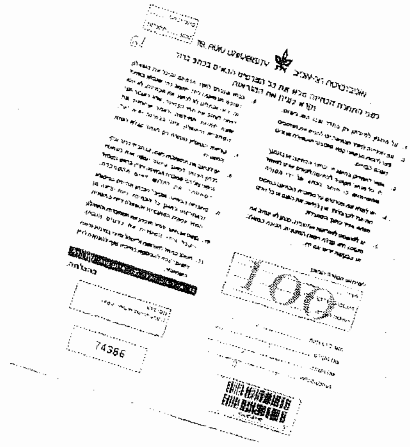
אגודת הסטודנטים
אוניברסיטת ת"א

ועד הנדסה

18 - 7
30 - 25
93 - 34
103 - 100
118 - 114
202 - 194

מבוא להנדסת חשמל

0512.2503



בהצלחה,

ועד הנדסה

מס' ת.ז.

סמסטר ב' תשס"ד
בחינת מעבר מועד ג'
מועד הבחינה: 19/11/04
משך הבחינה: 3 שעות

בחינה בקורס "מבוא להנדסת חשמל"

פרופ' ראובן בוקסמן, ד"ר גל שבתאי, ד"ר מרק שטייף

- מותר להיעזר במחשב כיס גרפי ובשני דפי נוסחאות בלבד.
- אין להשתמש בטרנספורמי לפלס, פוריה או דומיהם.
- יש לענות על כל השאלות.
- השאלות אינן שוות בערכן.
- ב ה צ ל ח ה!

שאלה מספר 1 (35 נקודות)

תגובת ההלם בתנאי התחלה אפס של מערכת LTI מסדר שני המצויה בריסון קריטי הנה $h(t)=e^{-t}u(t)$.

(5 נק') א. מהו הפולינום האופייני המתאר את המערכת?

(10 נק') ב. מהי המד"ר המקשרת בין כניסת המערכת למוצאה?

(10 נק') ג. מהי תגובת המערכת לעירור $x(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ 1 & 0\le t<1\\ 0 & 1\le t\end{cases}$ בתנאי התחלה אפס?

שרטט/י תגובה זו לכל t.

(10 נק') ד. קבע/י עבור כל אחד מהמקרים הבאים האם ניתן למצוא תנאי התחלה שיקיימו את התנאי הנתון עבור התגובה הכוללת $y(t)$ לעירור שבסעיף ג' ולתנאי ההתחלה. במידה וקיימים תנאי התחלה אפשריים, אנא ציין/י אותם.

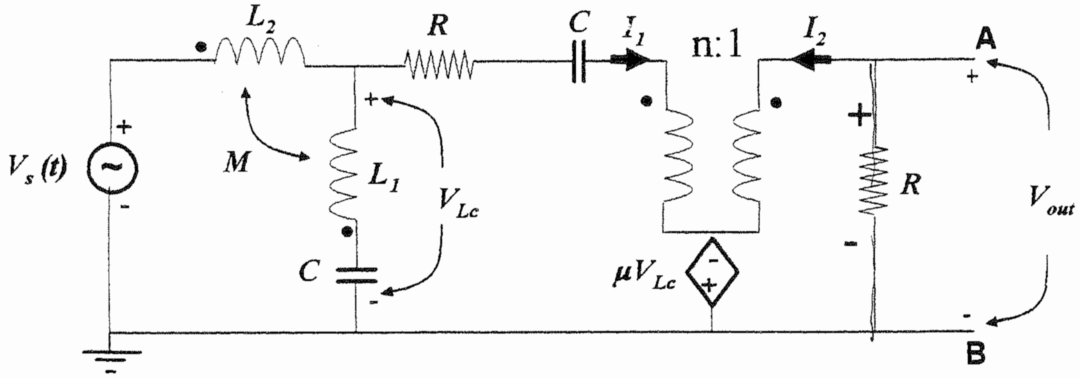
(1) $y(t)=0$ לכל $0\le t$.

(2) $y(t)=0$ בתחום $0\le t<1$.

(3) $y(t)=0$ לכל $1\le t$.

שאלה מספר 2 (35 נקודות)

נתון המעגל הבא:



הנח $L_1 = L_2 = L$ וגם $M = L$

(13 נק') א. רשום ביטוי לפונקציית התמסורת שהיא היחס בין מתח הכניסה למתח היציאה $H(i\omega) = V_{out}(\omega)/V_s(\omega)$.

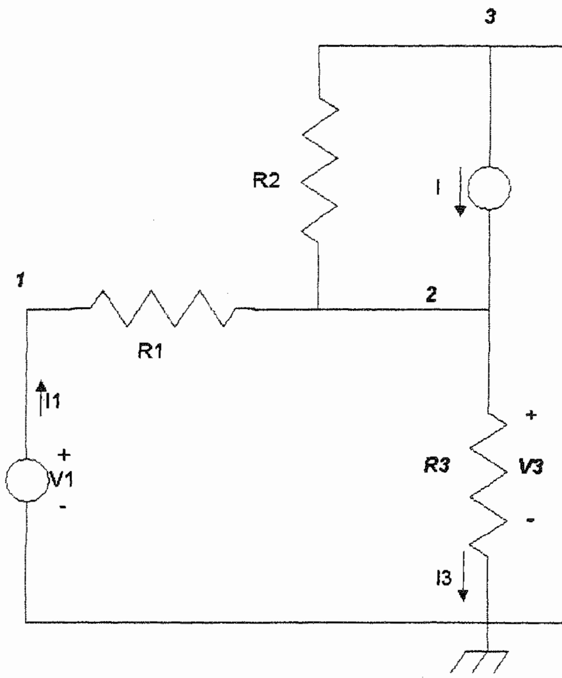
(10 נק') ב. איזה סוג מסנן מתארת המערכת הנ"ל (מעביר תדרים נמוכים, גבוהים, או תדרי ביניים)? נמק את תשובתך לפי מבנה המעגל.

(12 נק') ג. צייר את שקול תבנין של המעגל מנקודת מבטו של הנגד R המחובר במקביל להדקים A ו- B. מהו $Z_{th}(\omega)$ האמפידנס השקול לפי תבנין) ומהו $V_{th}(\omega)$ (מקור המתח השקול לפי תבנין)? במהלך החישוב הנח שהנגד R המחובר בין ההדקים A ו- B אינו חלק מן המעגל.

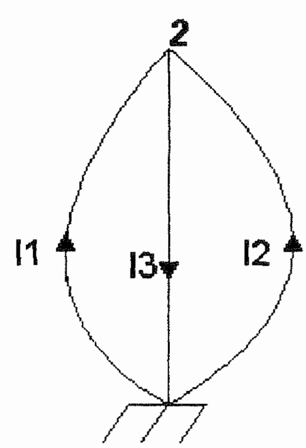
2

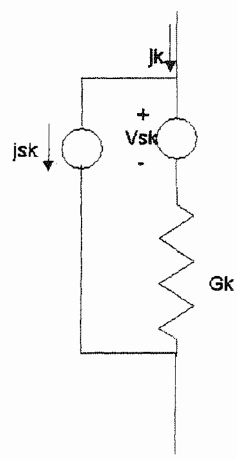
שאלה מספר 3 (30 נקודות)

נתון המעגל בציור הבא :



המעגל ניתן לייצוג באמצעות ענפים סטנדרטיים כפי שנתון בציור הבא, כאשר הזרמים והצמתים המסומנים בגרף מתאימים לאלה הנמצאים בדיאגרמת המעגל:





(5 נק׳) א. צייר/י בצורה סטנדרטית את הדיאגרמה השקולה עבור כל ענף המופיע בגרף, כך ש-$e_2=v_3$ כאשר e_2 הנו המתח בצומת 2 ביחס לצומת הייחוס.

(3 נק׳) ב. מצא/י את מטריצת הפגיעה המצומצמת A עבור הגרף הנ״ל.

(2 נק׳) ג. מצא/י את מטריצת הולכת הענפים G.

3

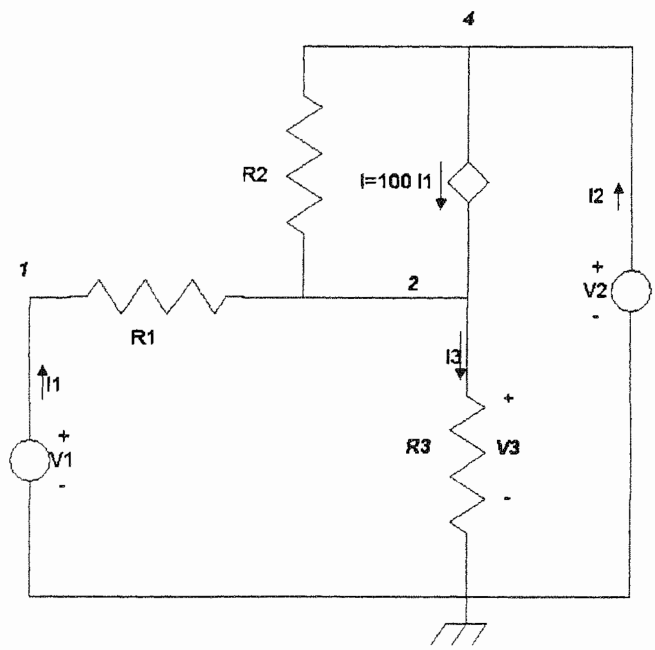
(5 נק׳)   ד. מצא/י את וקטור מקורות זרמי הצמתים השקול – I_S

(3 נק׳)   ה. רשום/י משוואה המבטאת את מתח הצומת e_2 כפונקציה של האלמנטים במעגל.

(5 נק׳)   ו. מצא/י את ההספק המסופק או הנצרך (ציין איזה מהמקרים) עבור כל אחד מהאלמנטים במעגל הנ״ל תוך שימוש בטבלה הבאה:

Element	Value	Units
V1	100	mV
V2	10	V
I	1	A
R1	100	Ω
R2	1	MΩ
R3	10	Ω

(7 נק׳)   ז. מקור הזרם הבלתי-תלוי מוחלף כעת במקור זרם תלוי $I=\beta I_1$ כאשר $\beta=100$ וכל יתר הערכים בטבלה הנ״ל נותרים ללא שינוי.



מצא/י ערך מקורב ל- V_3.

מס׳ ת.ז.

סמסטר ב׳ תשס״ד
בחינת מעבר מועד א
מועד הבחינה: 17/6/04
משך הבחינה: 3 שעות

בחינה בקורס ״מבוא להנדסת חשמל״

פרופ׳ ראובן בוקסמן, ד״ר גל שבתאי, ד״ר מרק שטייף

- מותר להיעזר במחשב כיס גרפי ובשני דפי נוסחאות בלבד.
- אין להשתמש בטרנספורמי לפלס, פוריה או דומיהם.
- יש לענות על כל השאלות.
- השאלות אינן שוות בערכן.
- ב ה צ ל ח ה!

שאלה מספר 1 (35 נקודות)

נתונה מערכת LTI מסדר שני בעלת מקדם איכות $Q=\sqrt{5/4}$ וקבוע דעיכה $\alpha=1$. ידוע כי התגובה הכוללת לתנאי התחלה $y(0^-)=1$ ו- $y'(0^-)=-1$ ולערור הלם הנה אפס לכל $t\geq 0$.

(5 נק') א. מהו הפולינום האופייני המתאר את המערכת?

(10 נק') ב. מהי התגובה לערור הלם בתנאי התחלה אפס? ניתן להניח כי תגובת ההלם אינה כוללת פונקצית הלם או נגזרותיה.

(10 נק') ג. מהי המד"ר המקשרת בין כניסת המערכת למוצאה?

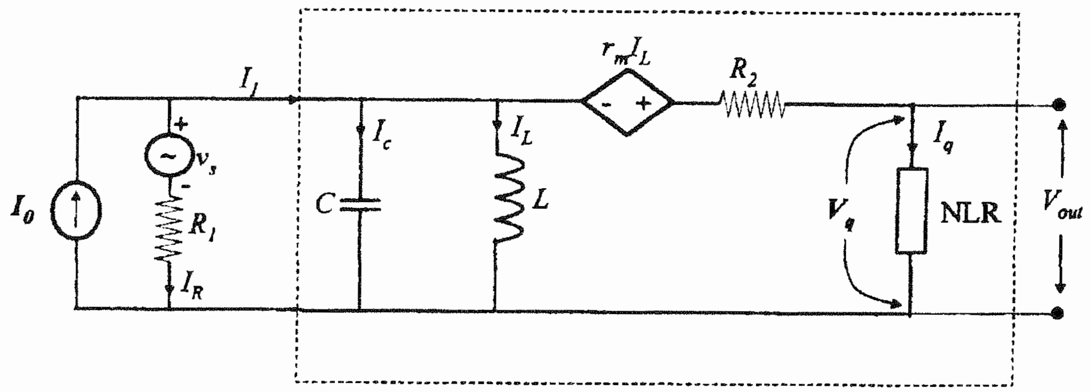
(10 נק') ד. נתונה מערכת LTI אחרת עבורה תגובת ההלם בתנאי התחלה אפס הנה $h(t)=e^{-t}u(t)$.

הערור למערכת הנו:
$$x(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ 1-e^{-t} & 0\leq t<1\\ (e-1)e^{-t} & 1\leq t\end{cases}$$

מצא/י את תגובת מערכת זו לעירור $x(t)$ בתנאי התחלה אפס. שרטט/י תגובה זו לכל t.

שאלה מספר 2 (40 נקודות)

נתון המעגל הבא



הערה: ניתן לפתור את סעיפים ד' ו- ה' ללא תלות בסעיפים א'-ג'

במעגל שבציור נצמא אלמנט של התנגדות לא לינארית (מסומן כ- NLR) אשר מאופיין על ידי הקשר הבא בין המתח על פניו והזרם תעובר דרכו, $V_q = \kappa I_q^2$ כאשר $I_q > 0$ ו- $V_q = 0$ כאשר $I_q < 0$.

בסעיפים א', ב' ו- ג' (בלבד) ניתן להניח כי $R_1 = R_2 = r_m = 2\Omega$, $\kappa = 1[V/A^2]$ וכי $I_0 = 2.5[A]$.

(10 נק') א. עבור $v_s(t) = 0$, מצא/י את המתח V_q והזרם I_q בעומס במצב היציב (כלומר, לאחר חלוף כל תופעות המעבר).

ידוע שכאשר $v_s(t) = a\cos(\omega t)$, ניתן לבטא בקירוב את המתח על הרכיב הלא לינארי (לאחר חלוף תופעות המעבר) באופן הבא: $I_q \approx I_q^{(0)} + i_q \cos(\omega t + \varphi)$.

(6 נק') ב. רשום/י את התנאי שבו קירוב זה הוא סביר? מהו $I_q^{(0)}$?

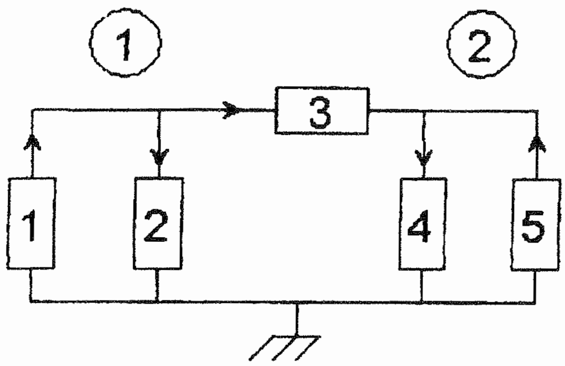
(5 נק') ג. <u>סעיף בונוס:</u> מצא/י איזה נגד לינארי יש לשים במקום הרכיב הלא לינארי כך שהזרם הזורם דרכו במצב מתמיד יהיה שווה ל- $I_C + i_q \cos(\omega t + \varphi)$. כאשר I_C הוא זרם קבוע כלשהו (ולאו דוקא שווה ל $I_q^{(0)}$).

(12 נק') ד. לאותו חלק מהמעגל שמוקף במסגרת מקווקוות ניתן להתייחס כמסנן בעל פונקציית תמסורת $H(i\omega) = V_{out}(\omega)/I_1(\omega)$. חשב/י את פונקציית התמסורת כאשר במקום הרכיב הלא לינארי מחברים נגד בעל התנגדות של R_L. בטא/י את התשובה באמצעות הפרמטרים ω, R_L, R_2, r_m, L ו- C ללא שימוש בערכים המספריים שהוגדרו לסעיפים הקודמים.

(7 נק') ה. האם המסנן חוסם או מעביר תדרים נמוכים? האם המסנן חוסם או מעביר תדרים גבוהים? כדי להימנע מלגרור טעויות מסעיף קודם, גבה/י את תשובתך מתוך מבנה המעגל המצויר.

שאלה מספר 3 (30 נקודות)

נתונה הרשת הבאה בה כיווני החצים מתארים את הכיוונים להגדרת הזרמים דרך האלמנטים השונים. כיווני המתחים נקבעים מתוך כיווני הזרמים עפ"י ההגדרה המקובלת.



(5 נק') א. בזמן מסוים t, מתחי הענפים השונים נתונים באמצעות הוקטור $V^t=[5,?,?,2,?]$ ואילו הזרמים נתונים באמצעות הוקטור $J=[?,-3,2,?,1]$. השלם/י את הערכים בוקטורים V^t ו- J^t ומצא/י את ההספק שצורך אלמנט 5.

(3 נק') ב. אלו מאלמנטי LTI הבאים: מקור מתח, מקור זרם, נגד, סליל, קבל, אלמנט 5 יכול להיות.

מעתה ואילך הנח/י כי אלמנט 1 הוא מקור זרם סינוסואידלי עם פאזור $\tilde{I}_1$ וכי כל האלמנטים האחרים מתוארים באמצעות האדמיטנסים שלהם $Y_2...Y_5$.

(5 נק') ג. שרטט/י מעגל אקוויולנטי בו כל הענפים הם ענפים סטנדרטיים.

(5 נק') ד. מצא/י את מטריצת הפגיעה המצומצמת $\underline{\underline{A}}$ למעגל האקוויולנטי.

(7 נק') ה. רשום/י שתי משוואות אלגבריות אותן ניתן לפתור עבור שני מתחי הצמתים e_1 ו-e_2 במונחי $\tilde{I}_1$ והאדמיטנסים $Y_2...Y_5$.

(5 נק') ו. חשב/י את ההספק הממוצע $<p_4(t)>$ שצורך אלמנט 4 במונחי $\tilde{I}_1$ והאדמיטנסים $Y_2...Y_5$.

Solution Q1 Moed A 2004 פתרון רשמי.

(a) $\omega_0 = 2\alpha Q = \sqrt{5}$

Therefore $P(s) = s^2 + 2s + 5$

(b) The two eigen values are $s_{1,2} = -1 \pm 2j$

The ZIR response is of the form $y_{ZIR}(t) = e^{-t}\left(A\cos 2t + B\sin 2t\right)$

The two initial conditions imply that A=1, B=0

Thus, the impulse response is (assuming no delta function or its derivatives at t=0) $h(t) = -e^{-t}\cos 2t \cdot u(t)$

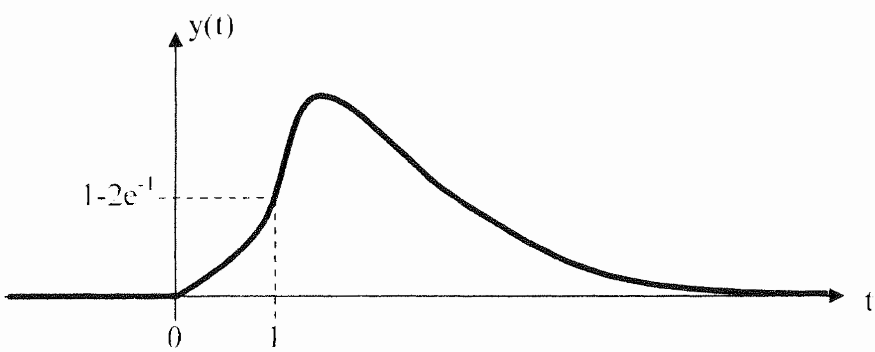
(c) The left hand side of the ODE is $y''(t) + 2y'(t) + 5y(t)$. Substituting y(t) with h(t) which was previously found yields $-\delta(t) - \delta'(t)$ as the right hand side. This suggests that the ODE is $y''(t) + 2y'(t) + 5y(t) = -x(t) - x'(t)$

(d) $t < 0 \Rightarrow y(t) = 0$

$$0 \le t < 1 \Rightarrow y(t) = \int_0^t e^{-t}e^{\tau}\left(1 - e^{-\tau}\right)d\tau = e^{-t}\int_0^t \left(e^{\tau} - 1\right)d\tau = e^{-t}\left(e^{\tau} - \tau\right)\Big|_0^t = 1 - (t+1)e^{-t}$$

$$1 \le t \Rightarrow y(t) = e^{-t}\int_0^1 \left(e^{\tau} - 1\right)d\tau + e^{-t}\int_1^t e^{\tau}(e-1)e^{-\tau}d\tau = (e-2)e^{-t} + e^{-t}(e-1)(t-1)$$

$$= \left[(e-1)t - 1\right]e^{-t}$$



Solution Q2 Moed A 2004

A) at DC

$$I_q = \frac{r_m I_L - V_q}{R_2} = I_L - \frac{1}{2}V_q$$

Using the relation $I_L = I_0 - I_q$, as well as the relation $V_q = I_q^2$ we get

$I_q = I_0 - I_q - \frac{1}{2}I_q^2$ or $I_q^2 + 4I_q - 5 = 0$ whose only relevant solution is $I_q = 1A$, implying $V_q = 1V$.

B) $v_s / R_1 << I_0$, $I_q^{(0)} = 1A$

C) At the working point, the derivative of V_q w.r.t. I_q is 2 Ohm. This is the appropriate resistor.

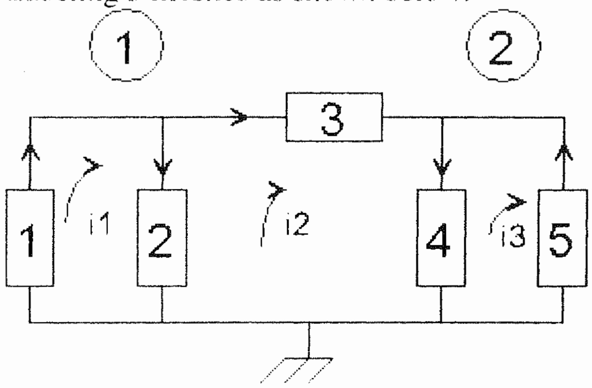
D) $I_q = \frac{V_{out}}{R_L}$. KVL on the right loop gives $V_{out} + V_{out}(R_2 / R_L) - r_m I_L = j\omega L I_L$ and it implies that $I_L = V_{out}[1 + R_2 / R_L]/[r_m + j\omega L]$. From KVL on the center loop we also have that $I_c = (j\omega C)(j\omega L I_L) = -\omega^2 LC V_{out}[1 + R_2 / R_L]/[r_m + j\omega L]$. Finally, from KCL we have $I_1 = I_C + I_L + I_q = V_{out}(1 - \omega^2 LC)[1 + R_2 / R_L]/[r_m + j\omega L] + V_{out} / R_L$ and therefore

$$H = \frac{V_{out}}{I_1} = \frac{R_L(r_m + j\omega L)}{(r_m + R_L + R_2) + j\omega L - (R_L + R_2)\omega^2 LC}$$

E) The filter is a LPF. It passes low frequencies as can be seen directly from the circuit by setting the frequency to 0 (similar to the solution in part a). High frequencies are blocked by the parallel capacitor.

Solution Q3 Moed A 2004

A. (5pt) KVL and KCL hold at all times, regardless of components.
Labeling 3 meshes as shown below:



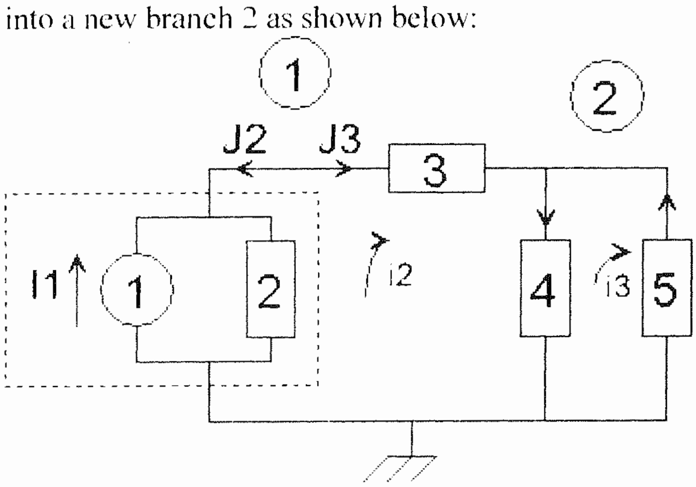
KVL1: $V_1 + V_2=0$; $\therefore V_2=-5$ V
KVL2: $-V_2+V_3+V_4=0$; $\therefore V_3=V_2-V_4=(-5-2)$ V = -7 V
KVL3: $-V_4-V_5=0$; $\therefore$ $V_5=-V_4=-2$ V

$\therefore \boxed{\mathbf{V}^t = [5, -5, -7, 2, -2]\ \mathrm{V}}$
KCL at the designated nodes:
KCL1: $-J_1+J_2+J_3=0$, $\therefore$ $J_1=J_2+J_3=(-3+2)$ A=-1 A
KCL2: $-J_3+J_4-J_5=0$, $\therefore$ $J_4=J_3+J_5=(2+1)$ A=3 A
And $\boxed{\mathbf{J}^t = [-1, -3, 2, 3, 1]\ \mathrm{A}}$

$p_5=V_5 J_5=$ (-2 V)(1 A)
$\boxed{p_5 = -2\ \mathrm{W}}$

B. (3pt) Negative value of p_5 indicates that at time t power is flowing out of element 5. This is possible for all LTI elements in the list – $\boxed{\text{Voltage Source, Current Source, Inductor, and Capacitor}}$, **except for the Resistor**, wherein $p_r = J^2 R \geq 0$.

