תכן לוגי מתקדם – סיכום

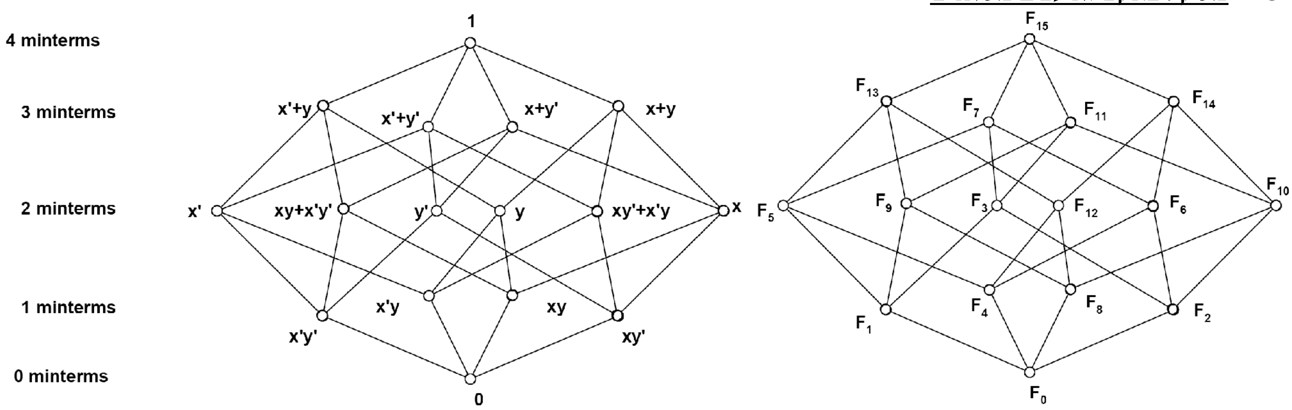
1. טבלת פונקציות עם 2 משתנים

x_0	0	1	0	1	Content of
x_1	0	0	1	1	the functions
$F_0(X)$	0	0	0	0	Constant 0
$F_1(X)$	1	0	0	0	Piers Arrow (NOR) $x_0 \downarrow x_1$
$F_2(X)$	0	1	0	0	x_0 AND Not x_1
$F_3(X)$	1	1	0	0	Not x_1
$F_4(X)$	0	0	1	0	Not x_0 AND x_1
$F_5(X)$	1	0	1	0	Not x_0
$F_6(X)$	0	1	1	0	Sum by Modulo 2 $x_0 \oplus x_1$
$F_7(X)$	1	1	1	0	Shaffer Touch (NAND) $x_0 \vert x_1$
$F_8(X)$	0	0	0	1	x_0 AND x_1 $x_0 \& x_1$ $(x_0 x_1)$
$F_9(X)$	1	0	0	1	Equivalence $x_0 \sim x_1$
$F_{10}(X)$	0	1	0	1	x_0
$F_{11}(X)$	1	1	0	1	Implication $x_1 \rightarrow x_0$
$F_{12}(X)$	0	0	1	1	x_1
$F_{13}(X)$	1	0	1	1	Implication $x_0 \rightarrow x_1$
$F_{14}(X)$	0	1	1	1	OR $x_0 + x_1$ $(x_0 \text{ v } x_1)$
$F_{15}(X)$	1	1	1	1	Constant 1

2. טבלת פונקציות עם משתנה יחיד

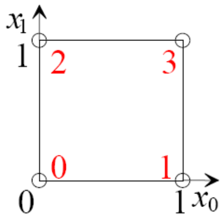
Functions $F_J(X)$	X = 0	X = 1	Content of the function
$F_0(X)$	0	0	Constant 0 $F_0(X)=0$
$F_1(X)$	1	0	Inversion (Negation) - $F_1(X) = \overline{X}$
$F_2(X)$	0	1	Variable $F_2(X)=X$
$F_3(X)$	1	1	Constant 1 $F_3(X)=1$

3. משקל פונקציות עם 2 משתנים

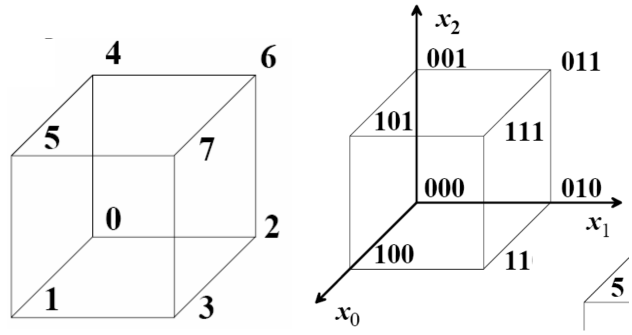


4. **תרשים קוביות**

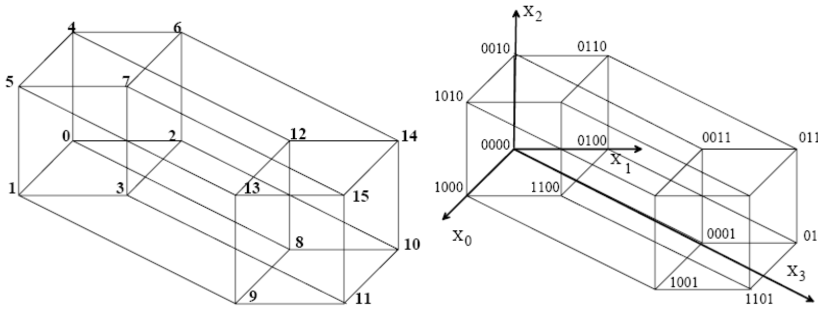
4.1. 2 משתנים



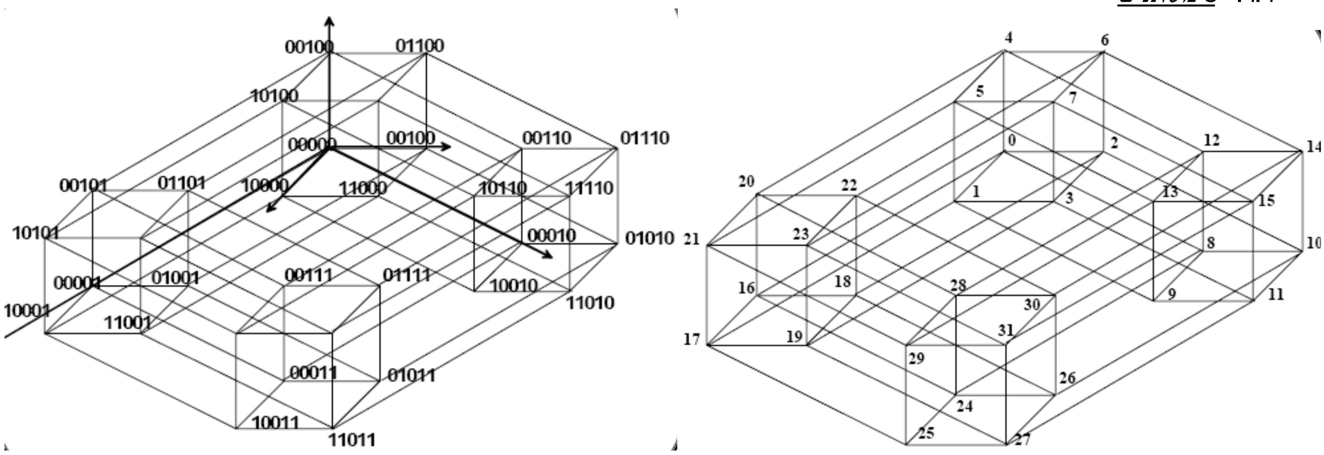
4.2. 3 משתנים



4.3. 4 משתנים



4.4. 5 משתנים



5. ביטויים בוליאנים חשובים

$$f_1(x_n)f_2(x_n)+f_1(x_n)f_3(x_n)+f_2(x_n)\overline{f_3(x_n)}=f_1(x_n)f_3(x_n)+f_2(x_n)\overline{f_3(x_n)}$$
$$x_0+x_0x_1=x_0(1+x_1)=x_0$$
$$x_0+x_0\bar{x}_1=(x_0+x_0x_1)+\bar{x}_0x_1=x_0+(x_0x_1+\bar{x}_0x_1)=x_0+x_1$$
$$x_0x_1+x_0\bar{x}_1=x_0(x_1+\bar{x}_1)=x_0$$
$$x_0\oplus x_0x_1=x_0(1\oplus x_1)=x_0\bar{x}_1$$
$$x_0\to x_0x_1=\bar{x}_0+x_0x_1=\bar{x}_0+x_1=x_0\to x_1$$
$$x_0\to \bar{x}_0x_1=\bar{x}_0+\bar{x}_0x_1=\bar{x}_0$$
$$x_0x_1\to x_0=\overline{x_0x_1}+x_0=\bar{x}_0+\bar{x}_1+x_0=1$$
$$\bar{x}_0x_1\to x_0=\overline{\bar{x}_0x_1}+x_0=x_0+\bar{x}_1+x_0=x_0+\bar{x}_1=x_1\to x_0$$
$$(x_0\to x_1)\to x_1=\overline{\bar{x}_0+x_1}+x_1=x_0\bar{x}_1+x_1=x_0+x_1=\bar{x}_0\to x_1$$
$$x_1=x_1\oplus 0$$
$$\bar{x}_1=x_1\oplus 1$$
$$x+y=x\oplus y\oplus xy$$
$$f(x,y)=x+y\xleftrightarrow[=]{when=SOP}x\oplus y$$
$$f(x,y)=\bar{x}+y\xleftrightarrow[=]{when=SOP}(x\oplus 1)\oplus y$$

