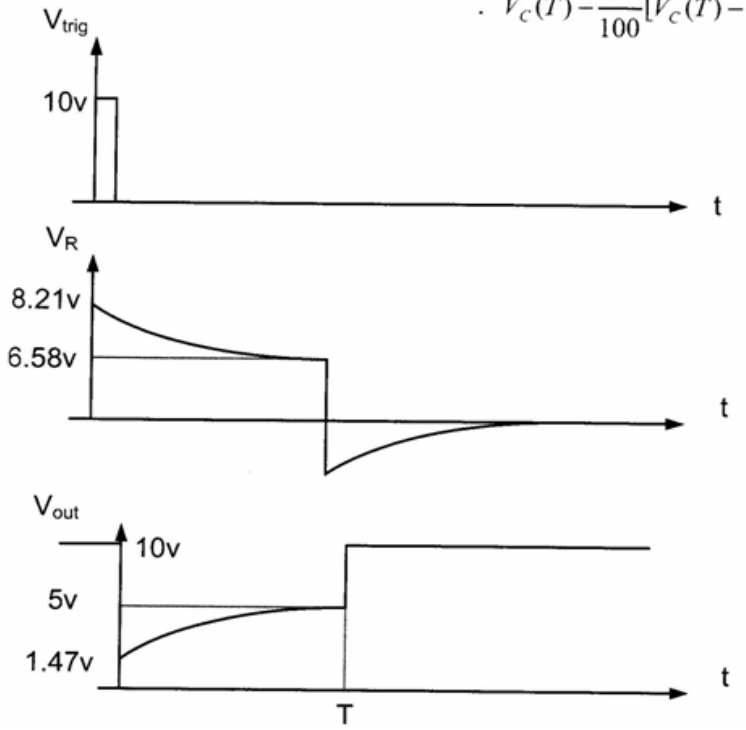
$$I_{av} = \frac{I_C(0^-) + I_C(T^-)}{2} = 0.0695[mA]$$

$$T = \frac{C\Delta V_C}{I_{av}} = \frac{C(2.63 - 0.91)V}{0.0695mA} = C(24.74\frac{V}{mA})$$

מה קורה בזמן T ?

V_{out} מגיע ל V_{T2}, Q_2 נכנס להולכה, הקבל נפרק, כיוון הזרם ב R מתהפך ולכן V_R נעשה שלילי, Q_5 נקטע ולכן V_{out} שב להיות $V_{CC} - V_T = 10[v]$.

Q_2 ממשיך לפרוק את C עד להתייצבות.

הזמן T_R נקרא זמן התאוששות. זהו הזמן הדרוש עד לביצוע 90% מהפריקה, כלומר עד

שהמתח על C הוא $V_C(T)-\frac{90}{100}[V_C(T)-V_C(0)]$.