C. (5pt) Standard branch may not contain **only** a source. Therefore combine I_1 with Y_2 into a new branch 2 as shown below:



D. (5 pt) We construct a matrix with columns for branches 2-5, and rows for nodes 1 and 2:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

E. (7 pt)

KCL at nodes 1 and 2:

$-I_1 + e_1(Y_2) + (e_1-e_2)Y_3=0$

$(e_2-e_1)Y_3 + e_2Y_4 + e_2Y_5=0$

$$\therefore \quad \boxed{\begin{aligned} e_1(Y_2+Y_3) &+ e_2(-Y_3) = I_1 \\ e_1(-Y_3) &+ e_2(Y_3+Y_4+Y_5) = 0 \end{aligned}}$$

Alternatively, the above two equations may be obtained from $\mathbf{Y}\cdot\mathbf{e}=\mathbf{I_s}$

where $\mathbf{Y}=\mathbf{AGA}^T$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} Y_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Y_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Y_5 \end{bmatrix}$$

and hence

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} Y_2 + Y_3 & -Y_3 \\ -Y_3 & Y_3 + Y_4 + Y_5 \end{bmatrix}$$

and $\mathbf{I_s}=\mathbf{AGv_s}-\mathbf{Ai_s}=\begin{bmatrix} I_1 \\ 0 \end{bmatrix}$

leading to the same result

F. (5 pt)

Solving the first of the above equations for e_1, and substituting into the second, we obtain $e_2=Y_3I_1/(Y_2Y_3+Y_2Y_4+Y_2Y_5+Y_3Y_4+Y_3Y_5)$

We note that $V_4=e_2$, and the complex power to element 4 is given by

$P_4= \frac{1}{2}|e_2|^2Y_4^*$,

and $\langle p_4(t)\rangle=\mathrm{Re}(P_4)$

$$\boxed{\langle p_4(t)\rangle = \tfrac{1}{2}|Y_3/(Y_2Y_3+Y_2Y_4+Y_2Y_5+Y_3Y_4+Y_3Y_5)|^2\,|I_1|^2\,\mathrm{Re}(Y_4)}$$

מס' ת.ז.

סמסטר ב' תשס"ד
בחינת מעבר מועד ב
מועד הבחינה: 02/08/04
משך הבחינה: 3 שעות

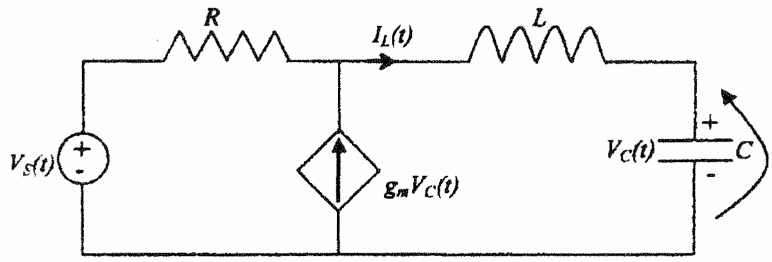
<u>בחינה בקורס "מבוא להנדסת חשמל"</u>

פרופ' ראובן בוקסמן, ד"ר גל שבתאי, ד"ר מרק שטייף

- מותר להיעזר במחשב כיס גרפי ובשני דפי נוסחאות בלבד.
- אין להשתמש בטרנספורמי לפלס, פוריה או דומיהם.
- יש לענות על כל השאלות.
- השאלות אינן שוות בערכן.
- ב ה צ ל ח ה!

שאלה מספר 1 (35 נקודות)

נתון המעגל הבא עבורו העירור הוא מקור המתח $V_S(t)$ והמוצא הוא המתח על הקבל $V_C(t)$.



(10 נק') א. מצא/י את המד"ר המקשרת בין כניסת המערכת למוצאה כפונקציה של R, L, C ו - g_m.

(5 נק') ב. ידוע כי תגובת המערכת לעירור הלם בתנאי התחלה אפס הנה $V_C(t) = Ate^{-t/\tau}u(t)$ כאשר $A = 2$ [V/s] ו – $\tau = 1$ [s]. מצא/י את הפולינום האופייני המתאר את המערכת ללא שימוש ברכיבי המעגל.

(10 נק') ג. עבור $g_m = 2\ [\Omega^{-1}]$, קבע/י את ערכיהם של R, L ו – C.

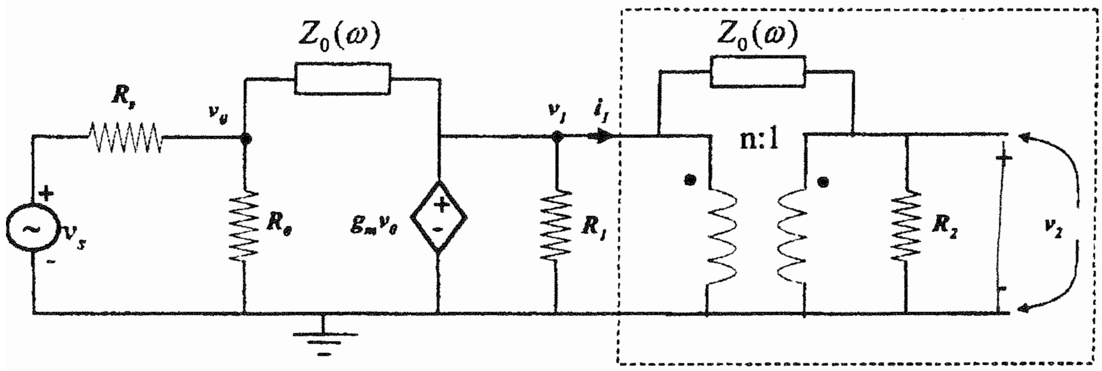
(10 נק') ד. מהם תנאי ההתחלה $V_C(0^-)$ ו – $I_L(0^-)$, כך שהתגובה הכוללת לעירור הלם ולתנאי ההתחלה תהיה אפס לכל $t>0$?

$I_c = C \cdot \dot{V}_c$

$V_L = L \cdot \dot{I}_L$

שאלה מספר 2 (35 נקודות)

נתון המעגל הבא:



סעיפים א'-ה' מתייחסים למצב סינוסי עמיד.

(10 נקי) א. בטא/י את פונקצית התמסורת $H_1(j\omega)=\dfrac{V_1(\omega)}{V_s(\omega)}$ באמצעות רכיבי המעגל.

(4 נקי) ב. בטא/י את פונקצית התמסורת $H_2(j\omega)=\dfrac{V_2(\omega)}{V_s(\omega)}$ באמצעות רכיבי המעגל.

(7 נקי) ג. מהי העכבה השקולה של חלק המעגל המוקף במסגרת המקווקוות? (כלומר מהו היחס V_1/I_1).

(5 נקי) ד. בהנחה שהעכבה הקומפלקסית $Z_0(\omega)$ מייצגת קבל טהור, האם המסנן המוגדר על ידי המערכת המתוארת באמצעות $H_2(j\omega)$ מעביר תדרים נמוכים? האם הוא מעביר תדרים גבוהים?

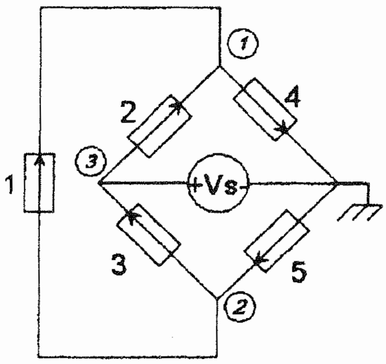
בסעיפים הבאים נתון כי $R_0 >> R_s$ וכן $g_m >> 1$ כך שניתן להשתמש בקירובים $R_0 \to \infty$ ו- $g_m \to \infty$.

(4 נקי) ה. מה יהיה המתח V_0 בתנאים אלו?

(5 נקי) ו. נתון כי העכבה הקומפלקסית Z_0 מורכבת מסליל טהור בעל השראות L. כמו כן ידוע כי בזמן $t=0^-$ כל הזרמים והמתחים במעגל מאופסים וכי בכניסת המערכת מוזרק האות $v_s(t)=A[1-\exp(-t/\tau)]u(t)$ (כאשר $u(t)$ היא פונקצית מדרגה). בטא/י את $v_1(t)$ ואת $v_2(t)$.

שאלה מספר 3 (30 נקודות)

נתון המעגל הבא המופעל במצב סינוסי עמיד :



(5 נק') א. האלמנטים 1-5 מיוצגים באמצעות האדמיטנסים שלהם $Y_1 \ldots Y_5$ בהתאמה. שרטט/י מעגל שקול הכולל ענפים סטנדרטיים בלבד (שאינם מורכבים ממקורות בלבד).

(5 נק') ב. שרטט/י גרף מכוון למעגל שקיבלת בחלק א' ומצא/י את מטריצת הפגיעה המצומצמת המייצגת אותו.

(10 נק') ג. מצא/י את מטריצת מתחי הצמתים ואת וקטור המקורות. השתמש/י בהם על מנת לרשום סט של שלוש משוואות לשלושת מתחי הצמתים שבמעגל המקורי.

(5 נק') ד. נתון כי $V_S(t) = V_S^0 \cos(2\pi f t)$, כמו כן נתונה הטבלה הבאה:

אלמנט #	סוג האלמנט	ערך
1	נגד	R_1
2	נגד	R_2
3	נגד	R_3
4	קבל	C_4
5	קבל	C_5 (אינו ידוע)

מהו ערכו של C_5 כך שהזרם הזורם דרך אלמנט #1 יהיה אפס?

(5 נק') ה. נתון כי $V_S^0 = 10$ [V], $f = 10$ [KHz]. כמו כן נתונה הטבלה הבאה:

אלמנט #	סוג האלמנט	ערך	יחידות
1	נגד	100	kΩ
2	נגד	1	kΩ
3	נגד	2	kΩ
4	קבל	0.1	μF
5	קבל	C_5 (אינו ידוע)	μF

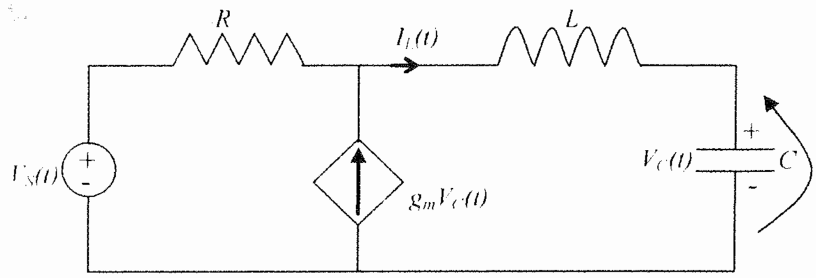
תחת התנאים האלה (נתוני האלמנטים השונים והתנאי שהזרם דרך אלמנט #1 הוא אפס, עירור סינוס עמיד באמפליטודה ותדר הנתונים), מהו בערך ההספק הממוצע שמספק המקור?

פתרון רשמי

Moed B – 2004 Solution

שאלה מספר 1 (35 נקודות)

נתון המעגל הבא עבורו העירור הוא מקור המתח $V_S(t)$ והמוצא הוא המתח על הקבל $V_C(t)$.



(10 נק') א. מצא/י את המד"ר המקשרת בין כניסת המערכת למוצאה כפונקציה של R, L, C ו- g_m.

(5 נק') ב. ידוע כי תגובת המערכת לעירור הלם בתנאי התחלה אפס הנה $V_C(t)=Ate^{-t/\tau}u(t)$ כאשר $A=2\ [\mathrm{V/s}]$ ו- $\tau=1\ [\mathrm{s}]$. מצא/י את הפולינום האופייני המתאר את המערכת ללא שימוש ברכיבי המעגל.

(10 נק') ג. עבור $g_m=2\ [\Omega^{-1}]$, קבע/י את ערכיהם של R, L ו- C.

(10 נק') ד. מהם תנאי ההתחלה $V_C(0^-)$ ו- $I_L(0^-)$, כך שהתגובה הכוללת לעירור הלם ולתנאי ההתחלה תהיה אפס לכל t>0?

(a)

$$V_S(S)=R\cdot I_1(S)+S\cdot L\left[I_1(S)+g_m V_c(S)\right]+V_c(S)$$
$$I_1(S)=S\cdot CV_c(S)-g_m V_c(S)$$
$$V_S(S)=RC\cdot SV_c(S)-Rg_m V_c(S)+S^2 LCV_c(S)+V_c(S)$$

$$v_c^{(2)}(t)+\frac{R}{L}v_c^{(1)}(t)+\frac{1-Rg_m}{LC}v_c(t)=\frac{1}{LC}v_S(t)$$

(b) $P(s)=s^2+2s+1$

(c) $g_m=2mho\,,\ \frac{R}{L}=2\sec^{-1}\,,\ \frac{1-Rg_m}{LC}=1\sec^{-2}\,,\ v_c^{(1)}(t=0^+)=\frac{1}{LC}=2\sec^{-2}$

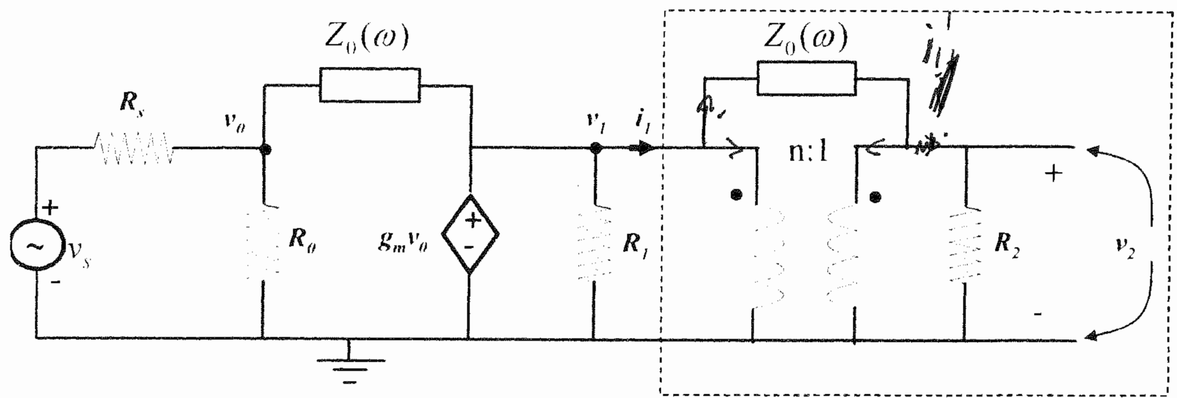
$$R=\frac{1}{4}\Omega\,,\ L=\frac{1}{8}H\,,\ C=4F$$

(d) $v_c^{ZIR}(t)=-2te^{-t}$

$$v_c(t=0^-)=0$$
$$v_c^{(1)}(t=0^-)=-2\,,\ I_l(t=0^-)=Cv_c(t=0^-)=-8A$$

שאלה מספר 2 (35 נקודות)

נתון המעגל הבא:



סעיפים א'-ה' מתייחסים למצב סינוסי עמיד.

(10 נק') א. בטא/י את פונקצית התמסורת $H_1(j\omega)=\dfrac{V_1(\omega)}{V_s(\omega)}$ באמצעות רכיבי המעגל.

(4 נק') ב. בטא/י את פונקצית התמסורת $H_2(j\omega)=\dfrac{V_2(\omega)}{V_s(\omega)}$ באמצעות רכיבי המעגל.

(7 נק') ג. מהי העכבה השקולה של חלק המעגל המוקף במסגרת המקווקוות? (כלומר מהו היחס V_1/I_1).

(5 נק') ד. בהנחה שהעכבה הקומפלקסית $Z_0(\omega)$ מייצגת קבל טהור, האם המסנן המוגדר על ידי המערכת המתוארת באמצעות $H_2(j\omega)$ מעביר תדרים נמוכים? האם הוא מעביר תדרים גבוהים?

בסעיפים הבאים נתון כי $R_0>>R_s$ וכן $g_m>>1$ כך שניתן להשתמש בקירובים $R_0\to\infty$ ו- $g_m\to\infty$.

(4 נק') ה. מה יהיה המתח V_0 בתנאים אלו?

(5 נק') ו. נתון כי העכבה הקומפלקסית Z_0 מורכבת מסליל טהור בעל השראות L. כמו כן ידוע כי בזמן $t=0^-$ כל הזרמים והמתחים במעגל מאופסים וכי בכניסת המערכת מוזרק האות $v_s(t)=A[1-\exp(-t/\tau)]u(t)$ (כאשר $u(t)$ היא פונקצית מדרגה). בטא/י את $v_1(t)$ ואת $v_2(t)$.

a. $H_1=\dfrac{g_m R_0 Z_0}{R_s Z_0+R_0 Z_0+R_0 R_s-R_0 R_s g_m}$

b. $H_2=H_1/n$

c. $\dfrac{V_1}{I_1}=\dfrac{n^2 R_2 Z_0}{(n-1)^2 R_2+Z_0}$

d. LPF

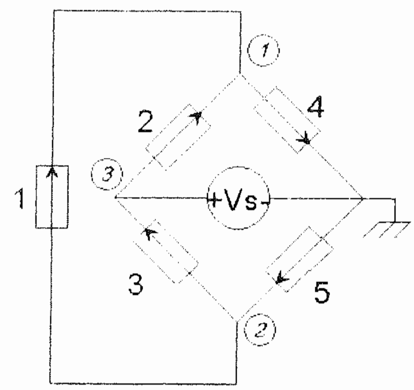
e. $v_0=0$

f. $H_1 \to -Z_0 / R_s = -j\omega L / R_s \Rightarrow -\dfrac{L}{R_s}\dfrac{\partial}{\partial t}$ hence $v_1 = -(L / R_s)(A / \tau)\exp(-t / \tau)$ and

$v_2 = -(L / nR_s)(A / \tau)\exp(-t / \tau)$

שאלה מספר 3 (30 נקודות)

נתון המעגל הבא המופעל במצב סינוסי עמיד :



(5 נק׳) א. האלמנטים 1-5 מיוצגים באמצעות האדמיטנסים שלהם $Y_1 \ldots Y_5$ בהתאמה. שרטט/י מעגל שקול הכולל ענפים סטנדרטיים בלבד (שאינם מורכבים ממקורות בלבד).

(5 נק׳) ב. שרטט/י גרף מכוון למעגל שקיבלת בחלק א׳ ומצא/י את מטריצת הפגיעה המצומצמת המייצגת אותו.

(10 נק׳) ג. מצא/י את מטריצת מתירות (Admittance) הצמתים ואת וקטור המקורות. השתמש/י בהם על מנת לרשום סט של שלוש משוואות לשלושת מתחי הצמתים שבמעגל המקורי.

(5 נק׳) ד. נתון כי $V_S(t) = V_S^0 \cos(2\pi f t)$, כמו כן נתונה הטבלה הבאה :

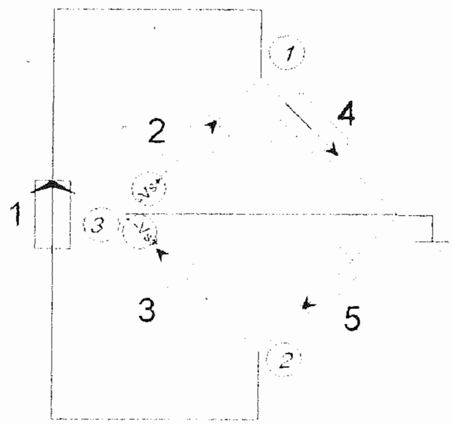
אלמנט #	סוג האלמנט	ערך
1	נגד	R_1
2	נגד	R_2
3	נגד	R_3
4	קבל	C_4
5	קבל	C_5 (אינו ידוע)

מהו ערכו של C_5 כך שהזרם הזורם דרך אלמנט #1 יהיה אפס?

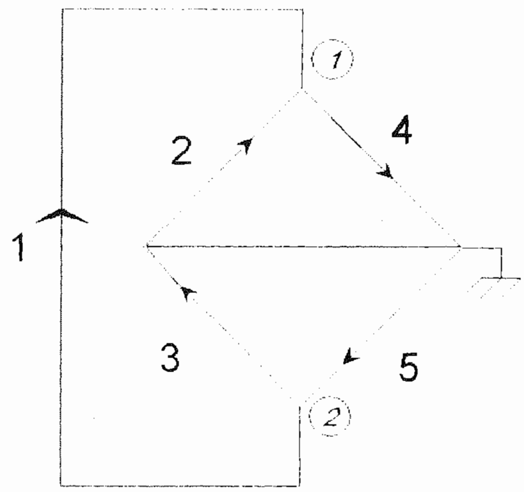
(5 נק׳) ה. נתון כי $V_S^0 = 10\ [\mathrm{V}]$, $f = 10\ [\mathrm{KHz}]$. כמו כן נתונה הטבלה הבאה :

אלמנט #	סוג האלמנט	ערך	יחידות
1	נגד	100	kΩ
2	נגד	1	kΩ
3	נגד	2	kΩ
4	קבל	0.1	μF
5	קבל	C_5 (אינו ידוע)	μF

ו. תחת התנאים האלה (נתוני האלמנטים השונים והתנאי שהזרם דרך אלמנט #1 הוא אפס, עירור סינוס עמיד באמפליטודה ותדר הנתונים), מהו בערך ההספק הממוצע שמספק המקור?



a)
b)



$$\overline{\overline{\mathbf{A}}} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

c)

$$\overline{\overline{G}} = \begin{bmatrix} Y_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Y_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Y_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Y_5 \end{bmatrix}$$

$$\overline{\overline{Y}} = \overline{\overline{A}}\,\overline{\overline{G}}\,\overline{\overline{A^t}} = \begin{bmatrix} (Y_1 + Y_2 + Y_3) & -Y_1 \\ -Y_1 & (Y_1 + Y_3 + Y_5) \end{bmatrix}$$

$$\overline{I_s} = \overline{\overline{A}} \begin{bmatrix} 0 \\ Y_2 V_s \\ -Y_3 V_s \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -Y_2 V_s \\ -Y_3 V_s \end{bmatrix}$$

$$\overline{\overline{Y}}\,\overline{e} = \overline{I}_s$$

$$\begin{bmatrix} (Y_1+Y_2+Y_3) & -Y_1 & \\ -Y_1 & (Y_1+Y_3+Y_5) & \\ & & \end{bmatrix}\begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -Y_2V_s \\ -Y_3V_s \\ s \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} &from \quad above: \\ &(Y_1+Y_2+Y_3)e_1 - Y_1e_2 = -Y_2V_s \\ &-Y_1e_1 - (Y_1+Y_3+Y_5)_2 = -Y_3V_s \\ &plus \quad trivial \quad equation: \\ &e_3 = V_s \end{aligned}$$

d) e) In order that $I_1=0$, necessary that $e_1=e_2$.
If $I_1=0$, we can determine e_1 and e_2 using voltage divider law for the series circuits (2,4) and (3,5). Thus:

$$\frac{\dfrac{1}{j\omega C_4}}{\dfrac{1}{j\omega C_4}+R_2} = \frac{\dfrac{1}{j\omega C_5}}{\dfrac{1}{j\omega C_5}+R_3}$$

Let $k=R_3/R_2$, i.e. $R_3=k\,R_2$. We maintain the above equality if each term on the RHS is equal to the corresponding term on the LHS, but multiplied by k, i.e.

$$\frac{\dfrac{1}{j\omega C_4}}{\dfrac{1}{j\omega C_4}+R_2} = \frac{\dfrac{1}{j\omega C_5}}{\dfrac{1}{j\omega C_5}+R_3} = \frac{\dfrac{k}{j\omega C_4}}{\dfrac{k}{j\omega C_4}+kR_2}$$

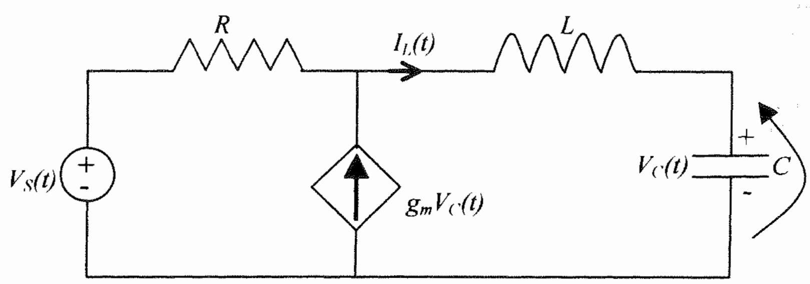
To obtain the above, we need $1/C_5= k/C_4$ and thus $\boxed{C_5=C_4/\,k=C_4\,R_2\,/R_3}$

e) Average power supplied by power source is equal to power dissipated in the circuit, which is equal to the power dissipated in R_2 and R_3, since there is no current in R_1.
i.e. $\langle p\rangle=\frac{1}{2}|i_2|^2R_2 + \frac{1}{2}|i_3|^2R_3$
$i_2=V_s/(Z_2+Z_4)$
$|i_2|^2=|V_s|^2/|Z_2+Z_4|^2=|V_s|^2/[R_2^2+(1/2\pi fC_4)^2]=100\ V^2/\{10^6\ [V/A]^2 + (1\ /\ 2\pi 10^4\ 10^{-7})^2\ [sV/C]^2\}\approx 10^{-4}\ A^2$
(n.b. - 2nd term in denominator can be neglected in comparison to first, i.e. $10^6 >> 2.54\times10^4$)
$|i_2|\approx 10^{-2}$ A
$\langle p_2\rangle \approx \frac{1}{2}|i_2|^2R_2=0.5 \times 10^{-4}\ A^2 \times 10^3\ [V/A] = 50$ mW
Similar calculation for $\langle p_3\rangle$, but series impedance is twice as big, therefore $|i_3|=\frac{1}{2}|i_2|$, and $\langle p_3\rangle \approx 25$ mW. $\boxed{\therefore \langle p\rangle=\langle p_2\rangle+\langle p_3\rangle\approx 75\text{ mW}}$

Moed B – 2004 Solution

שאלה מספר 1 (35 נקודות)

נתון המעגל הבא עבורו העירור הוא מקור המתח $V_S(t)$ והמוצא הוא המתח על הקבל $V_C(t)$.