6. משפטי XOR $\oplus$:

$$x\oplus y=y\oplus x$$
$$x\oplus(y\oplus z)=(y\oplus x)\oplus z$$
$$x(y\oplus z)=(xy)\oplus(xz)$$

7. משפטי "גורר" $\to$:

$$x\to y=\bar{y}\to\bar{x}$$
$$x+y=\bar{x}\to y$$
$$\bar{x}+y=x\to y$$
$$xy=\overline{\overline{xy}}=\overline{x\to\bar{y}}$$
$$\bar{x}=x\to 0$$

8. משפטי NAND | :

$$x\mid y=y\mid x$$
$$x\mid(y\mid z)\neq(y\mid x)\mid z$$
$$x+y=\overline{\overline{x+y}}=\overline{\bar{x}\cdot\bar{y}}=\bar{x}\mid\bar{y}=x\mid x\mid y\mid y$$
$$xy=\overline{x\mid y}=x\mid y\mid x\mid y$$
$$\bar{x}=x\mid x$$

9. משפטי NOR $\uparrow$ או $\downarrow$:

$$x\uparrow y=y\uparrow x$$
$$x+y=(x\uparrow y)\uparrow(x\uparrow y)$$
$$xy=(x\uparrow x)\uparrow(y\uparrow y)$$
$$\bar{x}=x\uparrow x$$

10. משפטי NAND ל- NOR :

$$(x\mid y)\mid(x\mid z)=\bar{x}\uparrow(y\uparrow z)$$
$$\bar{x}\mid(y\mid z)=(x\uparrow y)\uparrow(x\uparrow z)$$
$$(x\mid y)\uparrow(x\mid z)=\bar{x}\uparrow(y\mid z)$$
$$(x\uparrow y)\mid(x\uparrow z)=\bar{x}\mid(y\uparrow z)$$
$$(w\mid x)\uparrow(y\mid z)=\bar{w}\uparrow\overline{\bar{x}\uparrow\overline{\bar{y}\uparrow\bar{z}}}$$
$$(w\uparrow x)\mid(y\uparrow z)=\bar{w}\mid\overline{\bar{x}\mid\overline{\bar{y}\mid\bar{z}}}$$

11. **NPN Classification**

11.1. Class

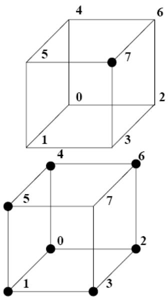
11.1.1. ביטוי, אשר ע"י שלילת הכניסה, שלילת היציאה או החלפת משתנים, ניתן לקבל אוסף ביטויים שונים

11.1.2. התאמה בין פונקציות לאותו Class מתרחשת כאשר ל-2 הפונקציות יש התאמה בכמות הקודקודים/אפסים וניתן NPN בפונקציה אחת לקבלת הפונקציה השנייה.

11.2. טבלה של 1,2 או 3 משתנים

# of variables	All functions	P	NP	NPN
0	0	0	0	0
	1	1	1	
1	x , y	x	x	x
	$\bar{x}$, $\bar{y}$	$\bar{x}$		
	xy	xy	xy	xy
	$\bar{x}\ y$	$\bar{x}\ y$		
	$x\ \bar{y}$			
	$\bar{x}\ \bar{y}$	$\bar{x}\ \bar{y}$		
2	$x+y$	$x+y$	$x+y$	
	$\bar{x}+y$	$\bar{x}+y$		
	$x+\bar{y}$			
	$x+y$	$x+y$		
	$x \oplus y$	$x \oplus y$	$x \oplus y$	$x \oplus y$
	$\bar{x} \oplus y$	$\bar{x} \oplus y$		

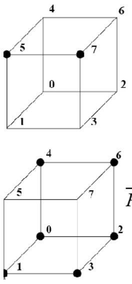
C_1 $N(C_1)=16$



$$F(X)=X^7=x_0x_1x_2$$

$$\overline{F(X)}=\overline{X^7}=\bar{x}_0+\bar{x}_1+\bar{x}_2$$

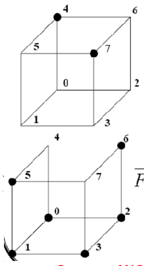
C_2 $N(C_2)=24$



$$F(X)=X^7+X^5=x_0x_1x_2+x_0\bar{x}_1x_2$$

$$\overline{F(X)}=\overline{X^7}\bullet\overline{X^5}=(\bar{x}_0+\bar{x}_1+\bar{x}_2)(\bar{x}_0+x_1+\bar{x}_2$$

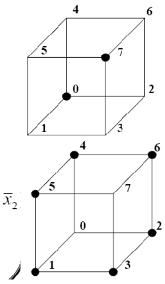
C_3 $N(C_3)=24$



$$F(X)=X^7+X^4=x_0x_1x_2+x_0x_1x_2$$

$$\overline{F(X)}=\overline{X^7}\bullet\overline{X^4}=(\bar{x}_0+\bar{x}_1+\bar{x}_2)(x_0+x_1+\bar{x}_2$$

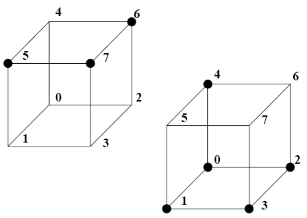
C_4 $N(C_4)=8$



$$F(X)=X^7+X^0=x_0x_1x_2+\bar{x}_0\bar{x}_1\bar{x}_2$$

$$\overline{F(X)}=\overline{X^7}\bullet\overline{X^0}=$$
$$=(\bar{x}_0+\bar{x}_1+\bar{x}_2)(x_0+x_1+x_2)$$

C_5 $N(C_5)=48$

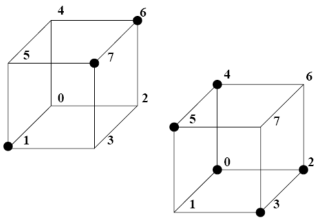


$$F(X)=X^7+X^6+X^5=x_0x_1x_2+\bar{x}_0x_1x_2+x_0\bar{x}_1x_2$$

$$\overline{F(X)}=\overline{X^7}\bullet\overline{X^6}\bullet\overline{X^5}=$$
$$=(\bar{x}_0+\bar{x}_1+\bar{x}_2)(x_0+\bar{x}_1+\bar{x}_2)(\bar{x}_0+x_1+\bar{x}_2)$$

Transparency No 1-12

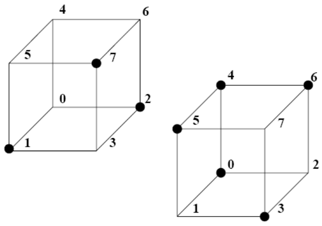
C_6 $N(C_6)=48$



$$F(X)=X^7+X^6+X^1=x_0x_1x_2+\bar{x}_0x_1x_2+x_0\bar{x}_1\bar{x}_2$$

$$\overline{F(X)}=\overline{X^7}\bullet\overline{X^6}\bullet\overline{X^1}=$$
$$=(\bar{x}_0+\bar{x}_1+\bar{x}_2)(x_0+\bar{x}_1+\bar{x}_2)(\bar{x}_0+x_1+x_2)$$

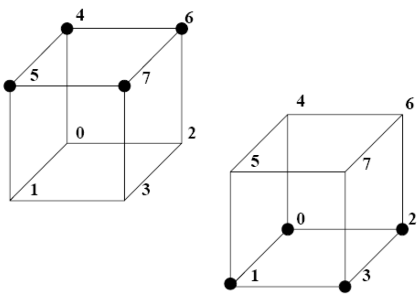
C_7 $N(C_7)=16$



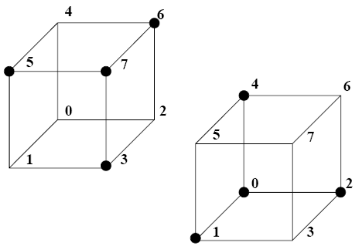
$$F(X)=X^7+X^2+X^1=x_0x_1x_2+\bar{x}_0x_1\bar{x}_2+x_0\bar{x}_1\bar{x}_2$$

$$\overline{F(X)}=\overline{X^7}\bullet\overline{X^2}\bullet\overline{X^1}=$$
$$=(\bar{x}_0+\bar{x}_1+\bar{x}_2)(x_0+\bar{x}_1+x_2)(\bar{x}_0+x_1+x_2)$$

C_8 $N(C_8)=6$



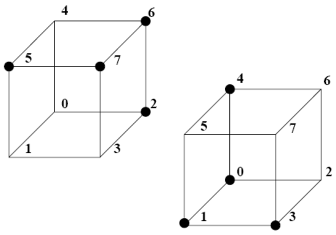
C_9 $N(C_9)=8$



$$F(X)=X^7+X^6+X^5+X^3=$$
$$=x_0x_1x_2+\bar{x}_0x_1x_2+x_0\bar{x}_1x_2+x_0x_1\bar{x}_2$$

$$\overline{F(X)}=\overline{X^7}\bullet\overline{X^6}\bullet\overline{X^5}\bullet\overline{X^1}=X^4+X^2+X^1+X^0$$

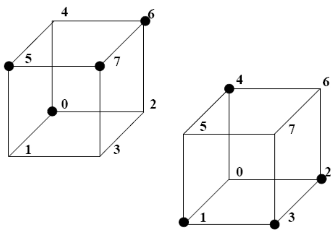
C_{10} $N(C_{10})=24$



$$F(X)=X^7+X^6+X^5+X^2=$$
$$=x_0x_1x_2+\bar{x}_0x_1x_2+x_0\bar{x}_1x_2+\bar{x}_0x_1\bar{x}_2$$

$$\overline{F(X)}=\overline{X^7}\bullet\overline{X^6}\bullet\overline{X^5}\bullet\overline{X^2}=X^4+X^3+X^1+X^0$$

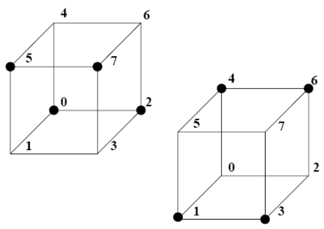
C_{11} $N(C_{11})=24$



$$F(X)=X^7+X^6+X^5+X^0=$$
$$=x_0x_1x_2+\bar{x}_0x_1x_2+x_0\bar{x}_1x_2+\bar{x}_0\bar{x}_1\bar{x}_2$$

$$\overline{F(X)}=\overline{X^7}\bullet\overline{X^6}\bullet\overline{X^5}\bullet\overline{X^0}=X^4+X^3+X^1+X^2$$

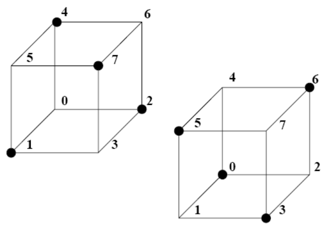
C_{12} $N(C_{12})=6$



$$F(X)=X^7+X^5+X^2+X^0=$$
$$=x_0x_1x_2+x_0\bar{x}_1x_2+\bar{x}_0x_1\bar{x}_2+\bar{x}_0\bar{x}_1\bar{x}_2$$

$$\overline{F(X)}=\overline{X^7}\bullet\overline{X^5}\bullet\overline{X^2}\bullet\overline{X^0}=X^4+X^6+X^1+X^3$$

C_{13} $N(C_{13})=2$



$$F(X)=X^7+X^4+X^2+X^1=$$
$$=x_0x_1x_2+\bar{x}_0\bar{x}_1x_2+\bar{x}_0x_1\bar{x}_2+x_0\bar{x}_1\bar{x}_2$$

$$\overline{F(X)}=\overline{X^7}\bullet\overline{X^4}\bullet\overline{X^2}\bullet\overline{X^1}=X^6+X^5+X^3+X^0$$

12. מונוטוניות

12.1. משתנה איזוטוני (isot)

12.1.1. משתנה אשר כל מופעיו בפונקציה הם חיוביים בלבד

12.2. משתנה אנטיטוני (antit)

12.2.1. משתנה אשר כל מופעיו בפונקציה הם שליליים בלבד

12.3. משתנה נונמונוטוני (non-mon)

12.3.1. משתנה אשר מופיע בפונקציה עם ערכים חיוביים וגם שליליים

12.4. פונקצייה מונוטונית

12.4.1. פונקצייה אשר המשתנים שלה הם איזוטוניים או אנטיטוניים בלבד

12.5. פונקצייה איזוטונית

12.5.1. פונקצייה אשר המשתנים שלה הם איזוטוניים בלבד

12.6. פונקצייה אנטיטונית

12.6.1. פונקצייה אשר המשתנים שלה הם אנטיטוניים בלבד

12.7. אלגוריתם הגדרת מונוטוניות :

12.7.1. לצמצם לביטוי SOP

12.7.2. לבדוק את המונוטוניות של המשתנים בפונקציה המתקבלת

12.8. פונקציה עולה/יורדת

12.8.1. עולה - בסידור ערכי כניסות המשתנים בסדר עולה נקבל שהפונקציה עוברת מ-0 ל-1

12.8.2. יורדת - בסידור ערכי כניסות המשתנים בסדר עולה נקבל שהפונקציה עוברת מ-1 ל-0

12.8.3. &, + : פונקציות עולות

12.8.4. NOR ,NAND : פונקציות יורדות

xy	&	+	NAND	NOR
00	0	0	1	1
01	0	1	1	0
10	0	1	1	0
11	1	1	0	0

13. Self-Dual – SD

13.1. פונקציית SD מוגדרת כאשר $F=\overline{F(\bar{x})}$

13.2. פונקציית antiSD מוגדרת כאשר $F=F(\bar{x})$

13.3. דרך נוספת –

13.3.1. כאשר סך הקודקודים שערכם 1 שווה לסך הקודקודים שערכם 0

13.3.2. כאשר בשרטוט הקוביות מול כל קודקוד=1 קיים באלכסון הגדול קודקוד=0

13.4. משפטי :SD

13.4.1. כמות הפונקציות SD - $2^{\left(2^{(n-1)}\right)}$

13.4.2. כמות סוגי הכניסות לפונקציה SD שתיתן במוצא 1 היא $2^{(n-1)}$

13.4.3. ע"י הוספת מימדים ניתן להפוך פונקציה שהיא לא SD לפונקציה SD

13.5. פונקציות SD עבור :

13.5.1. 2 משתנים

13.5.1.1. $x\ ,\ y\ ,\ \bar{x}\ ,\ \bar{y}$

13.5.2. 3 משתנים

13.5.2.1. $Class6\ ,\ x\oplus y\oplus z\ ,\ \overline{x\oplus y\oplus z}\ ,\ Class9$

14. סימטריות

14.1. בהחלפת סדר בין כל 2 משתנים, נקבל את אותה פונקציה $F(x_i,x_j,Y)=F(x_j,x_i,Y)$

14.2. לפונקציה סימטרית לא משנה סדר המשתנים בכניסה

14.3. לפונקציה סימטרית משנה כמות ה-1 וכמות ה-0 בכניסה (משקל המינג את הכניסה)

15. S_k^n

15.1. פונקציה אלמנטרית סימטרית

15.2. n – כמות המשתנים בפונקציה

15.3. k – הפונקציה תוציא 1 כאשר יש k אחדות בכניסה

15.4. ניתן להגדיר n+1 פונקציות אלמטריות סימטריות, כלומר $2^{(n+1)}$ פוקציות סימטריות עם n משתנים

15.5. דוגמא: $S_3^3=xyz\ ,\ S_2^3=xy\bar{z}+x\bar{y}z+\bar{x}yz\ ,\ S_1^3=x\bar{y}\bar{z}+\bar{x}y\bar{z}+\bar{x}\bar{y}z\ ,\ S_0^3=\bar{x}\bar{y}\bar{z}$

15.6. חיבור של פונקציות אלמנטריות סימטריות יתן פונקציה סימטרית (אך לא אלמנטרית)

15.7. כל פונקציה סימטרית היא סכום של פונקציות סימטריות

15.8. ניתן לפרק פונקציה סימטרית אלמנטרית בעלת n משתנים ל-2 קבוצות בגודל m משתנים ו-(n-m) משתנים. כאשר שומרים על משקל המינג הכללי בכל מכפלה

$$S_k^n=\sum_{j=0}^{k}S_j^m\cdot S_{k-j}^{n-m}\rightarrow S_2^4=S_2^2\cdot S_0^2+S_1^2\cdot S_1^2+S_0^2\cdot S_2^2=(wx\cdot\overline{yz})+\left((w\bar{x}+\bar{w}x)\cdot(y\bar{z}+\bar{y}z)\right)+(\overline{wx}\cdot yz)$$

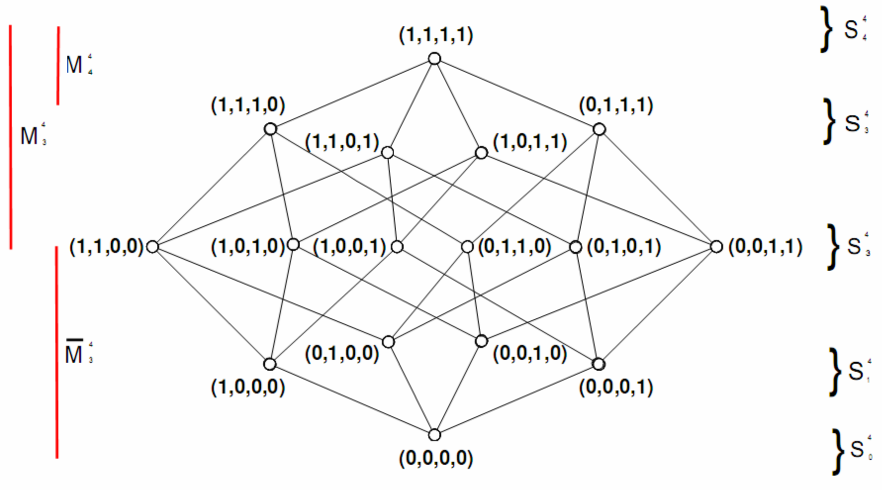
16. $\underline{M_k^n}$

16.1. <u>פונקציה מונוטונית סימטרית</u>

16.2. הגדרה: $M_k^n = \sum_{j=k}^{n} S_j^n = S_k^n + S_{k+1}^n + \ldots + S_n^n$

16.3. דוגמא: $M_2^3 = S_2^3 + S_3^3 = \left(xy\bar{z} + x\bar{y}z + \bar{x}yz\right) + \left(xyz\right) = xy + yz + xz$