(10 נק') א. מצא/י את המד"ר המקשרת בין כניסת המערכת למוצאה כפונקציה של R, L, C ו- g_m.

(5 נק') ב. ידוע כי תגובת המערכת לעירור הלם בתנאי התחלה אפס הנה $V_C(t)=Ate^{-t/\tau}u(t)$ כאשר $A=2$ [V/s] ו- $\tau=1$ [s]. מצא/י את הפולינום האופייני המתאר את המערכת ללא שימוש ברכיבי המעגל.

(10 נק') ג. עבור $g_m=2\ [\Omega^{-1}]$, קבע/י את ערכיהם של R, L ו- C.

(10 נק') ד. מהם תנאי ההתחלה $V_C(0^-)$ ו- $I_L(0^-)$, כך שהתגובה הכוללת לעירור הלם ולתנאי ההתחלה תהיה אפס לכל t>0?

(a)
$$V_S(S)=R\cdot I_1(S)+S\cdot L[I_1(S)+g_mV_C(S)]+V_C(S)$$
$$I_1(S)=S\cdot CV_C(S)-g_mV_C(S)$$
$$V_S(S)=RC\cdot SV_C(S)-Rg_mV_C(S)+S^2LCV_C(S)+V_C(S)$$

$$v_C^{(2)}(t)+\frac{R}{L}v_C^{(1)}(t)+\frac{1-Rg_m}{LC}v_C(t)=\frac{1}{LC}v_S(t)$$

(b) $P(s)=s^2+2s+1$

(c) $g_m=2mho\,,\ \frac{R}{L}=2\sec^{-1}\,,\ \frac{1-Rg_m}{LC}=1\sec^{-2}\,,\ v_C^{(1)}(t=0^+)=\frac{1}{LC}=2\sec^{-2}$

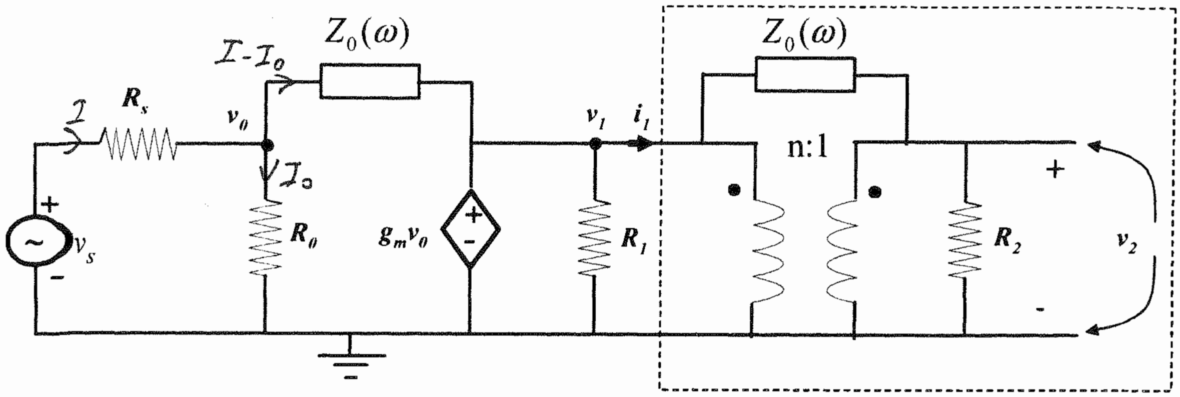
$$R=\frac{1}{4}\Omega\,,\ L=\frac{1}{8}H\,,\ C=4F$$

(d) $v_C^{ZIR}(t)=-2te^{-t}$

$$v_C(t=0^-)=0$$
$$v_C^{(1)}(t=0^-)=-2\,,\ I_L(t=0^-)=Cv_C(t=0^-)=-8A$$

שאלה מספר 2 (35 נקודות)

נתון המעגל הבא:



סעיפים א׳-ה׳ מתייחסים למצב סינוסי עמיד.

(10 נק׳) א. בטא/י את פונקצית התמסורת $H_1(j\omega)=\dfrac{V_1(\omega)}{V_s(\omega)}$ באמצעות רכיבי המעגל.

(4 נק׳) ב. בטא/י את פונקצית התמסורת $H_2(j\omega)=\dfrac{V_2(\omega)}{V_s(\omega)}$ באמצעות רכיבי המעגל.

(7 נק׳) ג. מהי העכבה השקולה של חלק המעגל המוקף במסגרת המקווקוות? (כלומר מהו היחס V_1/I_1).

(5 נק׳) ד. בהנחה שהעכבה הקומפלקסית $Z_0(\omega)$ מייצגת קבל טהור, האם המסנן המוגדר על ידי המערכת המתוארת באמצעות $H_2(j\omega)$ מעביר תדרים נמוכים? האם הוא מעביר תדרים גבוהים?

בסעיפים הבאים נתון כי $R_0 >> R_s$ וכן $g_m >> 1$ כך שניתן להשתמש בקירובים $R_0 \to \infty$ ו- $g_m \to \infty$.

(4 נק׳) ה. מה יהיה המתח V_0 בתנאים אלו?

(5 נק׳) ו. נתון כי העכבה הקומפלקסית Z_0 מורכבת מסליל טהור בעל השראות L. כמו כן ידוע כי בזמן $t=0^-$ כל הזרמים והמתחים במעגל מאופסים וכי בכניסת המערכת מוזרק האות $v_s(t)=A[1-\exp(-t/\tau)]u(t)$ (כאשר $u(t)$ היא פונקצית מדרגה). בטא/י את $v_1(t)$ ואת $v_2(t)$.

a. $H_1=\dfrac{g_m R_0 Z_0}{R_s Z_0+R_0 Z_0+R_0 R_s-R_0 R_s g_m}$

b. $H_2=H_1/n$

c. $\dfrac{V_1}{I_1}=\dfrac{n^2 R_2 Z_0}{(n-1)^2 R_2+Z_0}$

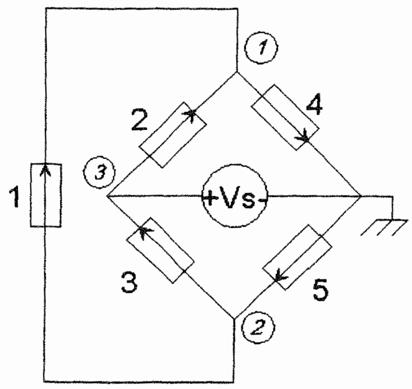
d. LPF

e. $v_0=0$

f. $H_1 \to -Z_0 / R_s = -j\omega L / R_s \Rightarrow -\dfrac{L}{R_s}\dfrac{\partial}{\partial t}$ hence $v_1 = -(L/R_s)(A/\tau)\exp(-t/\tau)$ and $v_2 = -(L/nR_s)(A/\tau)\exp(-t/\tau)$

שאלה מספר 3 (30 נקודות)

נתון המעגל הבא המופעל במצב סינוסי עמיד :



(5 נק') א. האלמנטים 1-5 מיוצגים באמצעות האדמיטנסים שלהם $Y_1...Y_5$ בהתאמה. שרטט/י מעגל שקול הכולל ענפים סטנדרטיים בלבד (שאינם מורכבים ממקורות בלבד).

(5 נק') ב. שרטט/י גרף מכוון למעגל שקיבלת בחלק א' ומצא/י את מטריצת הפגיעה המצומצמת המייצגת אותו.

(10 נק') ג. מצא/י את מטריצת מתירות הצמתים (Admittance) ואת וקטור המקורות. השתמש/י בהם על מנת לרשום סט של שלוש משוואות לשלושת מתחי הצמתים שבמעגל המקורי.

(5 נק') ד. נתון כי $V_S(t) = V_S^0 \cos(2\pi f t)$, כמו כן נתונה הטבלה הבאה :

אלמנט #	סוג האלמנט	ערך
1	נגד	R_1
2	נגד	R_2
3	נגד	R_3
4	קבל	C_4
5	קבל	C_5 (אינו ידוע)

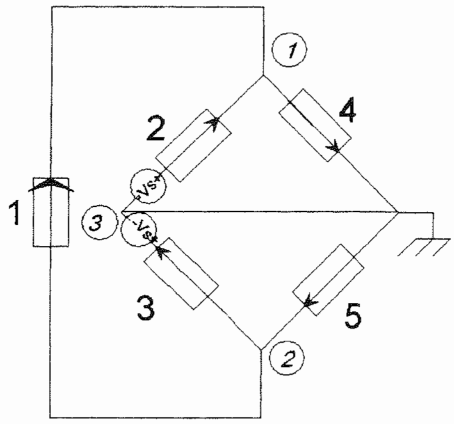
מהו ערכו של C_5 כך שהזרם הזורם דרך אלמנט #1 יהיה אפס?

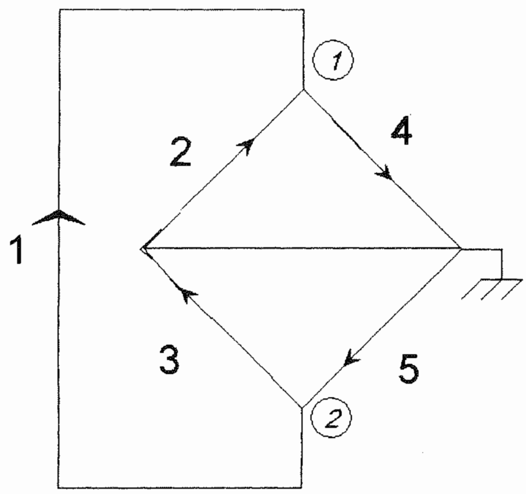
(5 נק') ה. נתון כי $V_S^0 = 10\ [V]$, $f = 10\ [KHz]$. כמו כן נתונה הטבלה הבאה :

אלמנט #	סוג האלמנט	ערך	יחידות
1	נגד	100	kΩ
2	נגד	1	kΩ
3	נגד	2	kΩ
4	קבל	0.1	μF
5	קבל	C_5 (אינו ידוע)	μF

ו. תחת התנאים האלה (נתוני האלמנטים השונים והתנאי שהזרם דרך אלמנט #1 הוא אפס, עירור סינוס עמיד באמפליטודה ותדר הנתונים), מהו בערך ההספק הממוצע שמספק המקור?

a)
b)





$$\bar{\bar{\mathbf{A}}} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

c)

$$\bar{\bar{G}} = \begin{bmatrix} Y_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Y_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Y_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Y_5 \end{bmatrix}$$

$$\bar{\bar{Y}} = \bar{\bar{A}}\bar{\bar{G}}\bar{\bar{A}}^T = \begin{bmatrix} (Y_1 + Y_2 + Y_3) & -Y_1 \\ -Y_1 & (Y_1 + Y_3 + Y_5) \end{bmatrix}$$

$$\bar{I}_s = \bar{\bar{A}} \begin{bmatrix} 0 \\ Y_2 V_s \\ -Y_3 V_s \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -Y_2 V_s \\ -Y_3 V_s \end{bmatrix}$$

$$\bar{\bar{Y}}\bar{e} = \bar{I}_s$$

$$\begin{bmatrix} (Y_1 + Y_2 + Y_3) & -Y_1 \\ -Y_1 & (Y_1 + Y_3 + Y_5) \\ & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -Y_2 V_s \\ -Y_3 V_s \\ s \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} &from \quad above: \\ &(Y_1 + Y_2 + Y_3)e_1 - Y_1 e_2 = -Y_2 V_s \\ &-Y_1 e_1 - (Y_1 + Y_3 + Y_5)_2 = -Y_3 V_s \\ &plus \quad trivial \quad equation: \\ &e_3 = V_s \end{aligned}$$

d) e) In order that $I_1=0$, necessary that $e_1=e_2$.
If $I_1=0$, we can determine e_1 and e_2.using voltage divider law for the series circuits (2,4) and (3,5). Thus:

$$\frac{\dfrac{1}{j\omega C_4}}{\dfrac{1}{j\omega C_4} + R_2} = \frac{\dfrac{1}{j\omega C_5}}{\dfrac{1}{j\omega C_5} + R_3}$$

Let $k=R_3/R_2$, i.e. $R_3=k\,R_2$. We maintain the above equality if each term on the RHS is equal to the corresponding term on the LHS, but multiplied by k, i.e.

$$\frac{\dfrac{1}{j\omega C_4}}{\dfrac{1}{j\omega C_4} + R_2} = \frac{\dfrac{1}{j\omega C_5}}{\dfrac{1}{j\omega C_5} + R_3} = \frac{\dfrac{k}{j\omega C_4}}{\dfrac{k}{j\omega C_4} + kR_2}$$

To obtain the above, we need $1/C_5= k/C_4$.and thus $\boxed{C_5=C_4/\,k=C_4\,R_2\,/R_3}$

e) Average power supplied by power source is equal to power dissipated in the circuit, which is equal to the power dissipated in R_2 and R_3, since there is no current in R_1.
i.e. $\langle p\rangle=½|i_2|^2R_2 + ½|i_3|^2R_3$
$i_2=V_s/(Z_2+Z_4)$
$|i_2|^2=|V_s|^2/|Z_2+Z_4|^2=|V_s|^2/[R_2^2+(1/2\pi fC_4)^2]=100\ V^2/\{10^6\ [V/A]^2 + (1\ /\ 2\pi 10^4\ 10^{-7})^2\ [sV/C]^2\}\approx 10^{-4}\ A^2$
(n.b. – 2nd term in denominator can be neglected in comparison to first, i.e. $10^6>>2.54\times10^4$)
$|i_2|\approx 10^{-2}$ A
$\langle p_2\rangle \approx ½|i_2|^2R_2=0.5 \times 10^{-4}\ A^2 \times 10^3\ [V/A] = 50$ mW
Similar calculation for $\langle p_3\rangle$, but series impedance is twice as big, therefore $|i_3|=½|i_2|$, and $\langle p_3\rangle \approx 25$ mW. $\boxed{\therefore \langle p\rangle=\langle p_2\rangle+\langle p_3\rangle\approx 75\text{ mW}}$

מבוא להנדסת חשמל סמסטר ב'

מועד א' 12/6/03

פרופ' ראובן בוקמן
ד"ר גל [illegible]
ד"ר זאב זלבסקי
ד"ר מרק [illegible]

שאלה מספר 1 (40 נקודות)

נתונה מערכת לנארית מסדר שני עם תנאי התחלה לא ידועים ב- $t=0^-$. כן נתון שעבור כניסה של $x_1(t)=-2e^{-3t}\,u(t)$ הגב המערכת עבור $t>0$ הינו :

$y_1(t)=-3.5e^{-2t}+3e^{-3t}$

עבור כניסה של $x_2(t)=e^{-t}\,u(t)$ היגב המערכת הינו :

$y_2(t)=(1-t)e^{-t}-1.5e^{-2t}$

הנח שהפתרון עבור $y(t)$ הוא רציף לכל t.

(20 נק') א. מצא את המשוואה הדיפרנציאלית

(10 נק') ב. מצא את תנאי ההתחלה

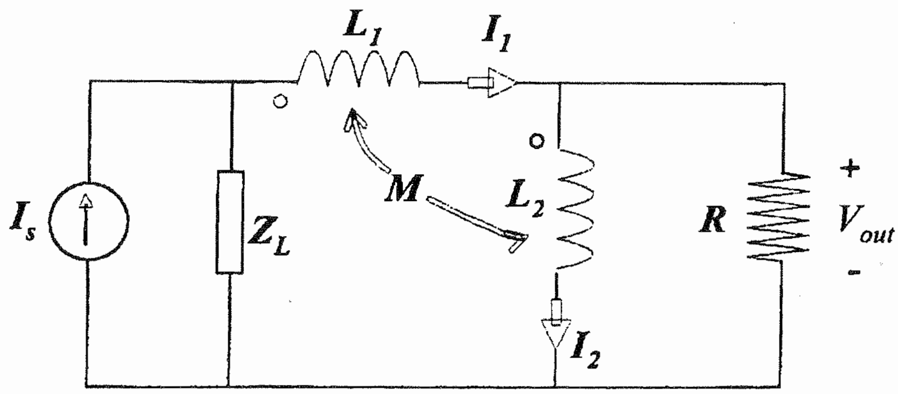
הנח שנתון שהמשוואה הדיפרנציאלית הינה : $y''+2y'+y = 2x'$

(10 נק') ג. מצא את תגובת ההלם של המערכת

יש פתרון ב- gmail

שאלה מספר 2 (30 נקודות)

נתון המעגל הבא



הנח כי $L_1 = L_2 = L$ וגם כי $M = L$.

כמו כן בסעיפים א׳ ב׳ ו- ג׳ הנח כי $I_s(t) = I_0 \cos(\omega t)$ [A]

א. (12 נק׳) בטא את פונקצית התמסורת $H(\omega) = \dfrac{V_{out}(j\omega)}{I_s(j\omega)}$ באמצעות L, R , Z_L ו- ω בלבד. פעל לפי השלבים הבאים: 1) בטא את V_{out} באמצעות I_1 ופרמטרי הרכיבים. 2) בטא את I_1 באמצעות Is. 3) חשב את $H(j\omega)$ והבא אותו לצורה של מנת פולינומים ב- ω (לצורך זה התייחס ל- Z_L כקבוע).

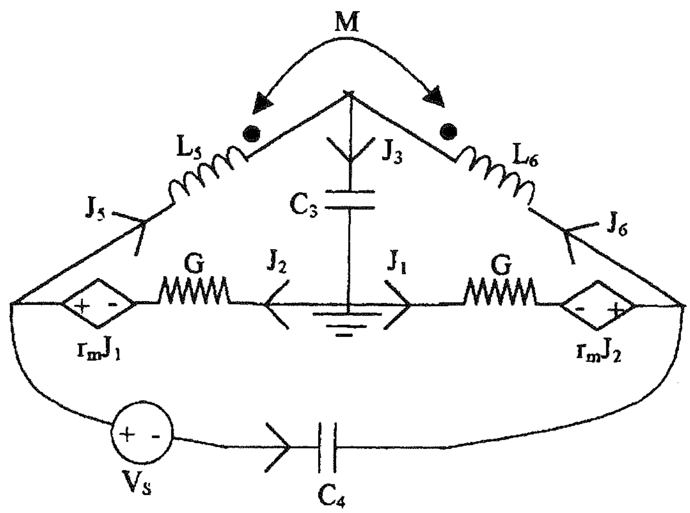
ב. (5 נק׳) איזה סוג של מסנן מתאר $H(j\omega)$ כאשר Z_L הוא (I) נגד טהור? (II) קבל טהור? (מסנן מעביר תדרים נמוכים , מסנן המעביר תדרים גבוהים או מסנן המעביר תדרי ביניים).

ג. (7 נק׳) מצא את ערך האימפידנס $Z_L(\omega)$ כך שיתפזר עליו הספק מקסימאלי בתדר ω_0.

ד. (6 נק׳) צייר מעגל שקול (בתדר ω_0) שבו הסלילים המצומדים מיוצגים על ידי מקורות מבוקרים וסלילים שאינם מצומדים.

שאלה מספר 3 (30 נקודות)

נתון המעגל הבא הפועל במצב סינוסי עמיד בתדר ω. כל המתחים והזרמים הרשומים בענפים השונים הנם פאזורים.



(5 נק') א. שרטט/י את הגרף המכוון המתאר את המעגל ומצא/י את מטריצת הפגיעה המצומצמת $\underline{\underline{A}}$.

(20 נק') ב. ידוע כי $G \neq \frac{1}{r_m}$. מהי מטריצת מוליכויות הענפים $\underline{\underline{Y_b}}$ ווקטור המקורות $\underline{J_s} - \underline{\underline{Y_b}} \cdot \underline{V_s}$?

(5 נק') ג. מהם התנאים ההכרחיים לקבלת מטריצת $\underline{\underline{Y_b}}$ אלכסונית?

מבוא להנדסת חשמל סמסטר ג'

מועד ב' 25/8/02 (גשטב)

שאלה מספר 1 (30 נקודות)

נתונה מערכת לנארית מסדר שני. למערכת תנאי התחלה השונים מאפס. נתון שעבור כניסת $\sin(t)u(t)$ למערכת, המוצא הכולל עבור $t>0$ שווה ל:

$$y_{total} = 2.5\exp(-t) - 1.2\exp(-2t) - 0.3\cos t + 0.1\sin t$$

כן נתון שעבור כניסת $\cos(t)u(t)$ ואותם תנאי ההתחלה מתקבל מוצא כולל ב- $t>0$ השווה ל:

$$y_{total} = 1.5\exp(-t) - 0.6\exp(-2t) + 0.3\sin t + 0.1\cos t$$

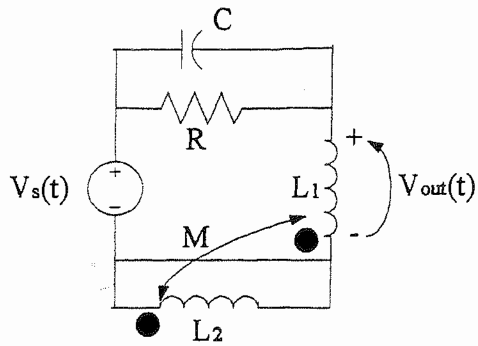
(5 נק') א. מהי המשוואה הדיפרנציאלית המתארת את המערכת? הנח שבאגף ימין של המד"ר אין ניגזרות של הכניסה.

(15 נק') ב. מהם תנאי ההתחלה של המערכת, ומהו פתרון ה- ZSR וה- ZIR עבור כניסת ה- $\sin(t)u(t)$ ועבור כניסת ה- $\cos(t)\,u(t)$?

(10 נק') ג. מהי תגובת ההלם של המערכת. פתרון לסעיף זה מומלץ למצוא רק ע"י ביצוע פעולות מתמטיות על פתרונות ה- ZSR מסעיף קודם?

שאלה מספר 2 (35 נקודות)

נתון המעגל הבא:



(10 נק') א. מצא/י מד"ר המקשרת בין מתח הכניסה $V_s(t)$ למתח המוצא $V_{out}(t)$ כפונקציה של R, C, L_1, L_2 ו – M.

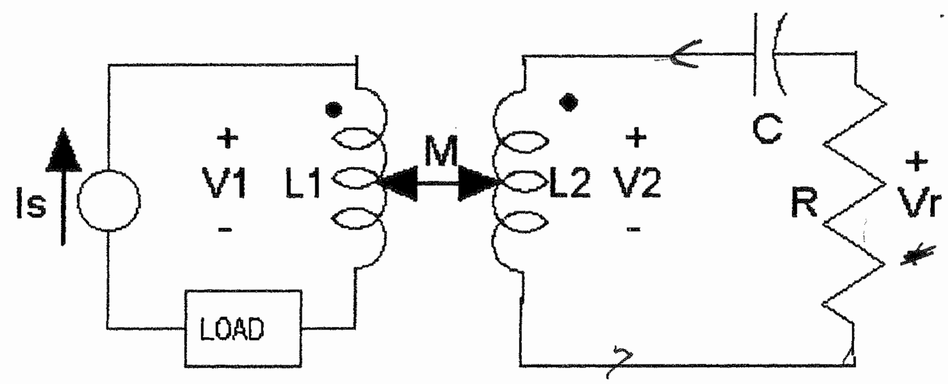
עבור הסעיפים הבאים הנח/י כי המד"ר המתארת את המערכת הנה $V''_{out}(t)+\alpha V'_{out}(t)+\beta V_{out}(t)=\gamma V''_s(t)+\eta V'_s(t)$ וכי המערכת מצויה בריסון קריטי וכן $\eta=1\ [1/s]$

(15 נק') ב. ידוע כי עבור הערור $V_s(t)=A\cdot t\cdot u(t)$, A=1 V/s ותנאי ההתחלה - $V'_{out}(0^-)=-1V/s$ התגובה הכוללת מקיימת $V_{out}(t>0)=1V$ מצא/י את $V_{out}(0^-)$ ואת ערכם של α, β ו - γ (ציין/י את ממדיהם).