16.4. אם נחבר פונקציות סימטריות צמודות נקבל פונקציה מונוטונית עולה



16.5. חילוץ פונקציה סימטרית מתוך פונקציות מונוטוניות סימטריות:

$$S_k^n = M_k^n \cdot \overline{M}_{k+1}^n$$

16.6. ניתן לפרק פונקציה מונוטונית סימטרית בעלת n משתנים ל-2 קבוצות בגודל k משתנים ו-(n-k) משתנים. כאשר שומרים על משקל המינג הכללי בכל מכפלה

$$M_k^n = \sum_{j=0}^{k} M_j^m \cdot M_{k-j}^{n-m} \rightarrow M_2^4 = M_2^2 \cdot M_0^2 + M_1^2 \cdot M_1^2 + M_0^2 \cdot M_2^2$$

17. <u>ליניאריות</u>

17.1. פונקציה אשר ניתן להציג אותה כביטוי, כאשר כל משתנה מופיע לבדו ולא תלוי באחר

$$f\left(x_1, x_2, \ldots, x_n\right) = a_0 \oplus a_1 x_1 \oplus a_2 x_2 \oplus \ldots \oplus a_n x_n$$

$$a \in \{0,1\}$$

17.2. כמות סוגי הפונקציות הליניאריות שניתן להרכיב מ-n משתנים היא $2^{(n+1)}$

17.3. פונקציות ליניאריות עבור 2 משתנים: $0,1, x\ , \bar{x} = x \oplus 1\ , y\ , \bar{y} = y \oplus 1\ , x \oplus y\ , \bar{x} \oplus y = x \oplus \bar{y}$

17.4. פונקציה ליניארית הוא SD או nonSD

17.4.1. תלוי אם סך המקדמים של משתני הפונקציה הוא זוגי או איזוגי

18. <u>משפט POST</u>

18.1. סט פעולות יוגדר כסט שלם אם בכל אחד מהתנאים הבאים הוא מכיל פעולה שאינה מקיימת את התנאי

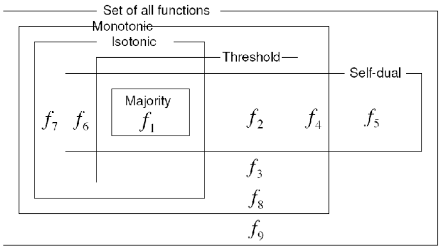
18.1.1. פונקציה משמרת 0 – הכנסת וקטור ה-0 יתן 0 ביציאה

18.1.2. פונקציה משמרת 1 – הכנסת וקטור ה-1 יתן 1 ביציאה

18.1.3. פונקציה SD

18.1.4. פונקציה איזוטונית

18.1.5. פונקציה לינארית



Function	0 preserve	1 preserve	S-D	Monotonic	Linear
NOT			+		+
An	+	+		+	
OR	+	+		+	
$x \rightarrow y$		+			
XOR	+				+
NOR					
NAND					
$x \leftrightarrow y$ (equ)		+			+
1		+		+	+
0	+			+	+
$x \oplus y \oplus z$	+	+	+		+

19. משפט שנון (Shannon)

19.1. פירוק לפי שנון

$$SOP \Rightarrow f\left(x_1, x_2, x_3, ..., x_n\right) = x_k f\left(x_1, x_2, x_3, .., 1, ., x_n\right) + \bar{x}_k f\left(x_1, x_2, x_3, .., 0, ., x_n\right)$$

$$POS \Rightarrow f\left(x_1, x_2, x_3, ..., x_n\right) = \left(x_k + f\left(x_1, x_2, x_3, .., 0, ., x_n\right)\right) \cdot \left(\bar{x}_k + f\left(x_1, x_2, x_3, .., 1, ., x_n\right)\right)$$

19.2. הרחבה לפי שנון

$$f\left(x_1, x_2, x_3, ..., x_n\right) = F$$

$$f\left(x_1, x_2, x_3, ..., x_n\right) = F\left(x_1 + \bar{x}_1\right) \cdot \left(x_2 + \bar{x}_2\right) \cdot \ldots \cdot \left(x_n + \bar{x}_n\right)$$

19.2.1. ניתן לרשום גם באופן מטריציוני

$$f\left(x_1, x_2, x_3, ..., x_n\right) = \underbrace{\left(\bigotimes_{i=1}^{n} X(1)\right)}_{all\ \min terns} \cdot \underbrace{\left(\bigotimes_{i=1}^{n} B(1)\right)}_{\substack{I_{nxn} \\ matrice}} \cdot \underbrace{(F)}_{\substack{main \\ function}}$$

$$\bigotimes_{i=1}^{n} X(1) = \left[\bar{x}_1 \quad x_1\right] \otimes \left[\bar{x}_2 \quad x_2\right] \otimes \ldots \otimes \left[\bar{x}_n \quad x_n\right]$$

$$\bigotimes_{i=1}^{n} B(1) = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & ... & 0 & 0 \\ 0 & 1 & & & 0 \\ ... & & ... & & ... \\ 0 & & & 1 & 0 \\ 0 & 0 & ... & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{nxn}$$

20. Reed/Muller – RM

20.1. אפשר לייצג כל פונקציה כביטוי:

$$f\left(x_1, x_2, ..., x_n\right) = a_0 \oplus \left(a_1 x_1 \oplus a_2 x_2 \oplus ... \oplus a_n x_n\right) \oplus \left(a_{1,2} x_1 x_2 \oplus a_{1,3} x_1 x_3 \oplus ... \oplus a_{n-1,n} x_{n-1} x_n\right) \oplus ... \oplus \left(a_{1,2...n} x_1 x_2 \cdot ... \cdot x_n\right)$$

$$a \in \{0,1\}$$

20.2. פירוק RM – דוגמא:

$$f = xy \vee yz \overset{shannon}{=} xy\left(z + \bar{z}\right) \vee yz\left(x + \bar{x}\right) = xyz + xy\bar{z} + xyz + \bar{x}yz = xyz + xy\bar{z} + \bar{x}yz \overset{ALL\_\min terms}{=}$$

$$= xyz \oplus xy(z \oplus 1) \oplus (x \oplus 1)yz = xyz \oplus xyz \oplus xy \oplus xyz \oplus yz = xy \oplus yz \oplus xyz$$

$$(= 0 \oplus 0 \cdot x \oplus 0 \cdot y \oplus 0 \cdot z \oplus 1 \cdot xy \oplus 0 \cdot xz \oplus 1 \cdot yz \oplus xyz)$$

20.3. הרחבה לפי RM:

$$f = \underbrace{\left(\bigotimes_{i=1}^{n} X_{RM}(1)\right)}_{RM-vector} \cdot \underbrace{\left(\bigotimes_{i=1}^{n} R(1)\right)}_{\substack{RM \\ matrice}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} f_0 \\ f_1 \end{pmatrix}}_{\substack{main \\ function}}$$

$$\xrightarrow{when} \bigotimes_{i=1}^{n} X_{RM}(1) = \left[1 \quad x_1\right] \otimes \left[1 \quad x_2\right] \otimes ... \otimes \left[1 \quad x_n\right] \xrightarrow{and\_when}, \bigotimes_{i=1}^{n} R(1) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R(n-1) & 0 \\ R(n-1) & R(n-1) \end{pmatrix} = ... = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & ... & 1 & 0 \\ 1 & 1 & & 1 & 1 \\ ... & & ... & & ... \\ 1 & 0 & & 1 & 0 \\ 1 & 1 & ... & 1 & 1 \end{pmatrix}}_{nxn}$$

20.3.1. הרחבה לפי RM – דוגמא:

$$n = 2$$

$$f = \left(\left[1 \quad x_1\right] \otimes \left[1 \quad x_2\right]\right) \cdot \underbrace{\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}\right)}_{\substack{I_{nxn} \\ matrice}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} f_{0,0} \\ f_{0,1} \\ f_{1,0} \\ f_{1,1} \end{pmatrix}}_{\substack{main \\ function}} = \left[1 \quad x_2 \quad x_1 \quad x_1 x_2\right] \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} f_{0,0} \\ f_{0,1} \\ f_{1,0} \\ f_{1,1} \end{pmatrix}$$

$$f = C_0 \oplus C_1 x_2 \oplus C_2 x_1 \oplus C_3 x_1 x_2$$

$$f = X(n) S$$

20.4. <u>דוגמא לפיתוח RM מלא:</u>

20.4.1. נתונה פונקציה

$$f(x_1,x_2,x_3)=(x_1+x_2x_3)(x_1x_2+\bar{x}_1x_2)$$

20.4.2. נחשב X(3)

$$X(3)=[1\quad x_1]\otimes[1\quad x_2]\otimes[1\quad x_3]=[1\quad x_1]\otimes[1\quad x_2\quad x_3\quad x_2x_3]=[1\quad x_2\quad x_3\quad x_2x_3\quad x_1\quad x_1x_2\quad x_1x_3\quad x_1x_2x_3]$$