(10 נק') ג. מהי התגובה הכוללת של המערכת לערור הלם $V_s(t)=B\cdot\delta(t)$, B=1 V-s ולאותם תנאי התחלה? האם תגובה זו מקיימת $V_{out}(t>0)=0$?

שאלה מספר 3 (35 נקודות)

נתון המעגל הבא הפועל במצב סינוסי עמיד:



(10 נק') א. המעגל מעורר באמצעות מקור זרם סינוסואידלי $I_s(t)$ בעל פאזור $\tilde{I}_s$. מצא/י את פונקצית תגובת התדר של המעגל $H(j\omega)=\frac{\tilde{V}_r}{\tilde{I}_s}$. הבע/י את פונקצית תגובת התדר כך שכל הגורמים במכנה הנם חסרי יחידות.

(10 נק') ב. הסלילים המצומדים, הקבל והנגד נועדו לשם מדידת הזרם הזורם בעומס (LOAD). לצורך מדידה מהימנה, נדרש שאמפליטודת המתח V_r תהיה בקרוב בלתי תלויה בתדר המקור ואילו שהפאזה של Vr תהיה בערך שווה לפאזה של מקור הזרם. עבור איזה תחום תדרים מצב זה מתקיים?

(5 נק') ג. נדרש להקטין את אמפליטודת המתח V_1. על מנת לקיים דרישה זאת, אילו מן ההצעות הבאות נכונות (ניתן לבחור יותר מהצעה אחת, אין צורך לנמק):

(1) להגדיל את L_1.

(2) להקטין את L_1.

(3) להגדיל את k.

(4) להקטין את k.

(10 נק') ד. שרטט/י את $|H(j\omega)|$ ואת $\angle H(j\omega)$ עבור $R=100_{\Omega}$, $L_1=100_{\mu H}$, $L_2=10_{mH}$, $C=10_{mF}$ בהנחת מקדם צימוד k=0.1 בין הסלילים.

18

סמסטר ב׳ תשס״ב
בחינת מעבר מועד א׳
מועד הבחינה: 26/6/02
משך הבחינה: 3 שעות

בחינה בקורס "מבוא להנדסת חשמל"

פרופ׳ ראובן בוקסמן, דר׳ גל שבתאי, דר׳ זאב זלבסקי

- מותר להיעזר במחשב כיס ובשני דפי נוסחאות בלבד.
- אין להשתמש בטרנספורמי לפלס, פוריה או דומיהם.
- יש לענות על כל השאלות.
- השאלות אינן שוות בערכן.
- בהצלחה!

19 – (3) מ״ל

שאלה מספר 1 (35 נקודות)

נתונה מערכת LTI מסדר שני המעוררת בתנאי התחלה שונים מאפס. עבור הכניסה $x_1(t)=2\exp(-\alpha t)u(t)$ (α לא ידוע), התגובה הכוללת של המערכת לערור ולתנאי התחלה בזמן t>0 הנה $y_1(t)=2\exp(-2t)-2\exp(-3t)$. עבור אותם תנאי ההתחלה וכניסה שהיא הנגזרת של הכניסה הקודמת, דהיינו $x_2(t)=\frac{dx_1(t)}{dt}$, התגובה הכוללת של המערכת בזמן t>0 הנה $y_2(t)=3\exp(-t)-4\exp(-2t)+\exp(-3t)$.

(15 נק') א. מצא/י את המשוואה הדיפרנציאלית של המעגל ואת תנאי ההתחלה בזמן $t=0^-$.

לצורך פתרון הסעיפים הבאים נתונה מערכת LTI חדשה המאופיינת באמצעות המד"ר $y''(t)+4y'(t)+3y(t)=2x(t)$ (זו אינה המד"ר המאפיינת את המערכת שתוארה בתחילת השאלה).

(10 נק') ✓ב. מצא/י את תגובת ההלם (בתנאי התחלה אפס) של המערכת החדשה.

(10 נק') ✓ג. מה צריכים להיות תנאי ההתחלה כך שעבור כניסת דובלט, התגובה הכוללת של המערכת החדשה עבור t>0 תהיה $y_3(t)=\exp(-t)-4\exp(-3t)$.

שאלה מספר 2 (35 נקודות)

(15 נק׳) א. התגובה לערור הלם של מערכת LTI בתנאי התחלה אפס הנה $h(t)=(1-t)\cdot \exp(-t)u(t)$. מהי התגובה לערור $x(t)=\exp(-t)u(t)+\delta'(t)$ בתנאי התחלה אפס?

(10 נק׳) ב. את המערכת שבסעיף א׳ מעונינים לממש באמצעות מעגל RLC מקבילי שהערור שלו הוא מקור זרם (ביחידות [A]) והמוצא שלו הוא המתח על כל אחד מהאלמנטים המחוברים במקביל (ביחידות [V]). כלומר, נדרש שתגובת המעגל לערור הלם ($k_0=1A\cdot\sec$,$I_S(t)=k_0\delta(t)$) בתנאי התחלה אפס תהיה $v_S(t)=(k_1-k_2t)\cdot\exp(-t/\tau)u(t)$ כאשר $k_1=1v$, $k_2=1v/\sec$ ו - $\tau=1\sec$. מהם ערכם של R, L ו – C שיקיימו זאת?

אין יכול
להיות
ו $a=0$

(10 נק׳) ג. נתונה המד״ר $y''(t)+2\alpha\cdot y'(t)+\omega_0^2\cdot y(t)=x(t)$ המתארת מערכת LTI מסדר שני. מהם תנאי ההתחלה $y(0^-)$ ו - $y'(0^-)$ כך שהתגובה לערור הלם תהיה קבועה לכל $t>0$ עבור כל ערך של α וערך של ω_0?

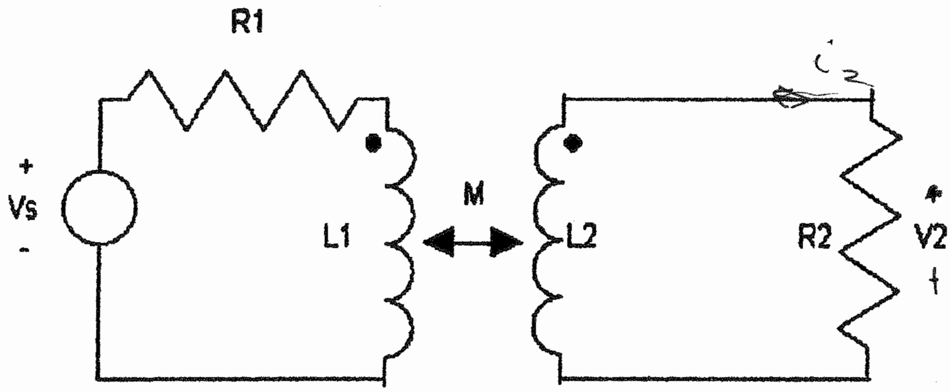
$(a-bt)$

$b=$

$y(0^+)=a=0$

שאלה מספר 3 (30 נקודות)

נתון המעגל הבא:



(10 נקי) א. מצא/י את המשוואה הדיפרנציאלית המקשרת בין מתח המוצא $V_2(t)$ ומתח הכניסה $V_s(t)$.

(10 נקי) ב. בהנחת מצב סינוסי עמיד, מצא/י את פונקצית תגובת התדר של המעגל $H(j\omega)=\frac{\tilde{V}_2}{\tilde{V}_s}$. הבע/י את פונקצית תגובת התדר כמנת גורמים חסרי יחידות.

(10 נקי) ג. שרטט/י את $|H(j\omega)|$ עבור $R_1=R_2=1_{K\Omega}$, $L_1=L_2=1_{mH}$ בהנחת צימוד מלא בין הסלילים.

(1) $X_1(t)=2e^{-\alpha t}u(t) \rightarrow y_1(t)=y_{ZIR}+y_{ZSR}=2e^{-2t}-2e^{-3t}$ (א 1

(2) $X_2(t)=-2\alpha e^{-\alpha t}u(t) \rightarrow y_2(t)=y_{ZIR}-\alpha y_{ZSR}=3e^{-t}-4e^{-2t}+e^{-3t}$

$\cancel{y'_{ZSR}=-\alpha y_{ZSR}}$ ~~...~~ בפתרון זה לא תמיד -
רק עבור $t>0$ נכון
כי התחלתיים שונים ונגזרותיו (ב-$t=0$)

$$(\alpha=2) \Rightarrow \quad (1)\ y_{ZIR}+y_{ZSR}=2e^{-2t}-2e^{-3t}$$

$$(2)\ y_{ZIR}-2y_{ZSR}=3e^{-t}-4e^{-2t}+e^{-3t}$$

$$(1)-(2) \Rightarrow 3y_{ZSR}=2e^{-2t}-2e^{-3t}-3e^{-t}+4e^{-2t}-e^{-3t}$$

$$\Rightarrow y_{ZSR}=2e^{-2t}-e^{-3t}-e^{-t}$$

הפולינום האופייני (מכיון ש- $\alpha=2$ ונשארו רק -1 ו-3- בשני מקומות) האופייני הוא:

$$(s+3)(s+1)=s^2+4s+3$$

כלומר המד"ר בצד שמאל היא:

$$y''+4y'+3$$

נגלה את אגף ימין כך שנציב y_{ZSR} עבור $X_1(t)$ בצד שמאל:

$$y_{ZSR}=2e^{-2t}-e^{-3t}-e^{-t}$$

$$y'_{ZSR}=-4e^{-2t}+3e^{-3t}+e^{-t}$$

$$y''_{ZSR}=8e^{-2t}-9e^{-3t}-e^{-t}$$

נציב בצד שמאל:

$$8e^{-2t}-9e^{-3t}-e^{-t}+4(-4e^{-2t}+3e^{-3t}+e^{-t})+3(2e^{-2t}-e^{-3t}-e^{-t})$$

$$=-2e^{-2t}+0\cdot e^{-3t}+0\cdot e^{-t}=-2e^{-2t}$$

אבל הרי נתון עבור $\alpha=2$: $x_1(t)=2e^{-\alpha t}$

~~שם~~ כלומר שאם שמים בכניסה שמאל את y_{ZSR} של $x_1(t)$ מקבלים בכניסה ימין $-x_1(t)$ ולכן נגלה שמדובר במער' LTI נקבל המד"ר הבא:

$$\boxed{y''_{(t)}+4y'_{(t)}+3y_{(t)}=-x_{(t)}}$$

כש- $x_{(t)}$ הוא ~~המוצא~~ העירור ו- $y_{(t)}$ הוא המוצא

כעת נמצא את y_{ZIR} לפי מש' (1) ו- (2):

$$2\cdot(1)+(2)\Rightarrow 3y_{ZIR}=4e^{-2t}-4e^{-3t}+3e^{-t}-4e^{-2t}+e^{-3t}$$

$$\Rightarrow 3y_{ZIR}=3e^{-t}-3e^{-3t}$$

$$\Rightarrow y_{ZIR}=e^{-t}-e^{-3t}$$

ה- y_{ZIR}, בהינתן ת.ה. מסוימים הוא קבוע לכל עירור ולכן נבדוק מהו ZIR כשנתון עירור אפס שכן אז לא קיים ZSR ונקבל רק ZIR:

$$y''+4y'+3y=0\Rightarrow y_{ZIR}(t)=ae^{-3t}+be^{-t}$$

כאשר ת.ה. - $y(0^-)$, $y'(0^-)$ כמו ~~אלה~~ הנתון עבור שני העירורים הנתונים

יש המשך בעמוד הבא

$$y''_{(t)}+4y'_{(t)}+3y_{(t)}=2x_{(t)}$$ ①

ב) נמצא את תגובת ההלם כאשר: $x(t)=\delta(t)$

$h(t)=?$

נפתור: $$y''+4y'+3y=\delta(t)$$

y'' הוא שמכיל את $\delta(t)$ ולכן y כפונקציה רציפה נמצא ת"ה חדשים ב-0^+:

$$\int_{0^-}^{0^+}y''+4\int_{0^-}^{0^+}y'+3\int_{0^-}^{0^+}y=\int_{0^-}^{0^+}\delta(t)=1$$

$$y'(0^+)-\cancel{y'(0^-)}$$ $=0$ ת"ה

y' היא פונקציה סופית ולכן האינטגרל נותן אפס

y רציף נותן אפס

$$\Rightarrow \quad \underline{y'(0^+)=1}$$

ולכן ת"ה חדשים: $\begin{cases} y(0^+)=0 \\ y'(0^+)=1 \end{cases}$ עבור המשוואה $y''+4y'+3y=0$

$\lambda^2+4\lambda+3=0$ מש' אופיינית ~~פתרון~~

$$\lambda_{1/2}=\frac{-2\pm\sqrt{16-12}}{2}=-2\pm1 \begin{cases}-3\\-1\end{cases}$$

ולכן נחש פתרון: $$y=ae^{-3t}+be^{-t}$$

נציב ת.ה:

$$y(0^+)=a+b=0 \Rightarrow a=-b$$

$$y'(0^+)=-3a-b=1 \Rightarrow a=-\tfrac{1}{2}$$

$$b=\tfrac{1}{2}$$

~~ולכן תגובת ההלם היא:~~ $\cancel{\boxed{h(t)=\left[-\tfrac{1}{2}e^{-3t}+\tfrac{1}{2}e^{-t}\right]u(t)}}$

אבל בצד ימין במקור יש $2x(t)$ ולכן לפי שזו מערכת LTI נכפיל את התגובה שקיבלנו ב-2, ולכן תגובת ההלם היא:

$$\boxed{h(t)=\left[e^{-t}-e^{-3t}\right]u(t)}$$

$$y''(t)+2\alpha y'(t)+\omega_0^2 y(t)=x(t)=\delta(t)$$ (7ג)

נבצע אינטגרציה ~~...~~ מ- 0^- ל- 0^+ ומשיקולי דימנסיה:

$$y''+2\alpha y'+\omega_0^2 y=0$$

$e^{-t}+e^{\alpha t}$

$$\left.\begin{aligned} y(0^+)&=a \\ y'(0^+)&=b+1 \end{aligned}\right\}$$

אם אני נדרשת שלכל α ו- ω_0 התגובה לעולם תהיה יציבה עלינו לדרוש שהתגובה תהיה אפס כי בכל זה אין לנו אילוץ בתגובה שהוא לכל t (דוגמא) אפס.

המשך בעמוד הבא

~~$y(t)=Ae^{-\alpha t}+Be^{-\beta t}$~~

~~כאשר α ו- β ...~~

~~$y(0^+)=A+B=$~~

~~$$A_{1/2}=\frac{-2\alpha\pm\sqrt{4\alpha^2-4\omega_0^2}}{2}=-\alpha\pm\sqrt{\alpha^2-\omega_0^2}$$~~

~~$A+B=a$~~

~~$-\alpha A-\alpha B+\sqrt{\alpha^2-\omega_0^2}A-\alpha^2$~~

המשך ←

$$\begin{pmatrix} A+B=0 \\ A-B=0 \end{pmatrix} \iff A=0 \wedge B=0$$

→ המשך 1)ג)

נמצא את השורשים של הפולינום האופייני:

$$\lambda^2 + 2\alpha\lambda + \omega_0^2 = 0$$

$$\Rightarrow \lambda_{1/2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$$

ומכאן הצורה הכללית של התגובה:

$$y(t) = Ae^{\left(-\alpha + \sqrt{\alpha^2-\omega_0^2}\right)t} + Be^{\left(-\alpha - \sqrt{\alpha^2-\omega_0^2}\right)t}$$

בשביל שהתגובה תהיה קבועה עליה להיות שווה לאפס זהותית לכל t כלומר עלינו לדרוש ש- A ו- B הם שווים לאפס וזה שווה ערך לכך שנדרוש ש- $A+B=0$ וגם $A-B=0$

$$\Rightarrow y(0^+) = A+B = a = 0$$

נדרוש

$$y'(0^+) = -\alpha(\underbrace{A+B}_{0}) + \sqrt{\alpha^2-\omega_0^2}(A-B) = b+1 = 0$$

נדרוש

כדי ש- $A-B$ יהיו שווים לאפס לכל α ו- ω_0.

ומכאן:

$$a = 0$$
$$b = -1$$

ולכן התשובה הסופית היא:

$$y(0^-) = 0$$
$$y'(0^-) = -1$$

✓

~~x(t)~~ 2) א) במערכת LTI:

$$x(t)=\delta(t)\ \underset{\text{קי' תג.}}{\Longrightarrow}\ h(t)=(1-t)e^{-t}u(t)$$

$$x(t)=e^{-t}u(t)+\delta'(t)\ \underset{\text{קי' תג.}}{\Longrightarrow}\ y(t)=?$$

תשובה: נבצע קונבולוציה: (עלי בעקרון סופרפוזיציה LTI)

$$y_1(t)=h(t)*\delta'(t)=\left[(1-t)e^{-t}u(t)\right]'=$$

$$=-e^{-t}u(t)+(t-1)e^{-t}u(t)+\delta(t)$$

$$\Rightarrow y_1(t)=(t-2)e^{-t}u(t)+\delta(t)$$

$$y_2(t)=h(t)*\left(e^{-t}u(t)\right)=\int_{-\infty}^{\infty}e^{-(t-\tau)}u(t-\tau)\cdot(1-\tau)e^{-\tau}u(\tau)\,d\tau$$

$$u(\tau)\cdot u(t-\tau)=\begin{cases}0 & :\tau<0\\ 1 & 0<\tau<t\\ 0 & t<\tau\end{cases}\qquad t>\tau$$

$$\Rightarrow\ =\int_0^t e^{-t}\cdot e^{\tau}\cdot e^{-\tau}(1-\tau)\,d\tau=e^{-t}\int_0^t(1-\tau)\,d\tau$$

$$\Rightarrow y_2(t)=e^{-t}\left(\tau-\frac{1}{2}\tau^2\right)\Big|_0^t=\underbrace{e^{-t}\left(t-\frac{1}{2}t^2\right)}$$

b זה, בזמן $t>0$ כי $\tau<t$ ו- $0<\tau$ (ע' על במבוא, הדרגות 1)

ומכאן: $\underline{y(t)=y_1(t)+y_2(t)=(t-2)e^{-t}u(t)+\delta(t)+e^{-t}(t-\frac{1}{2}t^2)u(t)}$

תשובה סופית: $$\boxed{y(t)=2\left(t-1-\frac{1}{4}t^2\right)e^{-t}u(t)+\delta(t)}$$

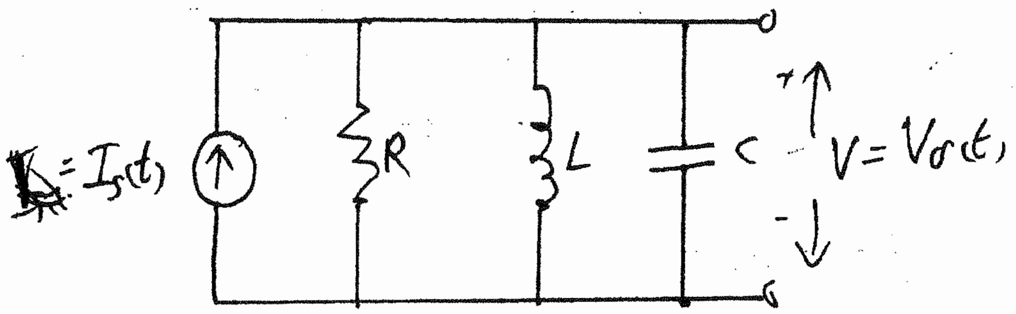
$\cancel{x(t)}$ $X(t) = I(t) \Rightarrow y(t) = V(t)$ ב) 2

ת.ה. אגס , $I_s(t) = K_0\delta(t)$, $K_0 = 1A\cdot sec$

$V_\delta(t) = (K_1 - K_2 t)e^{-\frac{t}{\tau}}u(t)$, $K_1 = 1V$, $K_2 = 1\frac{V}{sec}$

$\tau = 1sec$

מצא R, L ו- C ?



$KCL \Rightarrow I_s(t) = \frac{V}{R} + \frac{1}{L}\int V + C\frac{dV}{dt}$

$I_s'(t) = \frac{V'}{R} + \frac{1}{L}V + CV''$ נגזר, נחלק ב-C

$V'' + \frac{1}{RC}V' + \frac{1}{LC}V = \frac{1}{C}I_s'(t) = \cancel{\frac{K_0}{C}\delta'(t)}$

(המשך ל-1 (2) ב) במחברת מס' 2 !!

~~ת.ה. אינו ... מאו ... ת.ה. ... משיקולי רציפות ואינטגרציה: קיבל!~~

$\cancel{V'(0^+) - V'(0^-) = \frac{K_0}{C} = \frac{K_0}{C}\int\delta(t)}$

המשך

② ב) המשך

$$V'' + \frac{1}{RC}V' + \frac{1}{LC}V = \frac{1}{C}(K_0\,\delta(t))' = \frac{K_0}{C}\delta'(t)$$

בואו נפתור כשבצד ימין יש $\frac{K_0}{c}\cdot\delta(t)$ ואז נגזור את הפתרון.

נפתור את הבעיה עם תנאי התחלה אפס, ונשתמש בתנאי רציפות ואינטגרציה (נקבל):

$$V'(0^+) - \underset{0}{\cancel{V'(0^-)}} = \frac{K_0}{c} = \frac{K_0}{c}\int_{0^-}^{0^+}\delta(t)\,dt$$

נפתור

$$V'' + \frac{1}{RC}V' + \frac{1}{LC}V = 0$$

עם ת.ה. $V(0^+)=0$ ו- $V'(0^+)=\frac{K_0}{c}$

כדי שנקבל לנו התגובה המבוקשת עלינו לדרוש כי הפולינום האופייני יהיה 2 שורשים ממשיים שווים שערכם הוא -1 (במיקום של zeros) ולכן:

$$(s+1)^2=0$$

$\Downarrow$

$$s^2+2s+1=0 \Rightarrow \frac{1}{RC}=2\ ,\ \frac{1}{LC}=1$$

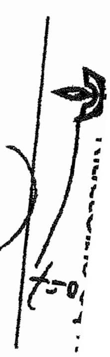
$$① \ RC=\frac{1}{2}\ ,\ ② \ LC=1$$

ולכן התגובה שהתקבלה:

$$y(t)=(a+bt)e^{-t}u(t)$$

$$y(0^+)=a=0$$

$$\underset{a=0}{y'(0^+)} = \cancel{b}\left([be^{-t}-bte^{-t}]u(t)+bte^{-t}\delta(t)\right)$$



$$y'(0^+)=b=\frac{K_0}{c}$$

המשך בעמ' הבא

← נסמן ב ב

~~$y(t)=K_0$~~ ~~$K_0\delta(t)$~~

$$\underline{y(t)=\frac{K_0}{C}te^{-t}u(t)}$$

זו התגובה הכללית. ת.ה ב-0 אפס וראש בכך
זמן יש $\frac{K_0}{C}\delta(t)$ אם אין קריר — נחזיר של
כאן זה וזה נקבל! עבור עירור $\delta(t)$!

$$y(t)=\left(\frac{K_0}{C}-\frac{K_0}{C}t\right)e^{-t}u(t)+\cancel{\frac{K_0}{C}te^{-t}\delta(t)}$$

ובשביל לקבל את התגובה הרצויה שהיא:

$$y(t)=(K_1-K_2t)e^{-\frac{t}{2}}u(t)$$

עלינו לדרוש

$$\frac{K_0}{C}=K_1,\quad \frac{K_0}{C}=K_2$$

$$\Rightarrow \boxed{C=\frac{K_0}{K_1}=1F}$$

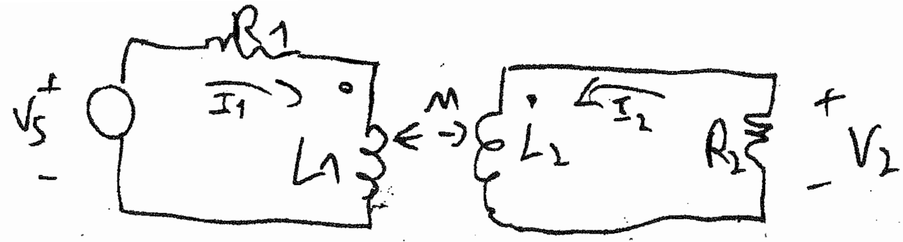
ומהנתון:

① $RC=\frac{1}{2}\,[sec]$

② $LC=1\,[F\cdot H_y]$ ✓

$$\boxed{\begin{array}{ll} C=1F & R=\frac{1}{2}\Omega \\ L=1H_y & \end{array}}$$ ⇐

3



א) נמצא את המד"ר

$$V_S = I_1 R_1 + \cancel{I_1} sL_1 I_1 + sMI_2$$

$$V_2 = I_2 \cdot R_2 \cancel{=} sL_2 I_2 + sMI_1$$

[illegible]

① $$I_1(R_1 + sL_1) + sMI_2 = V_S$$

$$I_1(sM) + (sL_2 - R_2) I_2 = 0$$

$$\underbrace{\begin{pmatrix} R_1 + sL_1 & sM \\ sM & sL_2 - R_2 \end{pmatrix}}_{\bar{\bar{A}}} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_S \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\det \bar{\bar{A}} = (R_1 + sL_1)(sL_2 - R_2) - s^2 M^2$$

$$= s^2 L_1 L_2 + s(L_2 R_1 - L_1 R_2) - R_1 R_2 - s^2 M^2$$

$$= s^2 (L_1 L_2 - M^2) + s(L_2 R_1 - L_1 R_2) - R_1 R_2$$

נקבל $$I_2 = \frac{-sMV_S}{\det \bar{\bar{A}}} \qquad (*)$$

$\Downarrow$

$$(L_1 L_2 - M^2) I_2'' + (L_2 R_1 - L_1 R_2) I_2' - R_1 R_2 I_2 = -MV_S'$$

$\leftarrow$ נתון $\quad V_2 = I_2 \cdot R_2$

$\checkmark$ 8

← המשך 3) ב)

אפשר גם לכתוב כך!

$$H(j\omega)=\frac{1}{j\left(\frac{\omega(M^2-L_1L_2)}{MR_L}-\frac{R_1}{\omega M}\right)+\frac{L_1R_2-L_2R_1}{MR_L}}$$

ג)

$$R_1=R_2=1k\Omega$$

$$L_1=L_2=1mH$$

צימוד מלא $M=\sqrt{L_1L_2}=1mH$

$$\Rightarrow H(j\omega)=\frac{1}{j\left(\omega\underbrace{(10^{-6}-10^{-6})}_{=0}-10^{6}\cdot\frac{1}{\omega}\right)+\underbrace{\frac{1-1}{1}}_{=0}}$$

$$\cancel{|H(j\omega)|=\frac{1}{\omega\cdot 10^{-6}-10^{-6}-10^{6}\cdot\frac{1}{\omega}}}$$

$$\cancel{10^{-6}\omega^2-10^{-6}\omega-10^{+6}=0}\ ,\ \cdot\omega^2$$

$$\cancel{\omega_{1/2}=10^{-6}\pm\sqrt{10^{-12}-4}}$$

← המשך

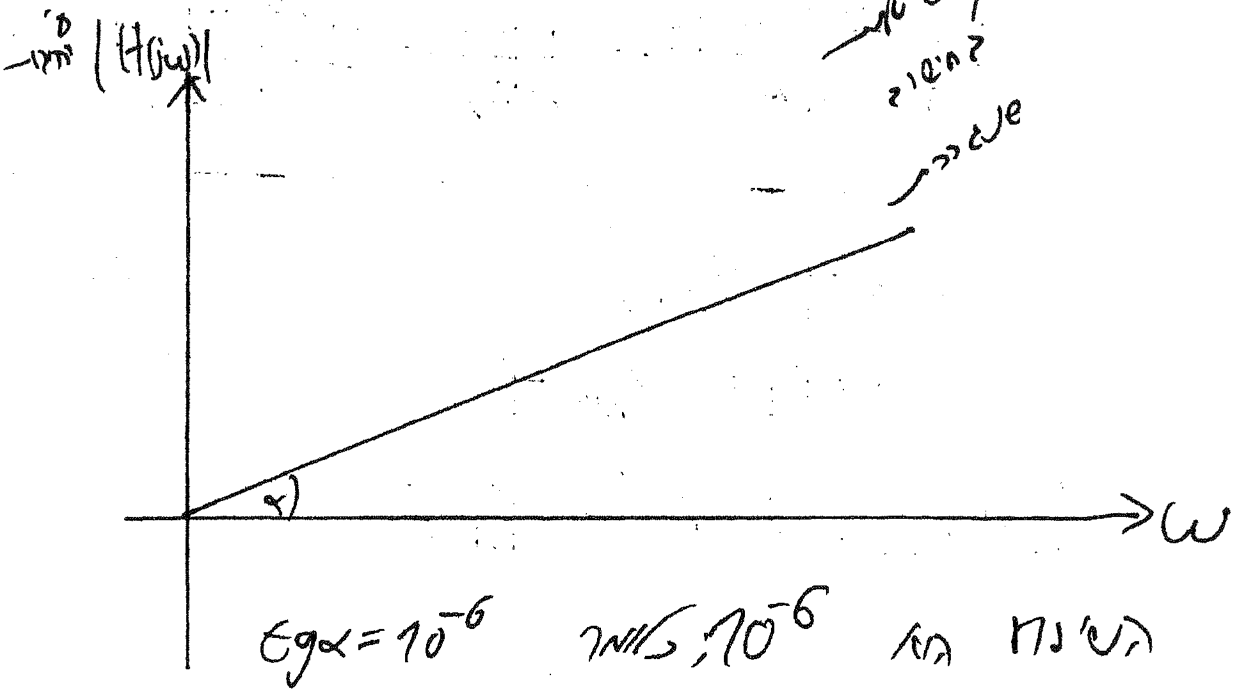
גרף:

א 3

$$H(j\omega) = + \frac{\omega j}{10^6}$$

$$|H(j\omega)| = \frac{\omega}{10^6}$$

זהו הגבר
הגבר [illegible] $\frac{1}{10^6}$
[illegible]
בחישוב
שגרם



השיפוע הוא 10^{-6}, כלומר $tg\alpha = 10^{-6}$

$(\alpha = 5.7 \cdot 10^{-5\,\circ})$

3) תיקון לשאלה: א)

ניתן לי טעות בסימן, המשך הכינותי

$$\text{I}\quad V_s = I_1R_1 + SL_1I_1 + SMI_2$$

$$\text{II}\quad V_2 = -I_2R_2 = SL_2I_2 + SMI_1$$

$$\Rightarrow \underbrace{\begin{pmatrix} R_1+SL_1 & SM \\ SM & SL_2+R_2 \end{pmatrix}}_{\bar{\bar{A}}} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_s \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\det\bar{\bar{A}} = S^2(L_1L_2-M^2) + S(L_2R_1+L_1R_2) + R_1R_2$$

לפי קרמר:

$$I_2 = \frac{-SMV_s}{\det\bar{\bar{A}}}$$

$$(L_1L_2-M^2)I_2'' + (L_2R_1+L_1R_2)I_2' + R_1R_2I_2 = -MV_s'$$

$$V_2 = -I_2R_2 \Rightarrow I_2 = -\frac{V_2}{R_2}$$

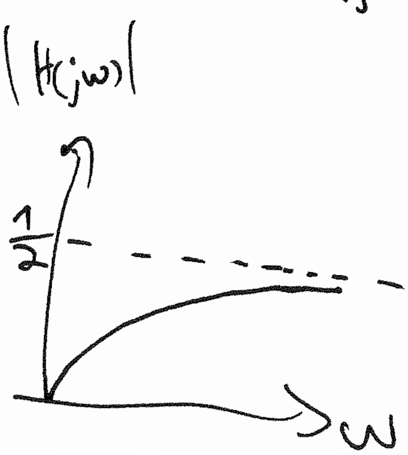
כל מה שנותר כעת לקבל את המד"ר הרצויה, להציב.

$$I_2' = -\frac{1}{R_2}V_2' \,, \qquad I_2'' = -\frac{1}{R_2}V_2''$$

ב)

$$H(j\omega) = \,? \Rightarrow I_2 = \frac{-SMV_s}{\det\bar{\bar{A}}} = -\frac{V_2}{R_2}$$

$$\Rightarrow \frac{\tilde{V}_2}{\tilde{V}_s} = H(j\omega) = \frac{1}{j\left(\frac{\omega(M^2-L_1L_2)}{MR_2} - \frac{R_1R_2}{M\omega R_2}\right) + \frac{L_2R_1+L_1R_2}{MR_2}}$$



ג) אחרי הצבת הנתונים נקבל:

$$|H(j\omega)| = \left|\frac{1}{-\frac{1}{\omega}j+2}\right|$$

אם $\omega \to 0$ נקבל כי ערך הביטוי שואף לאפס

אם $\omega \to \infty$ נקבל כי ערך הביטוי שואף ל$\frac{1}{2}$ וגם כן:

מס׳ ת.ז.

סמסטר ב׳ תשס״א
בחינת מעבר מועד א
מועד הבחינה: 21/6/01
משך הבחינה: 3 שעות

בחינה בקורס ״מבוא להנדסת חשמל״

פרופ׳ דוד מנדלוביץ, פרופ׳ ראובן בוקסמן, דר׳ זאב זלבסקי, דר׳ גל שבתאי

- מותר להיעזר במחשב כיס ובשני דפי נוסחאות בלבד.
- יש לענות על כל השאלות.
- השאלות אינן שוות בערכן.
- ב ה צ ל ח ה!

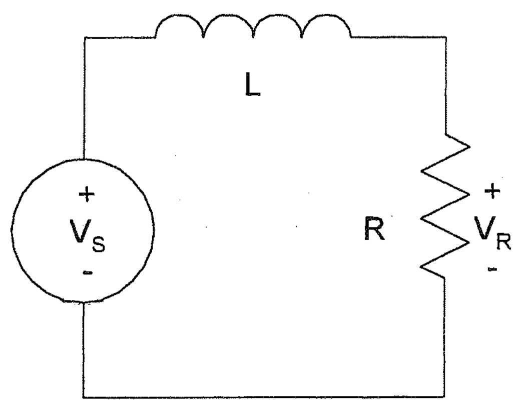
שאלה מספר 1 (40 נקודות)

השאלה דנה במערכות LTI שונות המעוררות כולן בתנאי התחלה אפס אלא אם צויין במפורש אחרת. סעיפים א׳-ג׳ הנם בלתי תלויים וניתן לפתור כל סעיף מבלי לפתור את קודמיו.

(15 נק׳) א. במערכת LTI מסדר שני ידוע שעבור המבוא $x(t) = r(t)$ מתקבל המוצא (בת.ה. אפס) $y(t) = [\exp(-2t) - \exp(-4t)] \cdot u(t)$.

1. מצא/י את המד״ר המקשרת בין מבוא המערכת למוצאה.
2. האם המערכת סיבתית?
3. מהם תנאי ההתחלה בזמן t=0 כך שתגובת המערכת הכוללת לעירור $x(t) = r(t)$ תהיה אפס לכל $t>0$?
4. עבור אותם תנאי ההתחלה שמצאת, האם גם התגובה הכוללת לעירור <u>הלם</u> ולתנאי ההתחלה הנ״ל תהיה אפס לכל $t>0$? נמק/י.

(15 נק׳) ב. נתון המעגל הבא כאשר ידוע היחס $R/L = 1\,[\mathrm{sec}]$:

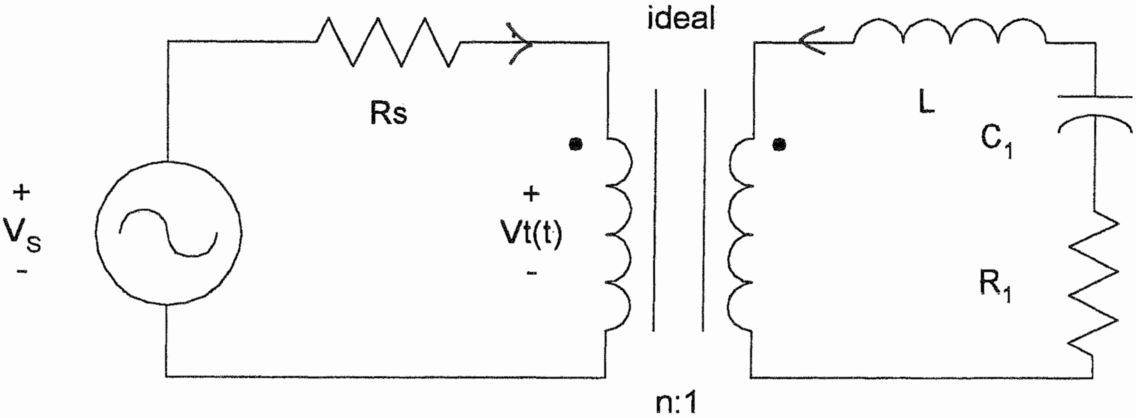


מצא/י מהי תגובת ההלם של המעגל $h(t) = V_R(t)$, וע״י קונבולוציה מצא/י את התגובה לעירור: $V_s(t) = u(t) - u(t-1) + \delta'(t-4)$?

(10 נק׳) ג. במערכת LTI סיבתית ידוע שעבור העירור $x(t) = 2u(t) + 3\delta(t) + \delta'(t)$ מתקבלת התגובה (בת.ה. אפס): $y(t) = \exp(-3t) \cdot u(t)$. מהי תגובת ההלם של המערכת?

שאלה מספר 2 (30 נקודות)

לעתים, מפעילים אות בתדר רדיו (RF) על מנת להאיץ יונים הפוגעים במשטח פלסמה. ניתן לתאר את היישום הנ"ל באמצעות מעגל חשמלי הפועל במצב סינוסי עמיד בו משטח הפלסמה מיוצג באמצעות המעגל הטורי $R_1 - C_1$ כפי שמתואר בציור הבא:



(12 נק') א. בהינתן V_s (משרעת, תדר ופזה) , R_s, C_1 ו - R_1, מהם ההשראות L ויחס הליפופים בשנאי האידיאלי n, שיגרמו לפיזור הספק ממוצע מקסימלי על R_1? במקרה זה, מהם ההספקים הממוצעים על נגד העומס R_1 והתנגדות המקור R_s?

(15 נק') ב. נתון כי $V_s(t)=|V_s|\cos(\omega t)u(t)$ ושמתקיימים התנאי של סעיף א'. מהו המתח $V_t(t)$ בין הדקי הכניסה של השנאי האידיאלי (יש למצוא את $V_t(t)$ לכל t, לא רק במצב העמיד)?

<u>הנחיה:</u>

I. יש לפתור בצורה פרמטרית תוך שימוש בנתוני הבעיה בלבד (במידת הצורך יש לייצג L ו- n ע"י הביטויים שלהם).

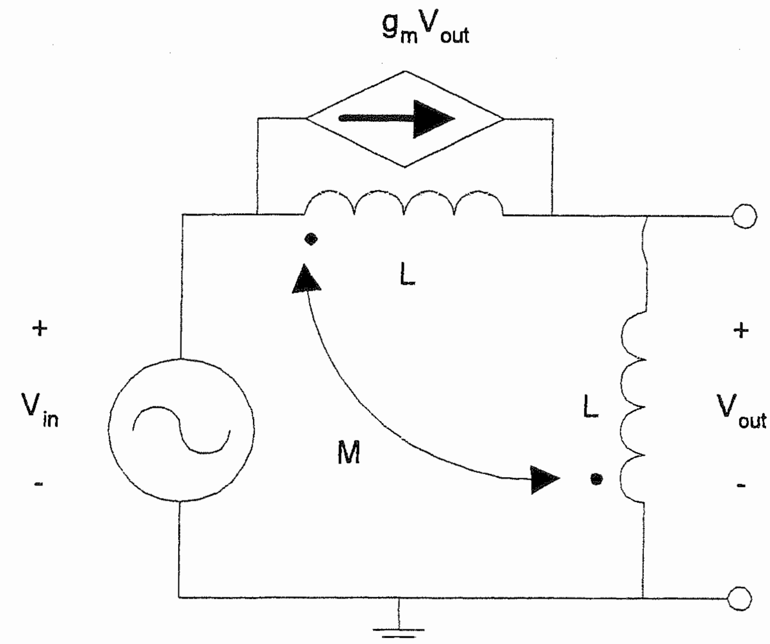
II. יש להניח כי המעגל מצוי בריסון יתר (over-damping).

III. ניתן להניח כי בתנאי השאלה קיים $R_1 \cdot C_1 \cdot \omega >> 1$ וניתן להשתמש בקירוב: $\lim_{x\to 0}\sqrt{1-x}\approx 1-\frac{x}{2}$.

(3 נק') ג. תחת התנאים שבסעיף א', נתון כי: $R_1=10\ \Omega$, $f=\omega/2\pi=13.56$ MHz, $C_1=1\ \mu F$, $R_s=50\ \Omega$ ו- $|V_s|=1$ KV. מצא/י את ערכי כל הפרמטרים שמצאת בסעיף א' (דהיינו את: n, L וההספקים הממוצעים על נגד העומס R_1 ועל התנגדות המקור R_s). שימו לב שהתוצאות אינן חייבות להיות "יפות".

שאלה מספר 3 (30 נקודות)

נתון המעגל הבא:



(10 נק') א. מצא/י משוואה דיפרנציאלית המקשרת בין מתח המבוא $V_{in}(t)$ למתח המוצא $V_{out}(t)$.

(10 נק') ב. כעת המעגל מעורר במצב סינוסי עמיד. נתון כי מקור המתח הוא $V_{in}(t)=\cos(t)$. כמו כן נתון: $L=3\text{ H}, M=1\text{ H}, g_m=(-1/4)\text{ mho}$. מהו שקול תבנין ($\widetilde{V}_{th}$ ו – Zth) בין הדקי המוצא?

את הסעיף הבא יש לפתור בצורה פרמטרית, <u>ללא</u> הנתונים של סעיף ב.

(10 נק') ג. עבור המעגל הנ"ל (במצב סינוסי עמיד):

1. יש לזהות ענפים סטנדרטיים ולשרטט גרף מכוון.

עבור גישת מתחי צמתים:

2. מהי מטריצת הפגיעה המצומצמת $\underline{\underline{A}}$?
3. מהם מטריצת מוליכויות הענפים $\underline{\underline{Y}}_b$ והוקטור $\left(\underline{\widetilde{J}}_s-\underline{\underline{Y}}_b\underline{\widetilde{V}}_s\right)$?

(1) א.

$$r(t) \to (e^{-2t} - e^{-4t})u(t)$$

$$u(t) \to (-2e^{-2t} + 4e^{-4t})u(t) + \cancel{\alpha\delta(t)}$$

$$\delta(t) \to (4e^{-2t} - 16e^{-4t})u(t) + 2\delta(t) = h(t).$$

השורשים במשוואה האופייני הם $-2,-4$, לכן
המשוואה המבוקשת היא:

$$y'' + 6y' + 8y = \alpha\cdot x'' + \beta\cdot x' + \gamma\cdot x$$

(מצד ימין סדר הנגזרות II עקב רק שהתגובה להלם כוללת הלם,
נגזרת (y') כוללת דלתא וכו').

כל הנגזרה הכללית:
$$y'' + 6y' + 8y = \alpha x'' + \beta\cdot x' + \gamma\cdot x$$

$$h(t) = (4e^{-2t} - 16e^{-4t})u(t) + 2\delta(t)$$

$$h'(t) = (-8e^{-2t} + 64e^{-4t})u(t) - 12\delta(t) + 2\delta'(t)$$

$$h''(t) = (16e^{-2t} - 256e^{-4t})u(t) + 56\delta(t) - 12\delta'(t) + 2\delta''(t)$$

$$h''(t) + 6h'(t) + 8h(t) = \alpha\cdot\delta'' + \beta\cdot\delta' + \gamma\cdot\delta$$

כיוון ש $-2,-4$ הם שורשים של המשוואה האופיינית, ברור כי
האיברים ללא הנגזרים יתבטלו, לכן נשאר
רק עם ה $\delta, \delta', \delta''$!

$$56\delta(t) - \cancel{12\delta'(t)} + 2\delta''(t) + 6\cdot(-12\delta(t) + \cancel{2\delta'(t)}) + 8\cdot 2\delta(t) =$$
$$= \alpha\delta'' + \beta\delta' + \gamma\delta$$

$$2\delta'' + 0\cdot\delta(t) + 0\cdot\delta(t) = \alpha\cdot\delta'' + \beta\cdot\delta' + \gamma\cdot\delta.$$

$$\Downarrow$$
$$\alpha = 2$$
$$\gamma = \beta = 0$$

המשוואה:
$$\boxed{y'' + 6y' + 8 = 2x''}$$

X - הכניסה
y - התגובה.

1) א, ב המערכת סיבתית כיוון שהתגובה מתחילה בזמן

2) מזמן הנתון, ולא לפניו!

3)

$$y_{ZSR} = \left(e^{-2t} - e^{-4t}\right)u(t)$$

נדרש תנאים ZIR לאפס אותו עבור $t>0$:

$$y_{ZIR} = -e^{-2t} + e^{-4t} \Rightarrow y(0) = 0$$

$$y'_{ZIR} = 2e^{-2t} - 4e^{-4t} \Rightarrow y'(0) = -2$$

4) בסעיף 1 מצאנו את התגובה להלם, וקל לראות שתנאי ההתחלה הם אותם שלקחנו לתגובת ZIR שמאפסים את המוצא:

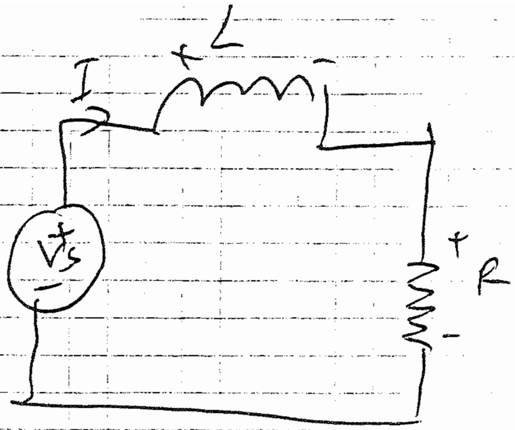
$$y_{ZIR} = -e^{-2t} + e^{-4t}$$

$$h(t) = y_{ZSR} = \left(4e^{-2t} - 16e^{-4t}\right)u(t) + 2\delta(t).$$

המקדמים של e^{-2t}, e^{-4t} לא מתאפסים!

לכן התגובה הכוללת לעולם לא מתאפסת

ד. (1)



$$V_s = L\frac{dI}{dt} + IR$$

$$V_R = IR$$

$$\frac{dV_R}{dt} = R\frac{dI}{dt}$$

$$V_S = \frac{L}{R}\frac{dV_R}{dt} + V_R$$

$$V_S \cdot \frac{R}{L} = V_R' + \frac{R}{L}V_R \qquad \left(\frac{R}{L}=1\right) \text{(נתון)}$$

$$V_s \cdot 1 = V_R' + 1 \cdot V_R$$

תגובה להלם:

$$\delta(t) = V_R' + V_R$$

ונבצע $\int_{0^-}^{0^+}$:

$$1 = V_R(0^+) - \cancel{V_R(0^-)}^{\,0} \ (ZSR)$$

$$V_R(0^+) = 1$$

$$V_R' + V_R = 0 \ ; \ V_R(0^+) = 1$$

$$\boxed{V_R = 1 \cdot e^{-t}u(t)} \quad \cancel{(t>0)}$$

כפול שלנו מעין (ZSR)

$$V_R(t) = h(t) = e^{-t}u(t)$$

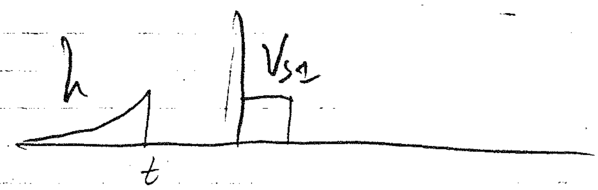
ד, המשך (1)

$$y(t) = V_s * h = \left(u(t) - u(t-1) + \delta'(t-4)\right) * e^{-t}u(t) =$$

תכונות הקונבולוציה מאפשרות דיסטריבוטיביות:

$$= \underbrace{(u(t)-u(t-1)) * e^{-t}u(t)}_{y_1} + \underbrace{\delta'(t-4) * e^{-t}u(t)}_{y_2}$$

חישוב y_1:



$y_1 = 0 \quad \Leftarrow t<0$

$$y_1 = \int_0^t e^{-(t-\tau)}d\tau = e^{-t}\cdot(e^t-1) = \boxed{1-e^{-t}} \quad t\in(0,1) \quad \checkmark$$

$$y_1 = \int_0^1 e^{-t+\tau}d\tau = e^{-t}(e-1) \quad \checkmark \quad (t>1)$$

$$y_1 = \begin{cases} 0 & t<0 \\ 1-e^{-t} & 0\le t<1 \\ e^{-t}(e-1) & 1\le t \end{cases}$$

(1) ד. המשך:

$$y_2(t) = \delta'(t-4) * e^{-t}u(t)$$

ידוע שקונבולוציה עם $\delta'(t)$ גוזרת את הפונקציה
כמו כן הזזה בזמן של הערוץ מזיזה בזמן את
התגובה, ולכן:

$$y_2(t) = -e^{-(t-4)}u(t-4) + \delta(t-4)$$

ג-

והתגובה הסופית:

$$y(t) = \begin{cases} 0 & t<0 \\ 1-e^{-t} & t\in[0,1) \\ e^{-t}(e-1) & t\in[1,4) \\ e^{-t}(e-1)-e^{(-t+4)} & ; t\geq 4 \end{cases}$$

$$x(t) = 2u(t) + 3\delta(t) + \delta'(t)$$

$$x(t) * h(t) = e^{-3t}u(t)$$

$$x(t) * h(t) = 2\int_0^t h(t)\,dt + 3h(t) + h'(t) = e^{-3t}u(t)$$

נשמט:

$$2h(t) + 3h'(t) + h''(t) = e^{-3t}u(t) + \delta(t)$$

המשך:

$$h_h =$$

1) ג. נעזר בהתמרת לפלס:

$$\mathcal{L}(x(t)) = \left(s + \frac{2}{s} + 3\right)$$

$$\mathcal{L}(e^{-3t}u(t)) = \frac{1}{s+3}$$

$$\left(s + \frac{2}{s} + 3\right) \cdot H(s) = \frac{1}{s+3}$$

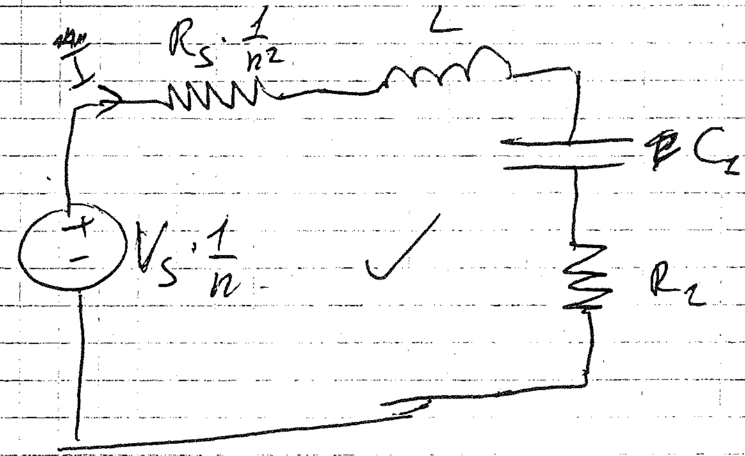
$$H(s) = \frac{1}{(s+3)\left(s + \frac{2}{s} + 3\right)}$$

$$\boxed{h(t) = \mathcal{L}^{-1}(H(s)) = \left(\frac{1}{2}e^{-t} + 2e^{-2t} - \frac{3}{2}e^{-3t}\right)u(t)}$$