20.4.3. נבצע פירוק RM

$$f(x_1,x_2,x_3)=(x_1+x_2x_3)(x_1x_2+\bar{x}_1x_2)=x_1x_2+x_1x_2x_3+x_1\bar{x}_1x_2+\bar{x}_1x_2x_3=x_1x_2+x_1x_2x_3+\bar{x}_1x_2x_3=$$

$$\overset{shannon}{=}\quad x_1x_2(x_3+\bar{x}_3)+x_1x_2x_3+\bar{x}_1x_2x_3=x_1x_2x_3+x_1x_2\bar{x}_3+x_1x_2x_3+\bar{x}_1x_2x_3=$$

$$x_1x_2x_3+x_1x_2\bar{x}_3+\bar{x}_1x_2x_3=\sum(3,6,7)=[00100110]=truth\_vector$$

20.4.4. נחשב את S (דרך א)

$$f(x_1,x_2,x_3)=x_1x_2x_3+x_1x_2\bar{x}_3+\bar{x}_1x_2x_3\overset{ALL\_\min terms}{=}x_1x_2x_3\oplus x_1x_2(x_3\oplus1)\oplus(x_1\oplus1)x_2x_3=$$

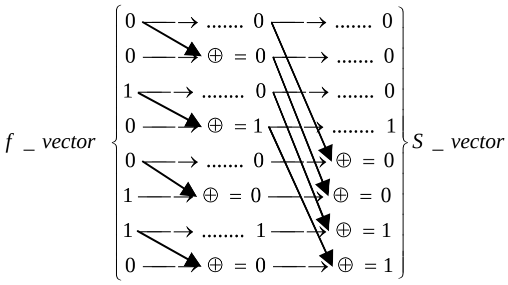
$$=x_1x_2x_3\oplus x_1x_2x_3\oplus x_1x_2\oplus x_1x_2x_3\oplus x_2x_3=x_1x_2\oplus x_2x_3\oplus x_1x_2x_3$$

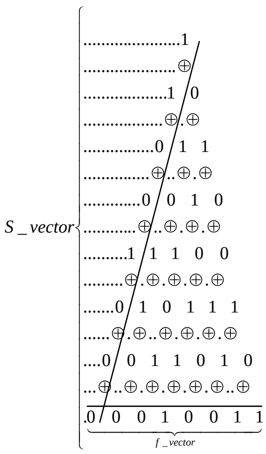
$$f(x_1,x_2,x_3)=X(3)\cdot S=[1\quad x_2\quad x_3\quad x_2x_3\quad x_1\quad x_1x_2\quad x_1x_3\quad x_1x_2x_3]\cdot S$$

$$S=[0\quad 0\quad 0\quad 1\quad 0\quad 0\quad 1\quad 1]$$

20.4.5. נחשב את S (דרך ב או ג)

$$f(x_1,x_2,x_3)=x_1x_2x_3+x_1x_2\bar{x}_3+\bar{x}_1x_2x_3==\sum(3,6,7)=[00010011]=truth\_vector$$





20.4.6. ואז

$$f=X(3)\cdot S$$

20.4.7. אם הפונקציה הייתה נתונה עם פולריות

$$P=(0,1,0)$$

20.4.7.1. אז נחשב R(3)

$$P=(0,1,0)\longrightarrow R(3)=\overset{0}{\begin{bmatrix}1&0\\1&1\end{bmatrix}}\otimes\overset{1}{\begin{bmatrix}0&1\\1&1\end{bmatrix}}\otimes\overset{0}{\begin{bmatrix}1&0\\1&1\end{bmatrix}}=\begin{bmatrix}\begin{bmatrix}1&0\\1&1\end{bmatrix}\cdot0&\begin{bmatrix}1&0\\1&1\end{bmatrix}\cdot1\\\begin{bmatrix}1&0\\1&1\end{bmatrix}\cdot1&\begin{bmatrix}1&0\\1&1\end{bmatrix}\cdot1\end{bmatrix}\otimes\begin{bmatrix}1&0\\1&1\end{bmatrix}=$$

$$=\begin{bmatrix}\begin{bmatrix}\begin{bmatrix}1&0\\1&1\end{bmatrix}\cdot0&\begin{bmatrix}1&0\\1&1\end{bmatrix}\cdot1\\\begin{bmatrix}1&0\\1&1\end{bmatrix}\cdot1&\begin{bmatrix}1&0\\1&1\end{bmatrix}\cdot1\end{bmatrix}\cdot1&\begin{bmatrix}\begin{bmatrix}1&0\\1&1\end{bmatrix}\cdot0&\begin{bmatrix}1&0\\1&1\end{bmatrix}\cdot1\\\begin{bmatrix}1&0\\1&1\end{bmatrix}\cdot1&\begin{bmatrix}1&0\\1&1\end{bmatrix}\cdot1\end{bmatrix}\cdot0\\\begin{bmatrix}\begin{bmatrix}1&0\\1&1\end{bmatrix}\cdot0&\begin{bmatrix}1&0\\1&1\end{bmatrix}\cdot1\\\begin{bmatrix}1&0\\1&1\end{bmatrix}\cdot1&\begin{bmatrix}1&0\\1&1\end{bmatrix}\cdot1\end{bmatrix}\cdot1&\begin{bmatrix}\begin{bmatrix}1&0\\1&1\end{bmatrix}\cdot0&\begin{bmatrix}1&0\\1&1\end{bmatrix}\cdot1\\\begin{bmatrix}1&0\\1&1\end{bmatrix}\cdot1&\begin{bmatrix}1&0\\1&1\end{bmatrix}\cdot1\end{bmatrix}\cdot1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0&1&0\\0&0&1&1&0&0&1&1\\1&0&1&0&1&0&1&0\\1&1&1&1&1&1&1&1\\0&0&1&0&0&0&1&0\\0&0&1&1&0&0&1&1\\1&0&1&0&1&0&1&0\\1&1&1&1&1&1&1&1\end{bmatrix}$$

20.4.7.2. ונחשב X(3) לפי הפולריות ואת S לפי R(3)

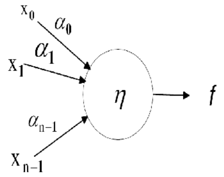
$$X(3)=[1\quad x_1]\otimes[1\quad \bar{x}_2]\otimes[1\quad x_3]=[1\quad x_1]\otimes[1\quad \bar{x}_2\quad x_3\quad \bar{x}_2x_3]=[1\quad \bar{x}_2\quad x_3\quad \bar{x}_2x_3\quad x_1\quad x_1\bar{x}_2\quad x_1x_3\quad x_1\bar{x}_2x_3]$$

$$S=R(3)\otimes f(x_1,x_2,x_3)$$

20.4.7.3. ואז

$$f=\underset{(0,1,0)}{X(3)}\cdot S$$

21. פונקציית סף – Threshold Function



$$f\left(x_1, x_2, ..., x_n\right) = \begin{cases} 1 & a_1x_1 + a_2x_2 + ... + a_nx \geq \eta \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

21.1. פונקציית הסף היא ביטוי לינארי של כל המשתנים x אשר כל משתנה תורם משקל a כלשהו לסכום הכולל

21.2. הסף η, קובע ערך שמתחתיו (או מעליו – תלוי הגדרה) הפונקציה מוציאה 1, אחרת – מוציאה 0.

21.3. אם כל המקדמים $a_k \geq 0$, אז הפונקיה מונוטונית עולה (איזוטונית)

21.4. אם כל המקדמים $a_k \leq 0$, אז הפונקיה מונוטונית יורדת (אנטיטונית)

21.5. לפני חיפוש פונקציית סף, יש לבדוק אם הפונקציה מונוטונית

21.5.1. במידה ומונוטונית – יש להפוך סימן לכל משתנה שבמעבר מ-0 ל-1 מוריד את ערך הפונקציה

21.6. דוגמא – <u>אנליזה פונקציית סף</u>

21.6.1. נתון: $\eta = 1.5\,, a_1 = 2\,, a_2 = 1\,, a_3 = 1\ \,, n = 3$

21.6.2. לכן, ניתן להסיק ש: $f\left(x_1, x_2, x_3\right) = \begin{cases} 1 & 2x_1 + x_2 + x_3 \geq \eta \\ 0 & ot`herwise \end{cases}, \eta = 1.5$

21.6.3. נבנה מפת קרנו, נציב ערכי כניסה לפונקציה, נמלא את הטבלה, ונסמן את המקומות בהן הפונקציה מעל הסף 1.5:

		x_2x_3			
		00	01	11	10
x_1	0	0	1	2	1
	1	2	3	4	3

21.6.4. ומתקבלת הפונקציה: $f\left(x_1, x_2, x_3\right) = x_1 + x_2x_3$

21.7. דוגמא – <u>סינטזת פונקציית סף</u>

21.7.1. נתונה הפונקציה (כמפת קרנו במקרה זה), אחרת יש לצייר את המפה (ואפשר לפתור גם ע"י קוביות)

		x_3x_2			
		00	01	11	10
x_1x_0	00	0	1	1	1
	01	0	0	0	0
	11	1	1	1	1
	10	1	1	1	1

21.7.2. נבדוק מונוטוניות

21.7.2.1. $x_0 = antitone\ \,, x_1 = isotone\ \,, x_2 = isotone\ \,, x_3 = isotone$

21.7.3. נהפוך את המשתנים האנטיטונים להיות איזוטוניים: $x_0 \to \overline{x}_0$

		x_3x_2			
		00	01	11	10
x_1x_0	00	0	0	0	0
	01	0	1	1	1
	11	1	1	1	1
	10	1	1	1	1

21.7.4. עבור כל משתנה, נרשום את כמות הפעמים שהוא מקבל 1 בכניסה והפונקציה מוציאה 1

$$M\left(x_3\right) = 6\ \,, M\left(x_2\right) = 6\ \,, M\left(x_1\right) = 8\ \,, M\left(x_0\right) = 7$$

21.7.5. בהתאמה ניתן משקל לכל משתנה:

21.7.6. $\left\{a_1 = 3\right\} > \left\{a_0 = 2\right\} > \left\{a_2 = 1\right\} = \left\{a_3 = 1\right\}$

21.7.7. ונגדיר את הטבלה שוב:

		x_3x_2			
		00	01	11	10
x_1x_0	00	0	1	2	1
	01	2	3	4	3
	11	5	6	7	6
	10	3	4	5	4

21.7.8. מכיוון שהפכנו את $x_0 \to \overline{x}_0$, ניתן למשקל שלו ערך הפוך, ול-η נחסיר מערך המקדם של המשתנה שהפכנו

21.7.9. ובסה"כ, ניתן להסיק ש: $f\left(x_0, x_1, x_2, x_3\right) = \begin{cases} 1 & -2x_0 + 3x_1 + x_2 + x_3 \\ 0 & otherwise \end{cases}, \eta = 3 - 2 = 1$

21.7.10. במידה וקיימת חפיפה בערכים בין המצב בו הפונקציה מוציאה 1 למצב בו היא מוציאה 0

21.7.10.1. מחלקים את הפונקציה לclusterים שמרכיבים אותה

21.7.10.2. בוחרים את התא ה"בעייתי" שאמור להיות מעל הסף ומעלים את המקדם שאינו משפיע על התא שאמור להיות מתחת לסף

21.7.10.3. את המקדם יש לבחור כך שישמר את היחס בין המקדמים השונים – יש לשנות את כולם בהתאמה, במידת הצורך

22. Function Decomposition

22.1. חילוץ משתנים מתוך פונקציה

22.1.1. ניתן לקחת פונקציה בעלת n כניסות ולממש את y בעזרת $2^{\left(2^{n}\right)}$ פונקציות

22.1.2. ניתן לחלץ k משתנים ולממש את φ בעזרת $2^{\left(2^{k}\right)}$ פונקציות שיתקבלו ביציאה

22.1.3. ולקחת את φ ואת שאר המשתנים ולממש את Φ בעזרת $2^{\left(2^{n-k+1}\right)}$ פונקציות

22.1.4. ובסה"כ:

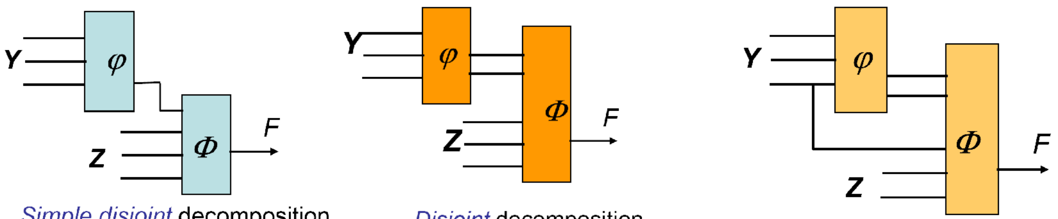
$$2^{\left(2^{k}\right)}\cdot 2^{\left(2^{n-k+1}\right)}=2^{\left(2^{k}+2^{n-k+1}\right)}<2^{\left(2^{n}\right)},\forall k>1$$

22.2. פירוק שונן לפי מספר משתנים:

22.2.1. אם מתקיים: $F\left(X\right)=F\left(Y,Z\right)$, כאשר $X=Y\cup Z$ (Y,Z הן פונקציות המכילות את אוסף המשתנים כולו)

22.2.2. ומתקיים: $\phi=Y\cap Z$ (כלומר, אין minterm השייך גם ל-Y וגם ל-Z)

22.2.3. אז ניתן לכתוב: $F\left(X\right)=\Phi\left(Z,\varphi\left(Y\right)\right)=\left[\varphi\left(Y\right)F\left(\varphi\left(Y\right)=1,Z\right)\right]+\left[\overline{\varphi\left(Y\right)}F\left(\varphi\left(Y\right)=0,Z\right)\right]$



Simple disjoint decomposition (Asenhurst) | Disjoint decomposition (Curtis) | Non-disjoint decomposition

22.3. דוגמא – Simple Disjoint

22.3.1. נתונה פונקציה ונתונים המשתנים – c, d, e (אותם רוצים לחלץ)

$$F\left(a,b,c,d,e\right)=\bar{c}e+\bar{a}d+bd+a\bar{b}\,\bar{d}$$
$$y=F\left(c,d,e,\varphi\left(a,b\right)\right)$$

22.3.2. נבנה מפת קרנו.

22.3.2.1. בעמודות – המשתנים אותם מחלצים

22.3.2.2. בשורות – שאר המשתנים

		cde							
		000	001	011	010	110	111	101	100
ab	00	0	1	1	1	1	1	0	0
	01	0	1	1	1	1	1	0	0
	11	0	1	1	1	1	1	0	0
	10	1	1	1	0	0	0	1	1

22.3.2.3. ניתן לראות שאת הטבלה ניתן לחלק ל-2 סוגי שורות

22.3.2.3.1. משפט Ashenhurst –

22.3.2.3.1.1. אם לא ניתן לחלק ל-2 סוגי שורות בלבד, אז לא ניתן לבצע את ה-Decomposition לפונקציה

		cde							
		000	001	011	010	110	111	101	100
ab	φ	0	1	1	1	1	1	0	0
	φ	0	1	1	1	1	1	0	0
	φ	0	1	1	1	1	1	0	0
	$\bar{\varphi}$	1	1	1	0	0	0	1	1

22.3.2.3.2. או בטבלה מתומצתת:

22.3.2.3.2.1. כאשר: $\varphi=\bar{a}+b$, $\bar{\varphi}=a\bar{b}$

		cde							
		000	001	011	010	110	111	101	100
ab	φ	0	1	1	1	1	1	0	0
	$\bar{\varphi}$	1	1	1	0	0	0	1	1

22.3.2.3.2.2. ואז ניתן לרשום:

$$y=\bar{c}e+\varphi d+\bar{\varphi}\bar{d}$$

22.3.2.3.2.3. כלומר:

$$y=\bar{c}e+\left(\bar{a}+b\right)d+a\bar{b}\,\bar{d}$$

.23 **Fault Tolerant Design**

.23.1 מוטיבציה

.23.1.1 בדיקה שהמעגל מבצע מה שרוצים

.23.1.2 Fault Secure

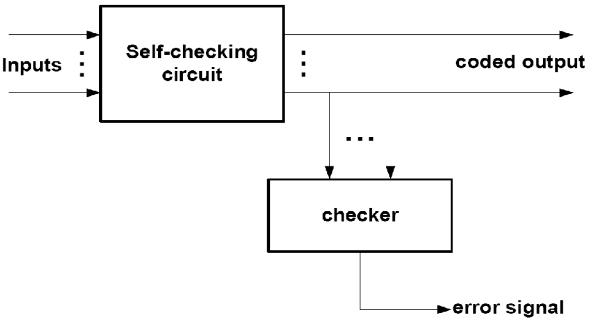
.23.1.2.1 מערכת אינה מבוטחת מתקלות כאשר עבור כניסה לא חוקית נקבל ערך אשר נמצא בתוך המרחב החוקי של הערכים. על המעגל לוודא שמקרים אלה יופנו אל המרחב ה"לא חוקי" של הערכים כדי להוציא הודעת שגיאה

.23.1.3 Self Testing

.23.1.3.1 לכל תקלה כלשהי שתקרה במערכת, קיימת מילת קוד בכניסה, כך שנדע תמיד שקיימת תקלה, ע"י דיווח בעת שימוש במילה זו

.23.1.4 Totally Self Checking

.23.1.4.1 מעגל שהוא Fault Secure וגם Self Testing



.23.2 חיבור Checker למעגל

.23.2.1 גילוי קיום שגיאה

.23.2.2 ה-Checker בודק קיום שגיאות במעגל ובעצמו

.23.2.3 הנחת יסוד- טיפול בבעיה בודדת לפני טיפול בבעיה עתידית

.23.3 סוגי פגמים

.23.3.1 פגם מובנה – מופיע תמיד

.23.3.2 פגם מוגבל – מופיע לפרקי זמן

.23.3.3 פגם חד פעמי – מופיע ולא חוזר

.23.3.4 symmetric – שגיאה סימטרית

.23.3.4.1 בו"ז יכול לקרות ש: 0 הופך ל-1 ולפעמים 1 הופך ל-0

.23.3.5 unsymmetrical – שגיאה אסימטרית

.23.3.5.1 יכול לקרות, אך לא בו"ז, ש: 0 הופך ל-1 ולפעמים 1 הופך ל-0

.23.3.6 unidirectional – שגיאה חד כיוונית

.23.3.6.1 יכול לקרות ש: 0 הופך ל-1 או 1 הופך ל-0 (רק אחד מהם)

.23.3.6.2 במקרה זה כמות ה-1/0 משתנה רק בכיוון אחד

.23.3.6.3 חשוב לתחזק את אוסף הביטויים החוקיים כווקטורים אשר לא קיים כיסוי של וקטור אחד ע"י וקטור אחר