(ניתן לראות שנק' הקפיצה מתאימות - כלומר $h'(t)$ לא מכיל $\delta(t)$, אך $h''(t)$ מכילה, רק שמקדמים הנ"ל: (המחויבים מהקונבו

$$\left(2h(t) + 3h'(t) + h''(t) = -3e^{-3t}u(t) + \delta(t)\right)$$

(2) ב'. נמיר את מקור המתח והנגד שלו אל
צד ימין (צד המעגל $(R_1 C_1 L)$):



נדרוש שהמעגל יהיה בתהודה:

$$Z_{eq}: \quad j\omega L + \frac{1}{j\omega C_1} = 0$$

$$\omega L - \frac{1}{\omega C_1} = 0 \Rightarrow \omega L = \frac{1}{\omega C_1} \Rightarrow \omega^2 L C_1 = 1$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{L = \frac{1}{\omega^2 C_1}}$$

כעת, כשהמעגל בתהודה, כל ההספק מועבר לנגדים:

כדי שיהיה הספק מקסימלי על R_1, נדרוש שהנגד יהיה שווה ל $\frac{R_s}{n^2}$, כלומר:

$$R_1 = \frac{R_s}{n^2}$$

$$\boxed{n = \sqrt{\frac{R_s}{R_1}}} \qquad n^2 = \frac{R_s}{R_1}$$

כעת ההספק (הריאקטיבי) על 2 הנגדים שווים, (על $\frac{R_s}{n^2}$ ועל R_1) ~~...~~
וההספק על כל אחד מהם הוא:

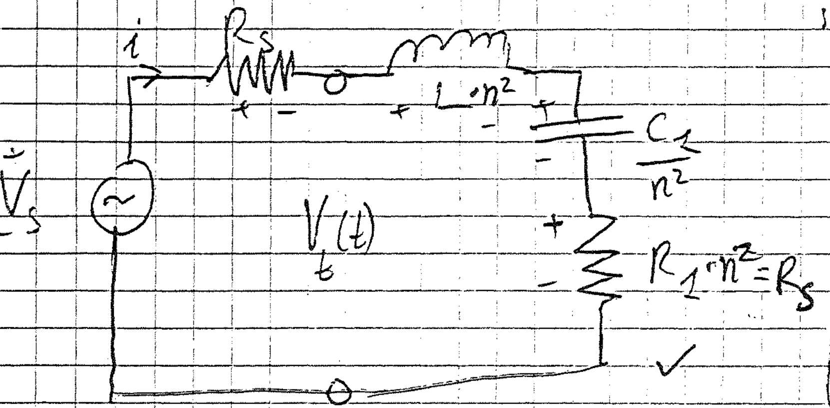
$$(\text{עבור } R_L) \quad P_{AV} = \frac{1}{2}|\tilde{I}|^2 \, Re(Z) = \frac{1}{2}\left|\frac{V_s}{2R_1}\right|^2 \cdot R_1 = \boxed{\frac{1}{8}|V_s|^2 \cdot \frac{1}{R_1}}$$

$$V_s(t)=|V_s|\cos(\omega t)\,u(t)$$

ב. (2)

צ"ל: $V_t(t)$ ו- $f_?(t)$ על הרכיבים R_1, C_1, L

לצד תנאים:



ותנאי קיום:

$$n^2=\sqrt{\frac{R_s}{R_L}}$$

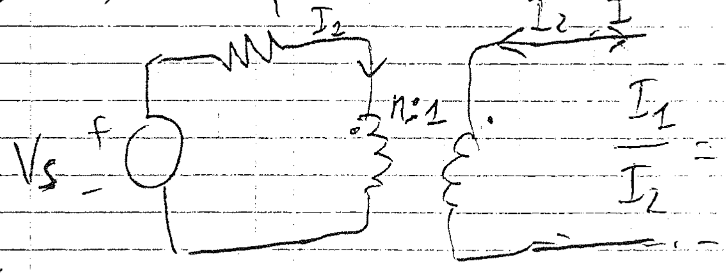
$$L=\frac{1}{\omega^2 C_1}$$

$$V_s(t)=2R_s\cdot i+L\cdot n^2\frac{di}{dt}+\frac{n^2}{C_1}\int_0^t i(\tau)d\tau=V_s\cdot\cos(\omega t)u(t)$$

$$V_s\cdot\cos\omega t\cdot u(t)=2R_s\cdot i+\frac{R_s}{R_1\omega^2C_1}\frac{di(t)}{dt}+\frac{R_s}{R_1C_1}\int_0^t i(\tau)d\tau$$

המשך בדף הבא

תוספת לסעיף א': חישוב ההספק על הנגד R_s:



$$\frac{I_1}{I_2}=-\frac{1}{n}$$

$$\tilde{I}_1=\frac{\tilde{I}}{n}=\frac{\tilde{V}_s}{n\cdot 2R_1}$$

$$I_1=-\frac{\cancel{1}\cdot I_2}{n}=\frac{\cancel{1}\cdot I}{n}$$

$$\tilde{I}_1=\frac{\cancel{1}\cdot\tilde{I}}{n}=\cancel{1}\frac{V_s}{2R_{\cancel{1}}}\cdot\frac{1}{n}$$

$$n^2=\frac{R_s}{R_1}$$

$$P_{av}(R_s)=\frac{1}{2}|\tilde{I}_1|^2\cdot R_s=\frac{1}{2}\frac{\cancel{1}|V_s|^2}{\cancel{n^2}4R_1^2}\cdot R_s=$$

$$=\frac{1}{8}\frac{|V_s|^2\cdot\cancel{R_s}}{\frac{\cancel{R_s}}{\cancel{R_1}}\cdot R_1^{\cancel{2}}}=\frac{1}{8}\frac{|V_s|^2}{R_1}$$

(3)

ונגזור את המשוואה

$$V_s\delta(t) - V_s\omega\sin\omega t\,u(t) = 2R_s\frac{di}{dt} + \frac{R_s}{R_1\omega^2C_1}\cdot\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{R_s}{R_1C_1}i(t)$$

פתרון ~~אמפרי~~ עבור $\delta(t)$

$$\frac{V_s\cancel{\delta(t)}}{\frac{R_s}{R_1\omega^2C_1}} = i'' + \frac{2\cancel{R_s}}{\frac{\cancel{R_s}1}{R_1\omega^2C_1}}i' + \frac{\omega^2\cancel{C_1R_1}}{\cancel{R_1C_1}}i$$

$$i'' + 2R_1\omega^2C_1 i' + \omega^2 i = \delta(t)\frac{R_1\omega^2C_1V_s}{R_s}$$

פתרונות:

$$\lambda_{1,2} = \frac{-2R_1\omega^2C_1 \pm \sqrt{4R_1^2\omega^4C_1^2 - 4\omega^2}}{2} =$$

$$= -R_1\omega^2C_1 \pm \omega\sqrt{R_1^2\omega^2C_1^2 - 1} =$$

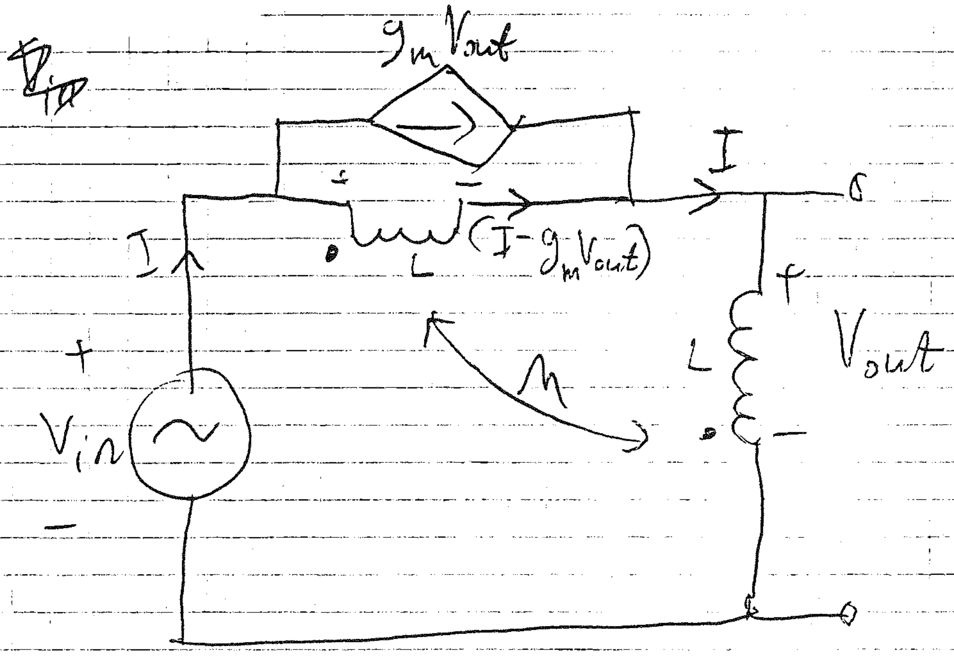
$$= -R_1\omega^2C_1 \pm \omega^2R_1C\sqrt{1 - \frac{1}{R_1^2\omega^2C_1^2}} \approx$$

$$\approx R_1\omega^2C_1\left[-1 \pm \left(1 - \frac{1}{2R_1^2\omega^2C_1^2}\right)\right] = \frac{\cancel{R_1\omega^2C_1}[}{2R_1^{\cancel{2}}\cancel{\omega^2}C_1^{\cancel{2}}} = \lambda_1 = -\frac{1}{2R_1C_1}$$

$$= \cancel{R_1\omega^2C_1\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2R_1^2\omega^2C_1^2} \pm \lambda_1\ldots}$$

כיוון שהוא דועך רק מעריכית (המשך במחברת II בעמוד)

c (3)



$$V_{in} = LS(I - g_m V_{out}) \cancel{+} M \cdot S \cdot I + L \cdot S \cdot I - M \cdot S(I - g_m V_{out})$$

$$V_{in} = 2L \cdot I S - L \cdot g_m \cdot S \cdot V_{out} - 2MSI + M g_m S \cdot V_{out}$$

$$V_{in} = I(2LS - 2MS) + g_m \cdot V_{out}(M \cdot S - L \cdot S)$$

$$V_{out} = L \cdot S \cdot I - M \cdot S \cdot (I - g_m \cdot V_{out})$$

$$V_{out}(1 - M g_m S) = SI(L - M)$$

$$2 \cdot S(L - M) I = \frac{V_{out} \cdot (1 - M g_m S) \cdot 2}{\cancel{S(L-M)}}$$

$$V_{in} = V_{out}(2 - 2M g_m S) + V_{out} \cdot g_m (MS - LS)$$

$$V_{in} = V_{out}(2 + S(\cancel{g_m M} - g_m L - \cancel{2} g_m M))$$

$$\boxed{V_{in} = 2V_{out} + g_m \cdot (-L - M) \frac{dV_{out}}{dt}}$$

67

3) ב

$V_{in} = \cos t$

$\Downarrow$

$\tilde{V}_{in} = 1$

$g_m = -\frac{1}{4}\mho$

$M = 1H, \quad L = 3H$

$V_{o.c.} = V_{out}.$

מעגל קודם:

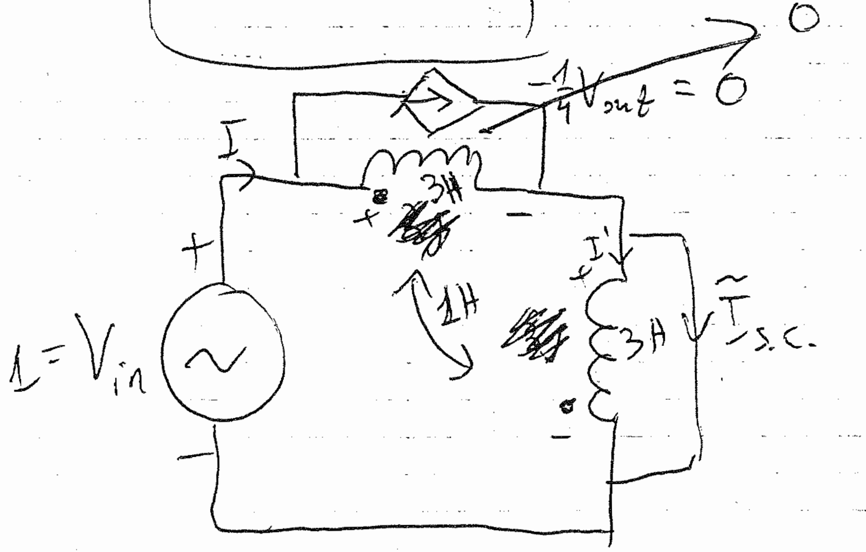
$$V_{in} = 2V_{out} - g_m(L-M)\frac{dV_{out}}{dt}$$

לפי נוסחאות בגלל צ.ש.ב.

$$1 = 2V_{out} + 1 \cdot j\cancel{\omega}^{1} \cdot V_{out}$$

$$\boxed{V_{out} = \frac{1}{2+j}} = V_{o.c.} \quad \checkmark$$

נמצא $I_{s.c.}$:



$$1 = V_{in} = 3 \cdot j \cdot I - 1 \cdot j(I - I_{s.c.})$$

$$0 = 3 \cdot \cancel{j}(I - I_{s.c.}) - 1 \cdot I \cdot \cancel{j}$$

$$0 = 3I - 3I_{s.c.} - I \Rightarrow 2I = 3I_{s.c.}$$

$$\boxed{I = \frac{3}{2}I_{s.c.}}$$

ב. המשך ③

$$V_{in} = 1 = I \cdot 3j - j(I - I_{s.c.})$$

$$I = \frac{3}{2} I_{s.c.}$$

$$I - I_{s.c.} = \frac{I_{s.c}}{2}$$

$$1 = I_{s.c} \cdot 3j \cdot \frac{3}{2} - j \cdot \frac{I_{s.c.}}{2}$$

$$2 = I_{s.c.}(9j - j)$$

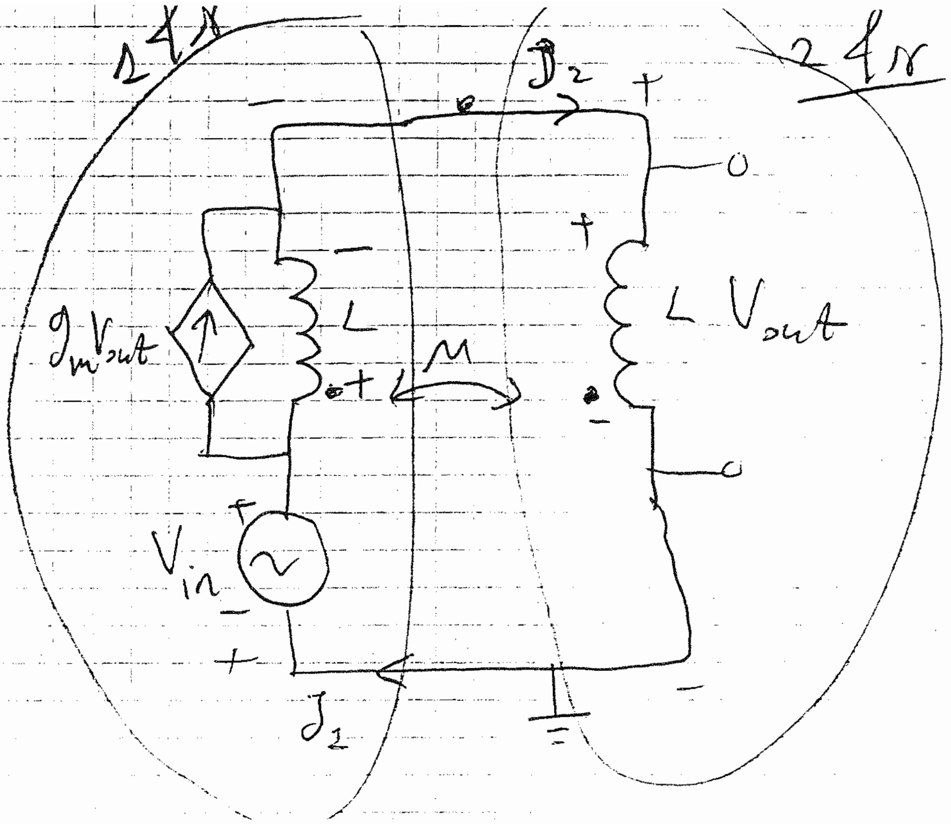
$$\tilde{I}_{s.c.} = \frac{2}{8j} = \boxed{-4j} \qquad \frac{1}{4} \qquad -1$$

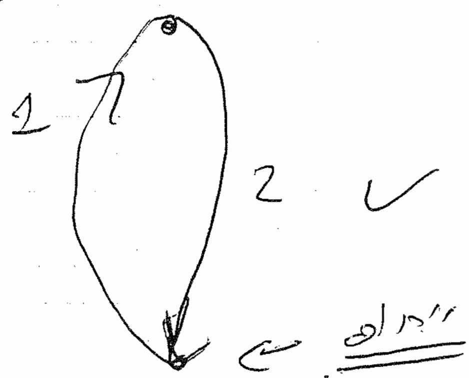
$$Z_{th} = \frac{\tilde{V}_{o.c}}{\tilde{I}_{s.c}} = \frac{\frac{1}{2+j}}{-4j} = \frac{1}{-4j(2+j)} = \frac{1}{4-8j} =$$

$$= \frac{4+8j}{80} = \boxed{\frac{1}{20} + \frac{1}{10}j} \boxed{= Z_{th}}$$

$$\boxed{V_{th} = \frac{1}{2+j} = \approx 0.447\angle -26.56}$$

1, 2, 3





$\underline{\underline{A}}: [-1 \quad +1]$

2) $\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} -1 \\ 1 \end{array}\right] \end{array}$ זרם נכנס — / יוצא

3)

$$V_1 = -V_{in} + j\omega L(J_1 - g_m V_{out}) - Mj\omega J_2$$

$$V_2 = j\omega L J_2 - Mj\omega(J_1 - g_m V_{out})$$

$$V_1 + V_{in} + j\omega L g_m V_{out} = j\omega L J_1 - Mj\omega J_2$$

$$V_2 - g_m V_{out} Mj\omega = j\omega L J_2 - Mj\omega J_1$$

המשך בסוף המחברת...

(2) ק. פתרון

$\lambda_2 = -2R_1\omega C_1 + \frac{}{2R_1C_1}$ ✓

~~$\lambda_{1,2} = \ldots \pm \frac{1}{2R_1^2\omega^2C_1^2}$~~

הצבת תנאי

$i_g = A e^{\lambda_1 t} + B e^{\lambda_2 t}$ $\qquad i(0)=0 \Rightarrow A=-B$

$i_g' = A\lambda_1 e^{\lambda_1 t} - A\lambda_2 e^{\lambda_2 t}$

$i_g'(0) = A\lambda_1 - A\lambda_2 = A(\lambda_1-\lambda_2) = A\left(2R_1\omega^2 C_1 - \frac{1}{R_1C_1}\right)$

$i'' + 2R_1\omega^2C_1 i' + \omega^2 i = \delta(t)\cdot\frac{R_1\omega^2C_1}{R_s}$ מהמשוואה:

$i'(0) = \frac{R_1\omega^2C_1V_s}{R_s}$ (לפי תנאי התחלה הנוספים

$$A\left(2R_1\omega^2C_1 - \frac{1}{R_1C_1}\right) = \frac{R_1\omega^2C_1V_s}{R_s}$$

$$\boxed{A = \frac{R_1\omega^2C_1V_s}{R_s\left(2R_1\omega^2C_1 - \frac{1}{R_1C_1}\right)}}$$

$$\boxed{i_g = Ae^{\lambda_1 t} - Ae^{\lambda_2 t}}$$

$\lambda_1 = \frac{1}{2R_1C_1}$

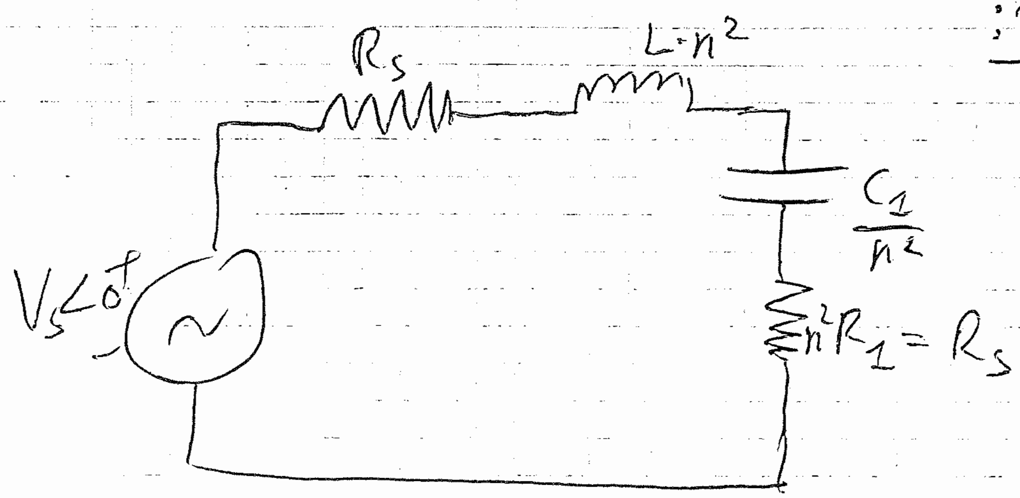
$\lambda_2 = -2R_1\omega^2C_1 + \frac{1}{2R_1C_1}$

② ~~$\sin(t)$~~

ה $\delta(t)$ דואג לתנאי התחלה חדשים, והתקבל פתרון "הומוגני".

נותר למצוא פתרון פרטי עבור ה cos, (ובשאלה הנוכחית אחרי העומס).

פתרון פרטי זה ניתן למצוא בעזרת שיטת הפאזורים:



באימפדנסים:

$$Z_{eq} = 2R_s + j\omega L\cdot n^2 + \frac{1\, n^2}{j\omega C_2} = jn^2\left(\omega\cdot\frac{1}{\omega^2 C_1} - \frac{j}{\omega C_1}\right)$$

$$= 2R_s$$

$$\tilde{I} = \frac{\tilde{V}_s}{2R_s} \Rightarrow \boxed{I = \frac{|V_s|}{2R_s}\cos\omega t\, u(t)}$$

ונהו פתרון פרטי למעגל! (עבור $t>0$)

בדיקה:

$$\dot{I} = -\frac{V_s\omega \sin\omega t}{2R_s}$$

$$\ddot{I} = -\frac{V_s\omega^2\cos\omega t}{2R_s}$$

בדיקה בשלמותה

$$2R_s i' + \frac{R_s}{R_1\omega^2 C_1} i'' + \frac{R_s}{R_1 C_1} i =$$

$$= -\cancel{2}\cancel{R_s} V_s \frac{\omega \sin\omega t}{\cancel{2R_s}} + \frac{\cancel{R_s}}{R_1\cancel{\omega^2}C_1}\,\frac{\left(-V_s\cancel{\omega^2}\cos\omega t\right)}{2\cancel{R_s}} +$$

מתאפס

$$+ \frac{\cancel{R_s}}{R_1 C_1}\cdot\frac{V_s}{2\cancel{R_s}}\cos\omega t = \boxed{-V_1\,\omega\sin\omega t}$$

נכון!