.23.3.7 Stuck-At – ערך תקוע

.23.3.7.1 מעגל בו אחד הקווים מקבל ערך קבוע 0 או 1 ללא קשר לכניסות או מצב המעגל

.23.4 **2 rail Checker**

.23.4.1 תפקידו לאחד בין כל ה-Checkers של כל המעגלים ולתת הודעה אחת כללית על טעות במערכת

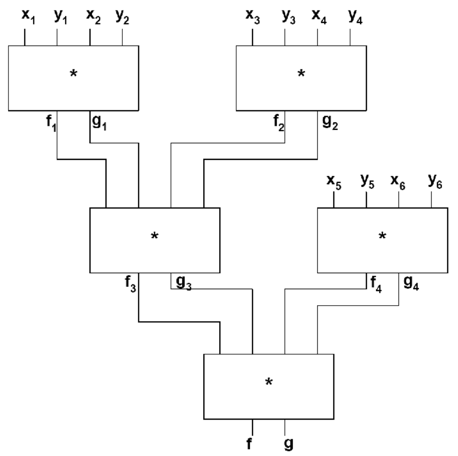
.23.4.2 מקבל 2 קבוצות של נתונים, X ו-Y

.23.4.3 המעגל בודק שעבור כל Xj מתאים Yj באותו אינדקס אשר הפוך לו בדיוק

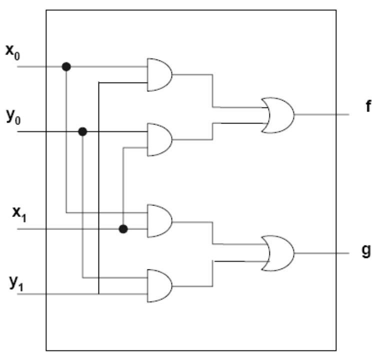
.23.4.4 ובאופן כללי בודק שווקטור Y הוא המשלים של וקטור X

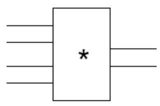
.23.4.5 היציאות f,g, כאשר הן שונות, מסמנות שהווקטורים משלימים

.23.4.6 מעגל 2rC עבור וקטור בגודל 6 סיביות

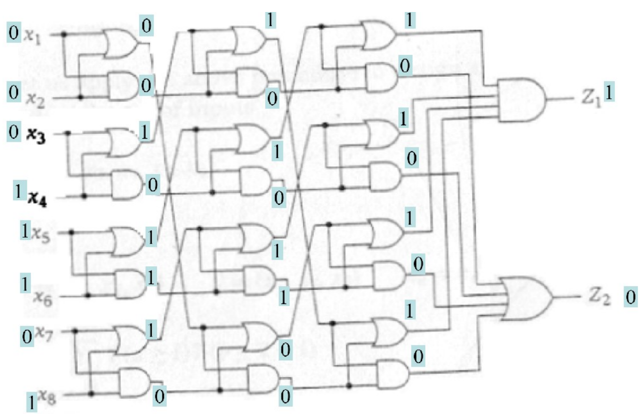


x_1	y_1	x_0	y_0	f	g
0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	0
0	0	1	1	0	0
0	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	1
0	1	1	0	1	0
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	1
1	0	1	0	1	0
1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0
1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	1	1
1	1	1	1	1	1





$$f = x_0 y_1 + y_0 x_1$$
$$g = x_0 x_1 + y_0 y_1$$



.23.4.7 מימוש בדיקה של תקניות M_4^8 ע"י 2rC

.23.4.7.1 תוצר מעגל זה הוא הפרדת ה-1 מה-0

23.5. **Berger Code Checker**

23.5.1. יכולת – גילוי אחד או יותר שגיאות חד כיווניות

23.5.2. אופן פעולה:

23.5.2.1. קיימות k סיביות אינפורציה

23.5.2.2. מוסיפים c סיביות

23.5.2.2.1. סופרים את כמות ה-1 (או ה-0) בווקטור האינפורמציה (משקל המינג)

23.5.2.2.2. וקטור c יהיה המשלים של ערך הכמות

23.5.2.2.2.1. את סיביות c ממשים ע"י חיבור כניסות k לרכיבי FA ו-HA לפני הצורך

23.5.2.2.3. היפוך הקוד יוצר יתירות בגילוי השגיאה, כלומר כאשר ידוע שהשגיאה בכיוון מסויים, אז למשל, שגיאה שתחליף סיבית מ-1 ל-0, כלומר יהיו פחות סיביות עם 1, ומצד שני ערך c יגדל כיוון שערך המשלים לספירת כמות ה-1 יגדל

23.5.2.3. בסה"כ, וקטור n מורכב מחיבור k+c

23.5.3. דוגמא:

23.5.3.1. k=0101000

23.5.3.2. ל-7 סיביות נדרשות 3 סיביות לתחזוקת כמות ה-1

23.5.3.3. במקרה זה, c=010, כלומר, מציין על קיום 2 אחדות בווקטור האינפורמציה

23.5.3.4. אך אנו נדרשים לרשום את המשלים, ולכן: c=101

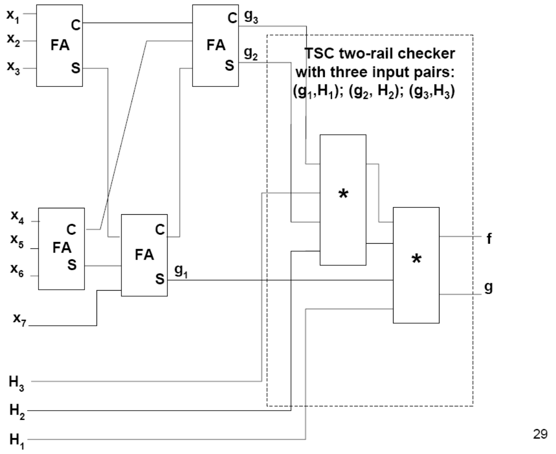
23.5.3.5. וקטור n יראה באופן הבא: n=0101000/101

23.5.3.6. נניח והתקבל הוקטור הבא: n=1111000/101

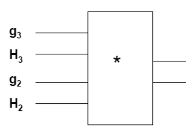
23.5.3.6.1. ניתן לראות שכמות ה-1 היא 4 ולכן c לאחר חישוב המשלים, צריך להיות c=011

23.5.3.6.2. ומכאן שנדליק נורת שגיאה במעגל

Example: Berger checker for i=7, k=3

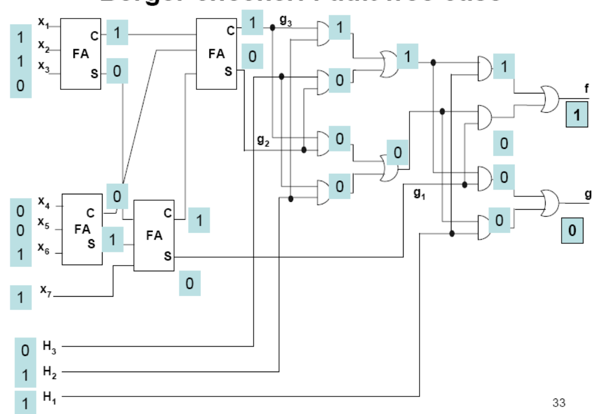


$$g_3g_2g_1 = \overline{H_3H_2H_1}$$

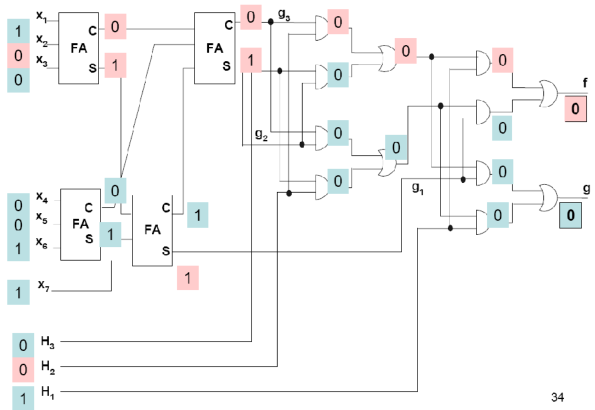


$$f = g_3H_2 + H_3g_2$$
$$g = g_3g_2 + H_3H_2$$

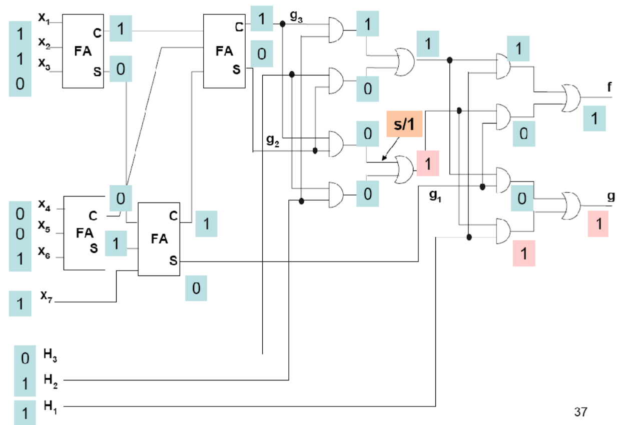
Berger checker. Fault free case



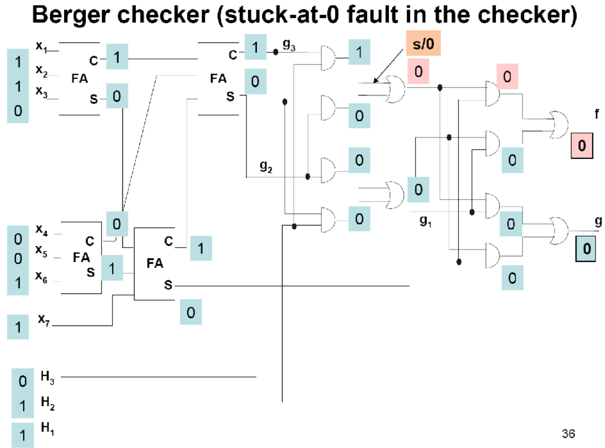
Berger checker (fault in a functional circuit)