לסיכום: הפתרון הכללי

$$I = \frac{|V_s|}{2R_s}\cos(\omega t)u(t) + Ae^{\lambda_1 t} - Ae^{\lambda_2 t}$$

$$\lambda_1 = \frac{-1}{2R_1C_1} \checkmark$$ נכון

$$A = \left(\frac{R_1\omega^2 C_1 V_s}{R_s\left(2R_1\omega^2C_1 - \frac{1}{R_1C_1}\right)}\right)$$

$$\lambda_2 = -2R_1\omega^2C_1 + \frac{1}{2R_1C_1} \checkmark$$ negat

2 (2

$R_L = 10\,\Omega$

$f = \frac{\omega}{2\pi} = 13.56\,MHz \Rightarrow \omega = 85.2\,MHz$

$V_S = 1000\,V \quad R_S = 50\,\Omega \quad C_1 = 1\,\mu F$

$$\boxed{L = \frac{1}{\omega^2 C_1} = 137.759 \cdot 10^{-12}\,H} \quad \checkmark$$

$$\boxed{n = \sqrt{\frac{R_S}{R_L}} = \sqrt{25} = 5} \quad \checkmark$$

$\times$

$$P_{R_1} = P_{R_L} = \frac{1}{8}|V_S|^2 \cdot \frac{1}{R_1} = \frac{1}{8} \cdot 10^6 \cdot \frac{1}{10} = \boxed{12{,}500\,W}$$

— 2 ,Sia 4/10 —

$$\to \quad Y_b = \begin{bmatrix} \frac{g_m M^2}{L^2 - M^2} - \frac{1}{(L+M)\omega} \cdot j & \frac{g_m L^2}{L^2 - M^2} \\ \frac{-g_m L^2}{L^2 - M^2} - \frac{1}{(L+M)\omega} \cdot j & \frac{-g_m L \cdot M}{L^2 - M^2} \end{bmatrix}$$

(3) ג. [illegible]:

$$\begin{pmatrix} V_1 - V_{in} - j\omega L g_m \overset{V_2}{\cancel{V_{out}}} \\ V_2 - g_m V_{out} M j\omega \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} j\omega L & -j\omega M \\ -Mj\omega & j\omega L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \end{bmatrix} =$$

$$= j\omega \begin{bmatrix} L & -M \\ -M & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{j\omega} \cdot \frac{1}{L^2 - M^2} \begin{bmatrix} L & -M \\ -M & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 + V_{in} + j\omega L g_m V_2 \\ V_2 - g_m V_2 M j\omega \end{bmatrix} =$$

[illegible] V_{in} [illegible] J_2 [illegible]

$-g$ [illegible]

$$= \frac{1}{j\omega} \frac{1}{L^2 - M^2} \begin{bmatrix} L & -M \\ -M & L \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} V_1 + j\omega L g_m V_2 \\ V_2 (1 - g_m M j\omega) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_{in} \\ 0 \end{bmatrix} \right\} =$$

$$= \frac{1}{j\omega} \frac{1}{L^2 - M^2} \begin{bmatrix} L & -M \\ -M & L \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} 1 & j\omega L g_m \\ 1 - g_m M j\omega & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_{in} \\ 0 \end{bmatrix} \right\}$$

$$\boxed{Y_b = \frac{1}{j\omega (L^2 - M^2)} \begin{bmatrix} L & -M \\ -M & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & j\omega L g_m \\ 1 - g_m M j\omega & 0 \end{bmatrix}}$$

$$Y_b \tilde{V}_s - J_s = \frac{1}{j\omega (L^2 - M^2)} \begin{bmatrix} L & -M \\ -M & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{in} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\left(J_s - Y_b \tilde{V}_s \right) = \frac{j}{\omega (L^2 - M^2)} \begin{bmatrix} L & -M \\ -M & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{in} \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{j}{\omega (L^2 - M^2)} \begin{bmatrix} L \cdot V_{in} \\ -M \cdot V_{in} \end{bmatrix}$$

([illegible]) [illegible]

$$V_s(t) = |V_s| \cos(\omega t)\, u(t) = 1000 \cos(\omega t) u(t) \quad .ג$$

$$V_c = \frac{1}{CS} \cdot I$$

$$I = \frac{V_s}{Z_{TOTAL}} = \frac{V_s}{R_s + \frac{1}{CS} + SL_c + Sn^2 L_1 + n^2 R_1}$$

$$I = \frac{V_s}{2\cdot 10^{-5} S + 2\cdot 10^{5}/S + 20} = \frac{S V_s}{2\cdot 10^{-5} S^2 + 2\cdot 10^{5} + 20 S}$$

$$V_c = \frac{1}{CS} \cdot I = \frac{V_s/C}{2\cdot 10^{-5} S^2 + 2\cdot 10^{5} + 20 s}$$

$$2\cdot 10^{-5} V_c'' + 2\cdot 10^{5} V_c + 20 V_c' = 2\cdot 10^{8} \cos(\omega t) u(t)$$

$$V_c'' + 10^{6} V_c' + 10^{10} V_c = 10^{13} \cos(\omega t) u(t)$$

עבור t<0 הזרם אפס ולכן הנגזרת אפס. (תנאי אפס).

ונניח עבור t>0 הכוח הינו $\cos(\omega t)$.

התגובה החל מ-$t>0$:

$$V_c(t) = -4\cdot 10^{-12} \cos(10^5 t) + 100 \sin(10^5 t) - 10.2062 e^{-10102.1 t} + 10.2062 e^{-989898 t}$$

(צריך לקחת בחשבון שגם t יש לכפול בפתרון כי ב-$u(t)$).

$$V_c(t) = \left[-4\cdot 10^{-12} \cos(10^5 t) + 100 \sin(10^5 t) - 10.2062 e^{-10102.1 t} + 10.2062 e^{-989898 t}\right] u(t)$$

[illegible]

10/13

סמסטר ב' תשס"א
בחינת מעבר מועד ב
מועד הבחינה: 15/08/2001
משך הבחינה: 3 שעות

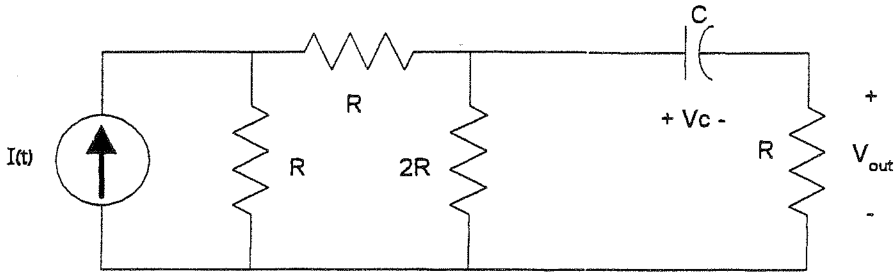
בחינה בקורס "מבוא להנדסת חשמל"

פרופ' דוד מנדלוביץ, פרופ' ראובן בוקסמן, דר' זאב זלבסקי, דר' גל שבתאי

- מותר להיעזר במחשב כיס ובשני דפי נוסחאות בלבד.
- יש לענות על כל השאלות.
- השאלות אינן שוות בערכן.
- ב ה צ ל ח ה!

<u>שאלה מספר 1 (35 נקודות)</u>

נתון המעגל הבא:

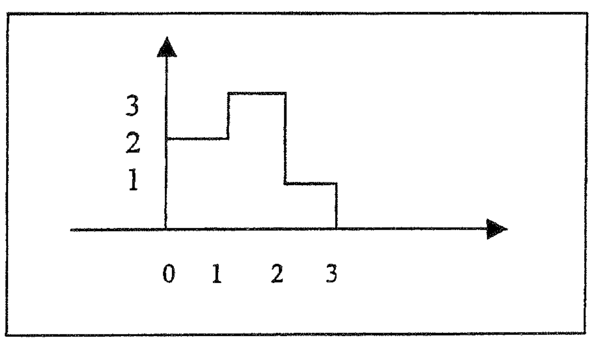


(15 נק') א. מהי המשוואה הדיפרנציאלית המקשרת בין מתח המוצא V_{out} וזרם המקור $I(t)$?

(10 נק') ב. נתון כי: $R = 1\ \mathrm{ohm},\ C = 2F$, מהי התגובה הכללית V_{out} לעירור הלם $I(t) = \delta(t)$ ולתנאי ההתחלה (מתח הקבל) $V_C(0^-) = 3V$?

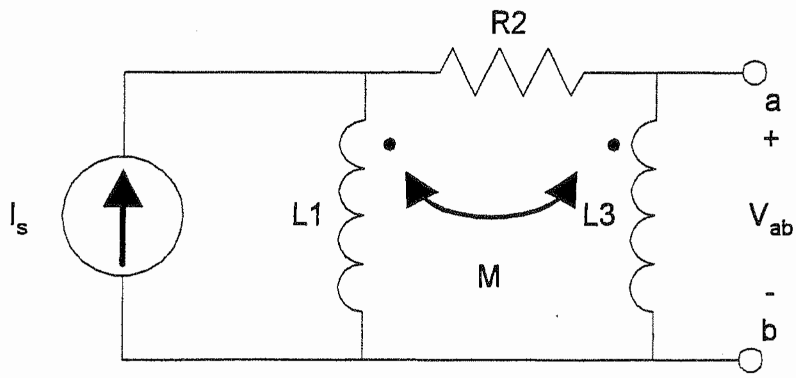
(5 נק') ג. מבוא המערכת שונה והוא כעת $I(t) = u(t) - u(t-2)$, מצא/י בעזרת קונבולוציה את התגובה לעירור זה בתנאי התחלה אפס. האם הפתרון רציף? נמק/י את תשובתך.

(5 נק') ד. אותו המבוא כמו בסעיף ג' הוזן למערכת LTI חדשה והתקבלה התגובה (בתנאי התחלה אפס): $y(t) = \delta(t) + \exp(-t) \cdot u(t)$. מה תהיה התגובה לעירור הבא:



<u>שאלה מספר 2 (35 נקודות)</u>

נתון המעגל הבא:



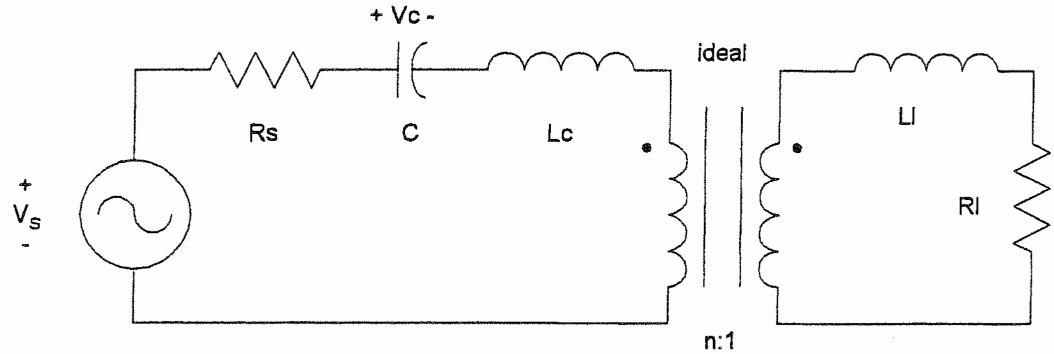
(10 נק') א. מהו שקול תבנין בין ההדקים a – b ? הבע/י את תשובתך באמצעות הפרמטר S (מתח הנתק - $V_{oc}(s)$ ועכבת תבנין - $Z_{th}(s)$).

(10 נק') ב. מניחים צימוד מלא בין הסלילים (k=1). מחברים בין a – b עומס קיבולי C_4 . מצא/י את המשוואה הדיפרנציאלית המקשרת בין המבוא $I_s(t)$ למתח המוצא $V_c(t)=V_{ab}(t)$.

(15 נק') ג. שרטט/י גרף מכוון של המעגל <u>הנתון</u> בתוספת קבל העומס. בהנחה שנוקטים בגישת מתחי צמתים, מהי מטריצת הפגיעה המצומצמת $(\underline{A})$ ומהם מטריצת מוליכויות הענפים $(\underline{\underline{Y_b}})$ ווקטור המקורות $(\underline{J_s} - \underline{\underline{Y_b}}\,\underline{V_s})$?

שאלה מספר 3 (30 נקודות)

נתון המעגל הבא הפועל במצב סינוסי עמיד.



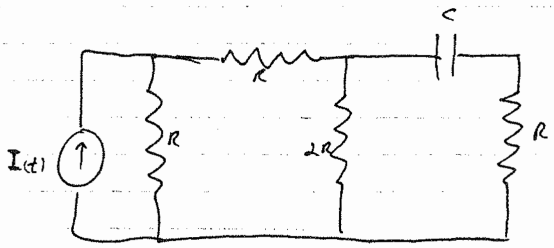
(12 נקי) א. בהינתן V_s, R_s, L_c, L_1, R_1 והתדר ω. מהם הקיבול C ויחס הליפופים בשנאי האידיאלי n, שיגרמו לפיזור הספק ממוצע מקסימלי על R_1? במקרה זה, מהם ההספקים הממוצעים על נגד העומס R_1 והתנגדות המקור R_s?

(5 נקי) ב. תחת התנאים שבסעיף אי, נתון כי: $\omega=10^5{}_{Rad/sec}$, $R_l=0.1_{\Omega}$, $L_l=0.1_{\mu H}$, $L_c=10_{\mu H}$, $R_s=10_{\Omega}$ ו - $|V_s|=1_{kV}$. מצא/י את ערכי כל הפרמטרים שמצאת בסעיף אי (דהיינו את: n, C וההספקים הממוצעים על נגד העומס R_1 והתנגדות המקור R_s).

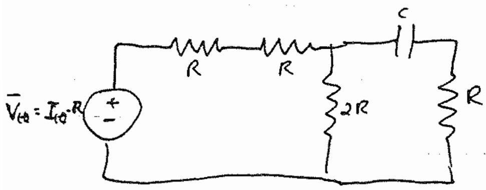
(13 נקי) ג. נתון כי $V_s(t)=|V_s|\cos(\omega t)u(t)$. עבור הנתונים בסעיף הקודם ועבור n, ו – C שמצאת, מהו המתח $V_c(t)$ בת.ה. אפס (יש למצוא את $V_c(t)$ לכל t, לא רק במצב העמיד)?

1

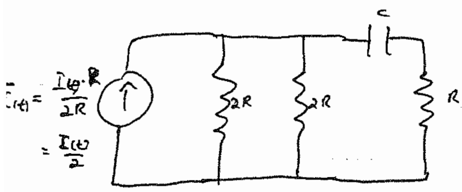
!ב



נעשה נורטון לתבנין

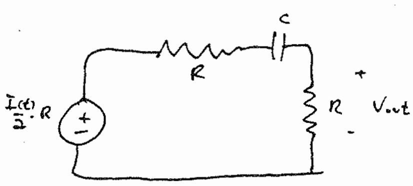


נחבר את שני הנגדים שבטור ונעשה מעבר לנורטון

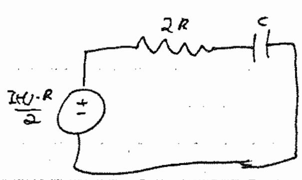


נחבר את שני הנגדים במקביל ונעשה שוב לתבנין

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{2R} \Rightarrow R_{eq} = R$$



נחבר את שני הנגדים שבטור,



$\Rightarrow$ KVL: $\frac{I_{(t)} R}{2} = i \cdot 2R + \frac{1}{sC} \cdot i$

$$i = \frac{I_{(t)} \cdot R}{2\left(2R + \frac{1}{sC}\right)}$$

$$V_{out} = R \cdot i = \frac{I_{(t)} \cdot R^2}{2\left(2R + \frac{2}{sC}\right)}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{sC} V_{out} + 4R V_{out} = I_{(t)} R^2 \qquad / \cdot s$$

$$4R V_{out}' + \frac{2}{C} V_{out} = I_{(t)}' R^2 \qquad / : 4R$$

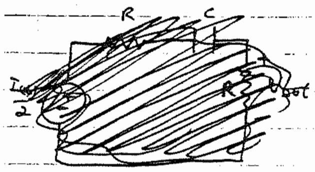
$$\boxed{V_{out}' + \frac{1}{2RC} V_{out} = I_{(t)}' \cdot \frac{R}{4}}$$

V 15/15

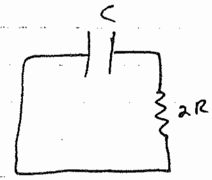
ב. נציב ערכים במקרה מסעיף א:

$$V' + \frac{1}{4}V = \frac{1}{4}I_{(t)}$$

נפתור תחילה ל-ZIR, נמצא ת.ה. רלוונטים:



עבור ZIR המעגל נראה כך:



$$KVL: \quad V_C + V_{2R} = 0$$

$$(t=0^-) \Rightarrow V_{C(0^-)} = -V_{2R}(0^-) \Rightarrow V_{2R(0^-)} = -3\,V$$

היות ונגד המקור ונגד העומס שווים $R_L = R_S = R$ המתח ב-$(t=0^-)$ יתחלק ביניהם

שווה בשווה ולכן $V_{out(0^-)} = -1.5\,V$

כעת נפתור:

$$V' + \frac{1}{4}V = 0$$

$$V_{zir} = -1.5\,e^{-\frac{1}{4}t}$$

פתרון ZSR:

נפתור ל-$U_{(t)}$ ונגזור את הפתרון:

$$V' + \frac{1}{4}V = \frac{1}{4}\delta_{(t)}$$

נעבור לבדיקה הומוגנית עם ת.ה. חדשים:

$$\int_{0^-}^{0^+} V' + \frac{1}{4}\underbrace{\int_{0^-}^{0^+} V}_{0} = \frac{1}{4}$$

| $V' \to \delta$
| $V \to u$
| $\int V \to$ רציף

נשווה הציפויים

$$\underbrace{V_{(0^+)} - V_{(0^-)}}_{V_{(0^-)}=0\ (\text{ת.ה. מוקדם})} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{(0^+)} = \frac{1}{4}$$

קיבלנו אז בעיה חדשה:

$$V' + \frac{1}{4}V = 0 \qquad / \; V_{(0^+)} = \frac{1}{4} \quad \text{ת.ה.:}$$

$$V = \frac{1}{4}e^{-\frac{1}{4}t} \cdot u_{(t)}$$

נגזור כדי לקבל התגובה להלם:

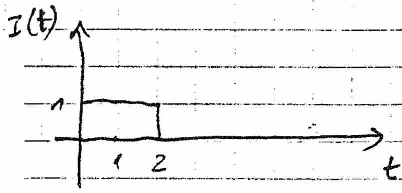
$$V_{zsr} = -\frac{1}{16}e^{-\frac{1}{4}t} \cdot u_{(t)} + \frac{1}{4}\delta_{(t)}$$

פתרון סופי:

$$V_{out} = V_{zsr} + V_{zir} = -\frac{1}{16}e^{-\frac{1}{4}t}u_{(t)} + \frac{1}{4}\delta_{(t)} - 1.5\,e^{-\frac{1}{4}t}$$

10/10

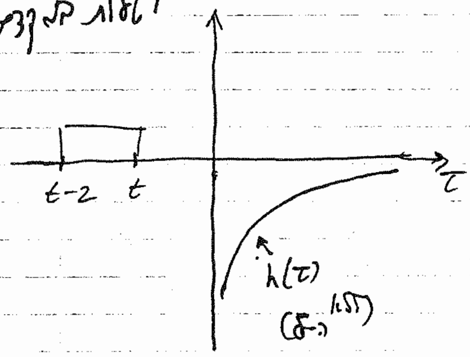
$I(t)=u(t)-u(t-2)$ (ג)



נבצע קונבולוציה עם התגובה להלם.

נבצע תחילה קונבולוציה עם $-\frac{1}{4}e^{-\frac{1}{4}t}\cdot u(t)$:

עלות קבוע: $\frac{1}{16}$



$$t<0 \Rightarrow y(t)=0 \quad \checkmark$$

$$2<t<0 \Rightarrow y(t)=\int_0^t -\frac{1}{4}e^{-\frac{1}{4}\tau}\cdot 1\cdot d\tau=\left(-\frac{1}{4}(-4)e^{-\frac{\tau}{4}}\right)\Big|_0^t$$

$$=e^{-\frac{t}{4}}-1 \quad \checkmark$$

$$t>2 \Rightarrow y(t)=\int_{t-2}^{t}-\frac{1}{4}e^{-\frac{1}{4}\tau}\cdot 1\cdot d\tau=-\frac{1}{4}\cdot(-4)e^{-\frac{\tau}{4}}\Big|_{t-2}^{t}$$

$$=e^{-\frac{t}{4}}-e^{\frac{2-t}{4}} \quad \checkmark$$

נוסיף לתוצאה זו את הקונבולוציה דין הקודם. לדין ה $\delta(t)$ שבתגובת ההלם המקורי.

עבור כי: $x(t)*\delta(t)=x(t)$ ולכן נקבל $u(t)-u(t-2)$. $\checkmark$

סה"כ קיבלנו:

$$t<0 \Rightarrow y=0$$

$$2<t<0 \Rightarrow y=e^{-\frac{t}{4}}-1+1=e^{-\frac{t}{4}}$$

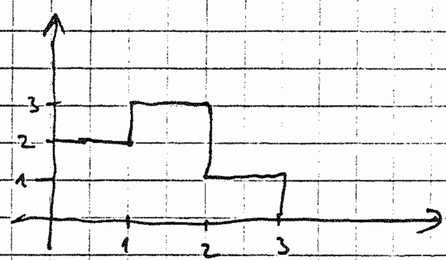
$$t>2 \Rightarrow y=e^{-\frac{t}{4}}-e^{\frac{2-t}{4}}$$

5/5

תשובה: הקונבולוציה איננה רציפה, וזאת כיוון שתגובת ההלם כוללת אי רציפות מסדר שני. (ניתן לראות כי כאשר ביצענו קונבולוציה עם ללא פונקציית אי הרציפות מסדר שני - δ, קיבלנו תוצאה רציפה).

$$I(t) = u(t) - u(t-2)$$ (3)

$$y(t) = \delta(t) + e^{-t}u(t)$$



תיאור האות בזמן: $x(t) = 2u(t) - u(t-1) - 2u(t-2) - u(t-3)$

כלומר: $x(t) = 2I(t) - I(t-1)$

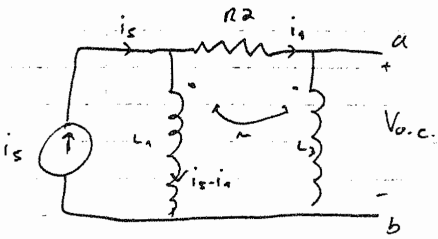
עפ"י לינאריות המערכת תהיה $f(t) = 2y(t) - y(t-1)$

כלומר: $f(t) = 2\delta(t) + 2e^{-t}u(t) - \delta(t-1) + e^{1-t}u(t-1)$

$\frac{5}{5}$

2

ב1. נמצא מתח $V_{o.c}$



$$V_{o.c} = j\omega L_3 i_1 + j\omega M(i_s - i_1) = i_1(j\omega L_3 - j\omega M) + j\omega M i_s$$

לכן KVL =

$$0 = R_2 i_1 + j\omega L_3 i_1 + j\omega M(i_s - i_1) - (j\omega L_1(i_s - i_1) + j\omega M i_1)$$

$$0 = R_2 i_1 + j\omega L_3 i_1 + j\omega M i_s - j\omega M i_1 - j\omega L_1 i_s + j\omega L_1 i_1 - j\omega M i_1$$

$$0 = i_1\left[R_2 + j\omega(L_3 - 2M + L_1)\right] + i_s j\omega(M - L_1)$$

כי, לא מצב סינוסי עלינו לעבוד לא עם $j\omega$ אלא s

$$\Downarrow$$

$$i_1 = \frac{-i_s j\omega(M - L_1)}{R_2 + j\omega(L_3 + L_1 - 2M)}$$

נציב ~~[illegible]~~ ולכן

* (כיון שאמרו לנו שבשאלה התכוונו למצוא את הביטוי כפונקציה של s
ועל כן נכון ואולך אותן את הגורמים).

$$V_{o.c} = i_1 s(L_3 - M) + i_s s \cdot M$$

$$i_1 = \frac{-i_s \cdot s(M - L_1)}{R_2 + s(L_3 + L_1 - 2M)}$$

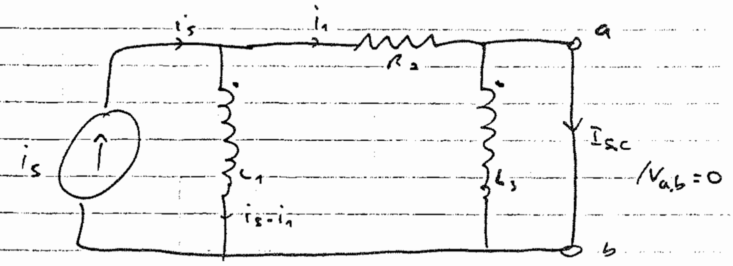
נציב את i_1 ונקבל:

$$V_{o.c} = \frac{-i_s s^2(L_3 - M)(M - L_1)}{R_2 + s(L_3 + L_1 - 2M)} + i_s s M$$

$$V_{o.c} = \frac{i_s\left[s^2(L_3 - M)(L_1 - M) + sR_2M + s^2M(L_3 + L_1 - 2M)\right]}{R_2 + s(L_3 + L_1 - 2M)} = \frac{i_s\left[s^2(L_1L_3 - M^2) + sR_2M\right]}{R_2 + s(L_3 + L_1 - 2M)}$$

כעת נמצא $I_{s.c}$

(בעמוד הבא)



$$I_{s.c} = i_1 - i_{L_3}$$

$0 = V_R + V_{L_1}$

פנימי KVL : $0 = i_1 R_2 - \left[\cancel{j\omega} sL_1 (i_s - i_1) + \cancel{j\omega} sM (i_{L_3})\right] \Rightarrow sL_1 i_s = i_1 (R_2 + sL_1) + i_{L_3}(-sM)$