Berger checker (stuck-at-1 fault in the checker)



Berger checker (stuck-at-0 fault in the checker)



.23.6 **<u>k out of 2k Checker</u>**

.23.6.1 בעקרון נקרא <u>m out of n Code</u>

.23.6.2 יכולת – גילוי אחד או יותר שגיאות חד כיווניות

.23.6.3 אופן פעולה:

.23.6.3.1 נניח שהווקטור הכניסה מכיל n=2k סיביות

.23.6.3.2 נגדיר מילה חוקית כמילה שתהיה בעלת k סיביות

.23.6.3.2.1 בסה"כ קיימות $\binom{2k}{k} = \frac{(2k)!}{k!k!}$ מילים שכאלה

.23.6.4 דוגמא:

.23.6.4.1 נרצה לחשב 2out-of4 Cecker

.23.6.4.2 נבחר את M_2^4 ונפתח אותו

$$M_2^4 = \overset{A}{M_0^2}\,\overset{B}{M_2^2} + \overset{A}{M_1^2}\,\overset{B}{M_1^2} + \overset{A}{M_2^2}\,\overset{B}{M_0^2}$$

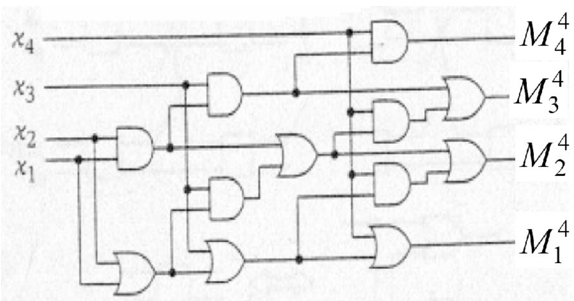
$$M_0^2 = S_0^2 + S_1^2 + S_2^2 = \left(\overline{x}_1\overline{x}_2\right) + \left(x_1\overline{x}_2 + \overline{x}_1x_2\right) + \left(x_1x_2\right) = 1$$

$$M_1^2 = S_1^2 + S_2^2 = \left(x_1\overline{x}_2 + \overline{x}_1x_2\right) + \left(x_1x_2\right) = x_1 + x_2$$

$$M_2^2 = S_2^2 = x_1x_2$$

$$A = \{x_1, x_2\}$$

$$B = \{x_3, x_4\}$$

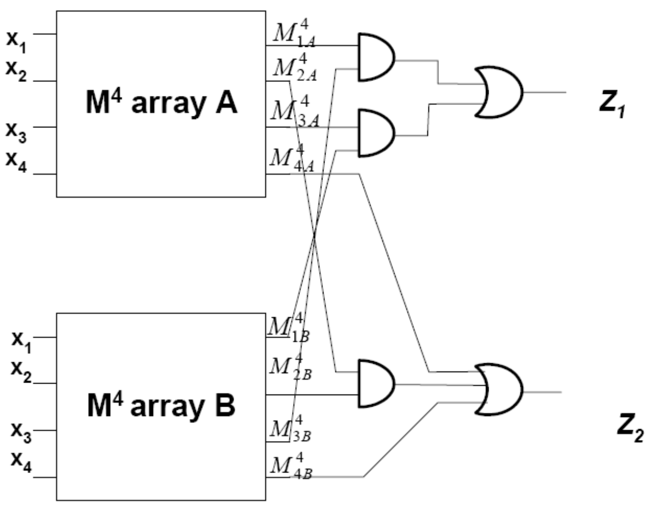


.23.6.4.3 נבצע חלוקה ל-2 קבוצות (הזוגית והאי-זוגית), ונחשב

$$Z_0 = \overset{A}{M_0^2}\,\overset{B}{M_2^2} + \overset{A}{M_2^2}\,\overset{B}{M_0^2} == \left[(1)(x_3x_4)\right] + \left[(x_1x_2)(1)\right] = x_1x_2 + x_3x_4$$

$$Z_1 = \overset{A}{M_1^2}\,\overset{B}{M_1^2} = \left[(x_1 + x_2)(x_3 + x_4)\right] = (x_1 + x_2)(x_3 + x_4)$$

.23.6.4.4 ונממש את ה-Checker



Parity Code Checker .23.7

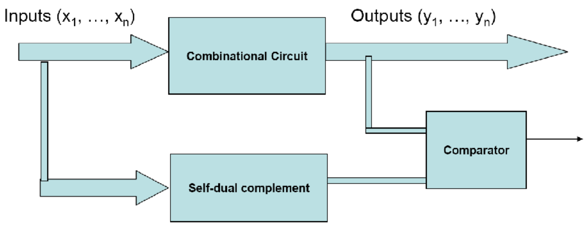
23.7.1. בודק את כמות ה-1 במעגל

23.7.2. מחזיק סיבית סימן: 0 = כמות זוגית, 1 = כמות אי-זוגית

23.7.3. מגבלות:

23.7.3.1. מסוגל לזהות רק כאשר קיים מספר אי-זוגי של תקלות, כי רק כך נוכל לראות שסיבית הסימן אינה מתאימה

23.7.3.2. מטפל רק בתקלות רנדומאליות במערכת



S-D Parity Checker .23.8

23.8.1. נתונה פונקציה $f(x)$

23.8.2. בוחרים פונקציה $h(x)$ כלשהי הידועה כ-SD

23.8.3. מחפשים את פונקציה $\delta(x)$ שהיא SD-complement ע"י:

$$\delta(x)=h(x)\oplus f(x)$$

23.8.4. נבנה את המעגל כאשר יציאה אחת היא היציאה הרגילה $f(x)$ והיציאה השנייה היא $h(x)$ אשר מבוטאת ע"י:

$$h(x)=f(x)\oplus\delta(x)$$

23.8.5. דוגמא:

23.8.5.1. נתונה הפונקציה:

$$f(x_1,x_2,x_3)=x_1+x_2\bar{x}_3$$

23.8.5.2. נבחר פונקציית SD כרצוננו

$$h(x_1,x_2,x_3)=x_1x_2+x_2x_3+x_1x_3$$

23.8.5.3. נחשב את $\delta(x)$

$$\delta(x)=h(x)\oplus f(x)$$
$$\delta(x)=(x_1x_2+x_2x_3+x_1x_3)\oplus(x_1+x_2\bar{x}_3)$$
$$\delta(x)=\bar{x}_1x_2+x_1\bar{x}_2\bar{x}_3$$

23.8.5.4. נממש את ה-Checker בתוך המעגל

$$h(x)=f(x)\oplus\delta(x)$$

Smith Code Checker .23.9

23.9.1. מתבסס על העובדה שמילת קוד כניסה אחת לא מכסה מילת קוד כניסה אחרת

23.9.2. במקרה זה טעות בסיבית בודדת לא תעביר אותנו למילה חוקית אחרת, אלא נקבל מילה לא חוקית

23.9.3. מסדרים את אוסף מילות הכניסה לפי דיאגרמת הסה, בה כל רמה מגדירה קוד המינג שונה

23.9.4. כאשר נוצרות שרשראות מילים המכסות זו את זו, מוסיפים "זנב" (סיביות) אשר ניתן לקודד אותו כרצוננו כך שיפרק את השרשרת.

23.9.4.1. יש לוודא שהוספת הזנב לא גוררת יצירת שרשרת חדשה

23.9.4.2. גודל הזנב מושפע מכמות המילים הקיימות בשרשרת

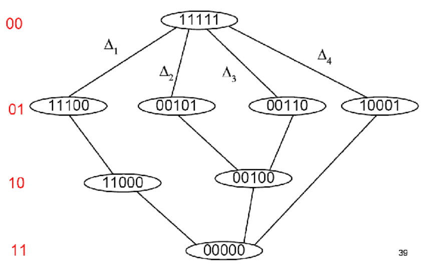
23.9.5. קוד Smith מושפע מאורך השרשרת (כאשר קוד ברגר מושפע מאורך המילה)

23.9.6. דוגמא:

23.9.6.1. נתונות אוסף מילות הקוד

11111, 11100, 00101, 00110, 10001, 11000, 00100, 00000

23.9.6.2. נבנה דיאגרמת הסה



23.9.6.3. נבדוק שרשראות ונוסיף זנבות בהתאם

23.9.6.4. נממש את ה-Checker ע"י הפרש מילות הכניסה ל-2 קבוצות בידיע השרק מילה אחת חוקית תתקבל בכל פעם

inf					check	
1	1	1	1	1	0	0
1	1	1	0	0	0	1
0	0	1	0	1	0	1
0	0	1	1	0	0	1
1	0	0	0	1	0	1
1	1	0	0	0	1	0
0	0	1	0	0	1	0
0	0	0	0	0	1	1