(מקביל לקצר) $V_{L_3} = 0 \Rightarrow sL_3 i_{L_3} + sM(i_s - i_1) = 0 \Rightarrow sM i_s = i_1 (sM) + i_{L_3}(-sL_3)$

$$\begin{pmatrix} R_2 + sL_1 & -sM \\ sM & -sL_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_{L_3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} sL_1 i_s \\ sM i_s \end{pmatrix}$$

$$i_1 = \frac{\begin{vmatrix} sL_1 i_s & -sM \\ sM i_s & -sL_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} R_2 + sL_1 & -sM \\ sM & -sL_3 \end{vmatrix}} = \frac{-s^2 L_1 L_3 i_s + s^2 M^2 i_s}{-sRL_3 - s^2 L_1 L_3 + s^2 M^2} = \frac{i_s s^2 (M^2 - L_1 L_3)}{s^2 (M^2 - L_1 L_3) - s RL_3}$$

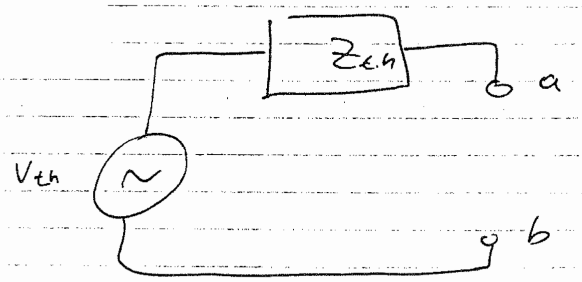
$$i_{L_3} = \frac{\begin{vmatrix} R_2 + sL_1 & sL_1 i_s \\ sM & sM i_s \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} R_2 + sL_1 & -sM \\ sM & -sL_3 \end{vmatrix}} = \frac{i_s (sMR_2 + s^2 L_1 M - s^2 L_1 M)}{s^2 (M^2 - L_1 L_3) - sRL_3} = \frac{i_s\, sMR_2}{s^2 (M^2 - L_1 L_3) - sRL_3}$$

$$I_{s.c} = i_1 - i_{L_3} = \frac{i_s \left[s^2 (M^2 - L_1 L_3) - sMR_2 \right]}{s^2 (M^2 - L_1 L_3) - sRL_3} = \frac{i_s \left[s (M^2 - L_1 L_3) - MR_2 \right]}{s (M^2 - L_1 L_3) - RL_3}$$

$$Z(s) = \frac{V_{o.c}}{I_{s.c}} = \frac{\dfrac{-\cancel{i_s} \cdot s \left(\cancel{s (M^2 - L_1 L_3) - MR_2} \right)}{R_2 + s(L_3 + L_1 - 2M)}}{\dfrac{\cancel{i_s} \left[\cancel{s (M^2 - L_1 L_3) - MR_2} \right]}{s (M^2 - L_1 L_3) - RL_3}} = -\frac{s^2 (M^2 - L_1 L_3) - sRL_3}{R_2 + s(L_3 + L_1 - 2M)}$$

10/10

פתרון 1c



$$V_{t.h} = \frac{i_s\left[s^2(L_1L_3-M^2)+sR_2M\right]}{R_2+s(L_3+L_1-2M)}$$

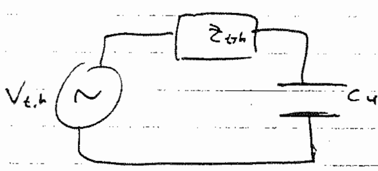
$$Z_{t.h} = \frac{s^2(L_1L_3-M^2)+sR_2L_3}{R_2+s(L_3+L_1-2M)}$$

$$M=\sqrt{L_1L_3} \quad \Leftarrow \quad K=1$$

$$\boxed{L_1L_3-M^2=0}$$

$$Z_{t.h} = \frac{sR_2L_3}{R_2+s(L_3+L_1-2M)}$$

$$V_{t.h} = \frac{i_s\cdot sR_2M}{R_2+s(L_3+L_1-2M)}$$



$$V_c = \frac{1}{sC}\cdot i$$

נמצא את i :

$$Z = Z_{t.h}+\frac{1}{sC}$$

$$Z = \frac{sR_2L_3}{R_2+s(L_1+L_3-2M)}+\frac{1}{sC}$$

$$Z = \frac{s^2R_2L_3C+s(L_1+L_3-2M)+R_2}{s^2C(L_1+L_3-2M)+sCR_2}$$

$$i = \frac{V_{t.h}}{Z} = \frac{\dfrac{i_s\, sR_2M}{R_2+s(L_1+L_3-2M)}}{\dfrac{s^2R_2L_3C+s(L_1+L_3-2M)+R_2}{sC\left[s(L_1+L_3-2M)+R_2\right]}} = \frac{i_s\, s^2R_2CM}{s^2R_2L_3C+s(L_1+L_3-2M)+R_2}$$

$$V_c = \frac{1}{sC}\cdot i = \frac{i_s\cdot sR_2M}{s^2R_2L_3C+s(L_1+L_3-2M)+R_2}$$

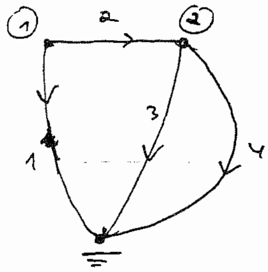
פתרון סופי בשאלה זו הינו :

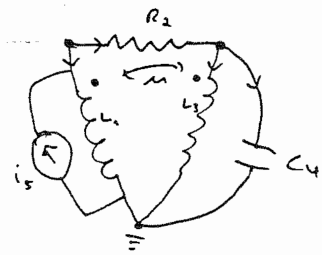
פתרון ד'

10/10

$$\boxed{V_c'' R_2 L_3 C_4 + V_c'(L_1+L_3+2M) + V_c \cdot R_2 = i_s' \cdot M R_2}$$

ב.





$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Gamma = L^{-1} = \begin{pmatrix} L_1 & M \\ M & L_3 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{\begin{pmatrix} L_3 & -M \\ -M & L_1 \end{pmatrix}}{L_1L_3 - M^2} = \begin{pmatrix} \frac{L_3}{L_1L_3-M^2} & -\frac{M}{L_1L_3-M^2} \\ -\frac{M}{L_1L_3-M^2} & \frac{L_1}{L_1L_3-M^2} \end{pmatrix}$$

$$J_1 = \frac{1}{j\omega} \cdot \frac{L_3}{L_1L_3-M^2} \cdot V_1 - \frac{1}{j\omega} \frac{M}{L_1L_3-M^2} \cdot V_3 - i_s$$

$$J_2 = \frac{1}{R_2} \cdot V_2$$

$$J_3 = -\frac{1}{j\omega} \frac{M}{L_1L_3-M^2} \cdot V_1 + \frac{1}{j\omega} \frac{L_1}{L_1L_3-M^2} V_3$$

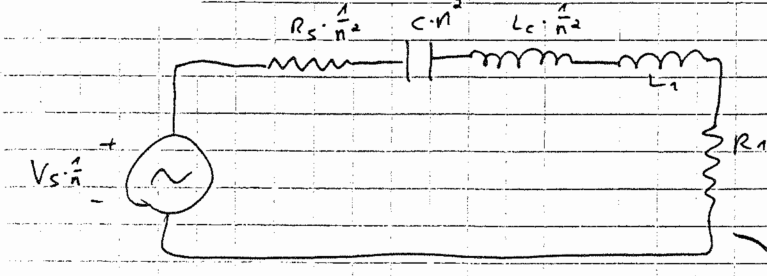
$$J_4 = j\omega C_4 \cdot V_4$$

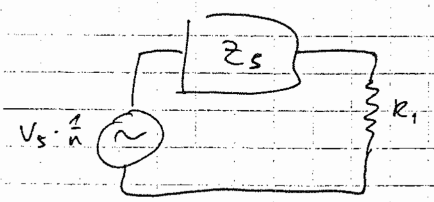
$$Y_b = \begin{pmatrix} \frac{L_3}{j\omega(L_1L_3-M^2)} & 0 & -\frac{M}{j\omega(L_1L_3-M^2)} & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_2} & 0 & 0 \\ -\frac{M}{j\omega(L_1L_3-M^2)} & 0 & \frac{L_1}{j\omega(L_1L_3-M^2)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & j\omega C_4 \end{pmatrix}$$

$$j_s - Y_b V_s = \begin{pmatrix} -i_s \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

③ א.

נעביר את המעגל הראשוני לשניוני:





$$Z_S = R_S \cdot \frac{1}{n^2} + \frac{1}{j\omega C n^2} + j\omega\left(L_C \cdot \frac{1}{n^2} + L_1\right)$$

$$= R_S \cdot \frac{1}{n^2} + j\left[\omega\left(L_C \cdot \frac{1}{n^2} + L_1\right) - \frac{1}{\omega C n^2}\right]$$

- כדי לקבל הספק מקסימלי נדרוש: א. $Im\{Z_S\} = 0$

ב. $Re\{Z_S\} = R_1$

$$\omega\left(\frac{L_C}{n^2} + L_1\right) - \frac{1}{\omega C n^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad C = \frac{1}{\omega^2 (L_C + L_1 n^2)}$$

$$R_S \cdot \frac{1}{n^2} = R_1 \quad \Rightarrow \quad n = \sqrt{\frac{R_S}{R_1}}$$

במקרה זה

$$Z_S = R_S \cdot \frac{1}{n^2}$$

$$Z_{in} = Z_S + R_1 = 2R_1$$

$$\hat{I} = \frac{\frac{1}{n}\hat{V}_S}{2R_1} = \frac{\sqrt{\frac{R_1}{R_S}} \cdot \hat{V}_S}{2R_1} = \frac{\hat{V}_S}{2\sqrt{R_1 \cdot R_S}}$$

$$P_{a.v}^{R_1} = P_{a.v}^{R_S} = \frac{1}{2}|\hat{I}|^2 \cdot R_1 = \frac{1}{2}\frac{|V_S|^2}{4R_1 R_S} \cdot R_1 = \frac{1}{8} \cdot |V_S|^2 \cdot \frac{1}{R_S}$$

ב.

$$C = \frac{1}{10^{10}(10 \cdot 10^{-6} + 0.1 \cdot 10^{-6} \cdot 100)} \qquad n = \sqrt{\frac{10}{0.1}} = 10$$

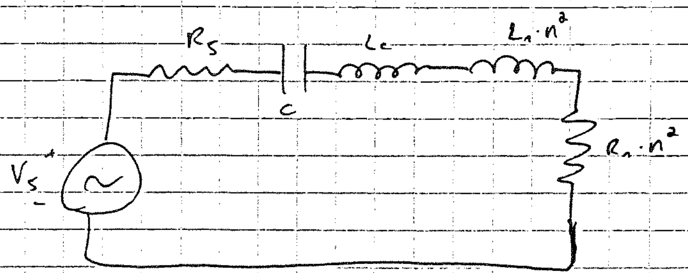
$$= 0.0000005 = 0.5\,\mu F$$

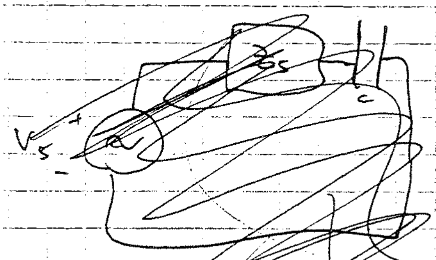
$$P_{a.v}^{R_1/R_S} = \frac{1}{8} \cdot |1 \cdot 10^3|^2 \cdot \frac{1}{10} = 12.5\,kW$$

4/6

סעיף ו' בסוף המחברת הראשונה.

2. נשקף את העומס מהמשני לראשוני:





$$\cancel{Z_S = R_S + j\omega L_c + j\omega L_1 n^2 + R_1 n^2}$$

$$\cancel{= R_S + R_1 n^2 + j\omega(L_c + L_1 n^2) = 20 + j\omega \cdot 20}$$

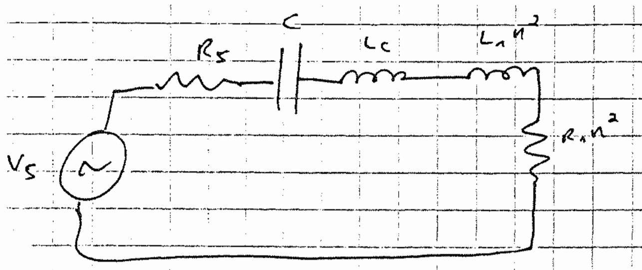
$$\cancel{V_C(t) = i \cdot \frac{1}{sC}}$$

$$Z_{in} = R_S + R_1 n^2 = 20$$

$$\cancel{i = \frac{V_S}{Z_{in}}}$$

$$i = \frac{V_S}{20} \Rightarrow \cancel{V_C(t) = \frac{V_S}{20sC}}$$

$$10^{-6} \cdot V_c = V_S$$



שאלה 3 סעיף ב

$$Z_{in} = R_S + R_1 n^2 + \frac{1}{SC} + S(L_c + L_1 n^2)$$

$$= \cancel{\quad}$$

$$i = \frac{V_S}{Z_{in}} = \frac{V_S}{R_S + R_1 n^2 + \frac{1}{SC} + S(L_c + L_1 n^2)}$$

$$V_c = \frac{1}{SC} \cdot i = \frac{V_S}{SC\left[(R_S + R_1 n^2) + \frac{1}{SC} + S(L_c + L_1 n^2)\right]}$$

$$V_c\left[S^2 C(L_c + L_1 n^2) + SC(R_S + R_1 n^2) + 1\right] = V_S$$

נציב ערכים:

$$10 V_c'' + V_c' \cdot 10 + V_c = V_S$$

$$10 V_c'' + V_c' \cdot 10 + V_c = |V_S| \cos(10^5 t) \cdot u(t)$$

נפתור את המשוואה ההומוגנית:

$$Y_h = 10 V_c'' + 10 V_c' + V_c = 0$$

$$10 S^2 + 10 S + 1 = 0$$

$$S_1 \approx -0.1127$$
$$S_2 \approx -0.8873$$

$$Y_h = A e^{-0.1127 t} + B e^{-0.8873 t}$$

$$Y_p = A_1 \sin(\omega t) + B_1 \cos(\omega t)$$

$$Y = (Y_p + Y_h) u(t)$$

נמצא את מקדמי הפתרון הפרטי
כי המשוואה לערור ללא $u(t)$

$$Y_p' = \omega A_1 \cos(\omega t) - \omega B_1 \sin(\omega t)$$

$$Y_p'' = -\omega^2 A_1 \sin(\omega t) - \omega^2 B_1 \cos(\omega t)$$

$$10(-\omega^2 A_1 \sin(\omega t) - \omega^2 B_1 \cos(\omega t)) + 10(\omega A_1 \cos(\omega t) - \omega B_1 \sin(\omega t)) + A_1 \sin(\omega t) + B_1 \cos(\omega t) = |V_S| \cos(\omega t)$$

נשווה מקדמי קוסינוס סינוס:

$Y_{u(t)} = Y$

$Y_{u(t)} \cancel{= Y_{u(t-2)} = Y = Y_{(t-2)} = \delta_{(t)} + e^{-t}} \cdot u_{(t)}$

sin : $0 = -\omega^2 10 A_1 - \omega 10 B_1 + A_1 = A_1(1 - 10\cdot 10^{10}) = -10\cdot 10^{5} \cdot B_1$

$N_5 l = -\omega^2 10 B_1 + 10\omega A_1 + B_1$

מכיון שצריך למצוא את A_1, B_1 ולאחר מכן להציב ב-

$Y = Y_h + Y_p$

את המקדמים האלה
מצאנו למעלה

נשווה את $Y = 0$ ב $t=0$.

ואת $Y' = 0$ ב- $t=0$ ונמצא את מקדמי הפתרון ההומוגני.

מקוצר זמן לא ~~...~~ הספקתי לפתור!

5/13

ציון : 21/30

$\cancel{\text{für}}$ $sL_3 i_{L3} + sM($

$1 \cdot 10^{3}$

$$\omega\left(\frac{L_c}{n^2} + L_1\right) = \frac{1}{\omega C n^2} \qquad / \cdot n^2 1$$

$$\omega L_c + \omega L_1 n^2 = \frac{1}{\omega C} \qquad / \cdot \omega$$

$$\omega^2 (L_c + L_1 n^2) = \frac{1}{C} \quad = 1$$

$\cancel{\frac{1}{n^2}} = \frac{R_1}{R_S}$

$R_S = n^2 R_1$

$n^2 = \sqrt{\frac{R_S}{R_1}}$

$$\frac{\sqrt{R_1}\,\hat{V}_S}{\sqrt{R_S \cdot 2R_1}} = \frac{\hat{V}_S}{2\sqrt{}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{\frac{R_S}{R_1}}} = \sqrt{\frac{R_1}{R_S}}$$

0

$$20j\omega - \frac{1}{\omega \cdot 0.5}$$

$$\frac{1}{10^{10} \cdot 2 \cdot 10 \cdot 10^{-6}}$$

0.00002

$$\left|\omega 20 - \frac{1}{\omega \cdot 0.5}\right|$$

$$0.1 \cdot 20 - \frac{1}{0.1 \cdot 0.5}$$

$V_S =$ $C_{C(t)}$

מס' ת.ז. ....

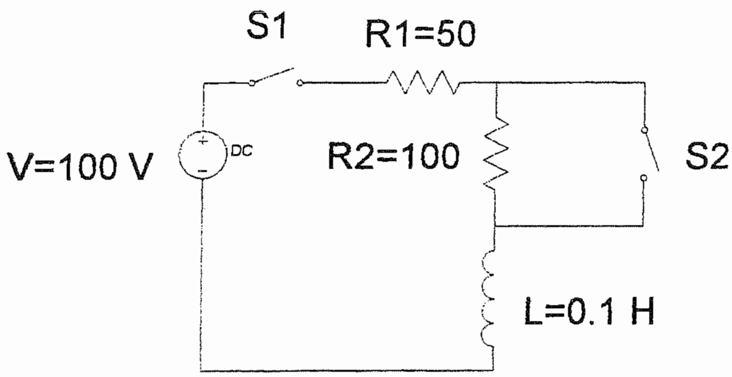
סמסטר ב' תש"ס
בוחן אמצע סמסטר
מועד בוחן 6.4.00
משך בוחן 90 דקות

<u>בוחן בקורס "הנדסת חשמל ואלקטרוניקה"</u>
ד"ר דן הרוניאן

- מותר שימוש בכל חומר ומחשב
- בהצלחה

<u>שאלה 1</u>

נתון המעגל הבא:



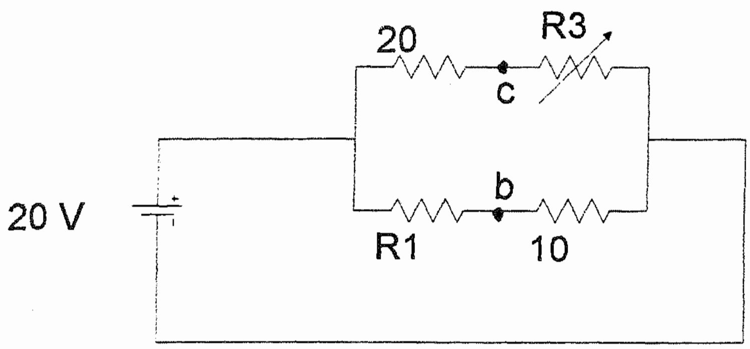
המתג S_1 פתוח למשך זמן רב ב- $t < 0$, בזמן $t = 0$, נסגר המתג S_1 (מצב הולכה), וכעבור $t_1 = 4\ ms$, נפתח המתג S_2 (מצב מנותק).

א. מצא/י את זרם הסליל והמתח על פניו בתחומי הזמן הבאים:
$t < 0$, $0 < t < t_1$, $t > t_1$

ב. צייר/י את תגובת הזרם והמתח בכל פרקי הזמן המצויינים בסעיף א'

שאלה 2

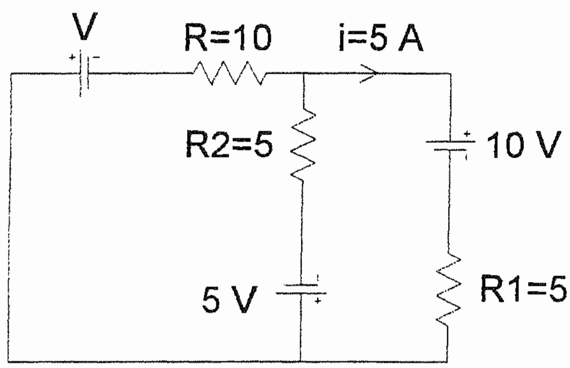
במעגל הבא:



נמצא כי כאשר ערכו של הנגד המשתנה R_3 הוא $40\ \Omega$, $V_b = V_c$. מצא/י את ערכו של הנגד R_1.

שאלה 3

מצא/י את ערכו של מקור המתח V כך שיקוימו התנאים במעגל המשורטט.



TEL AVIV UNIVERSITY אוניברסיטת תל-אביב

FACULTY OF ENGINEERING הפאקולטה להנדסה

מס' ת.ז:

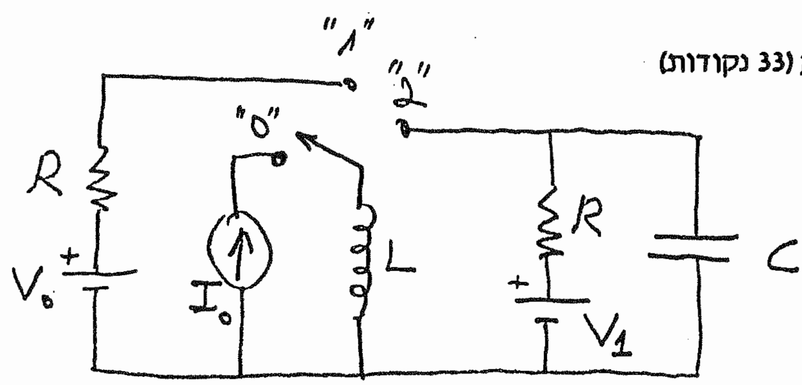
סמסטר ב' תשנ"ח
בחינת מעבר מועד א'
מועד הבחינה: 18.6.98
משך הבחינה: 3 שעות

<u>מבחן בקורס "הנדסת חשמל ואלקטרוניקה"</u>

ד"ר דן אהרוניאן

- מותר שימוש בכל חומר ומחשב.
- יש לבחור 3 מתוך 4 השאלות
- בהצלחה!

<u>שאלה 1</u> <u>חובה</u> (33 נקודות)



בזמן $t < 0$ מחובר המפסק במצב "0" לזמן ממושך. ב- $t = 0$ מועבר המפסק למצב "1" ושוהה בו עד זמן $t = t_1 = \frac{L}{R} \cdot 0.6931$, אז עובר המפסק למצב "2" בו נשאר עד $t = \infty$.

א. מצא/י את זרם הסליל ואת מתח הקבל בזמן $t = 0^-$ וכן בזמן $t = 0^+$.

ב. מצא/י את זרם הסליל ואת מתח הסליל בזמן $0 \le t \le t_1$, שרטט/י את עקום הזרם והמתח של הסליל.

(ציין/צייני את ערך הזרם והמתח בזמן $t = t_1$).

הדרכה: רצוי לפתור באותיות. להציב מספרים רק בשלב הסופי לצורך חישוב הזרם והמתח ב- $t = \frac{L}{R} 0.6931$.

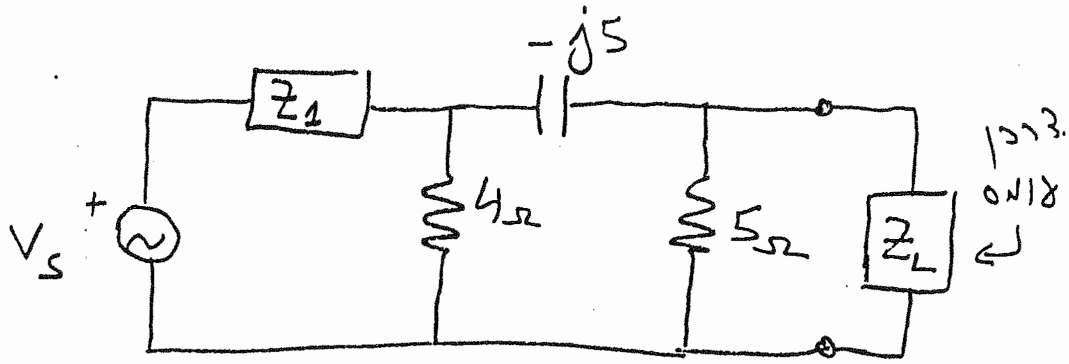
ג. מצא/י את זרם הסליל   את מתח הסליל $t \quad < t < \infty$, רצוי להציב מספרים רק בשלב הסופי, לאחר רישום משוואה הדיפנציאלית ותנאי ההתחלה.

ד. סעיף בונוס (<u>לא חובה</u>) צייר/י את הזרם ומתח הסליל. בזמן $0 \le t \le \infty$ (הסעיף מזכה ב-8 נקודות מעל 100).

נתון כי :

$$t_1 = \frac{L}{R} \cdot 0.6931 \ , \ \frac{1}{RC} = 8 \ , \ \frac{1}{LC} = 3.75 \ , \ v_0 = 2v_1 = 20_V \ , \ I_0 = 2_A \ , \ L = 1H$$

<u>שאלה 2</u> (33 נקודות)



א. מצאו את השקול של טבנין ביחס לצרכן העומס.

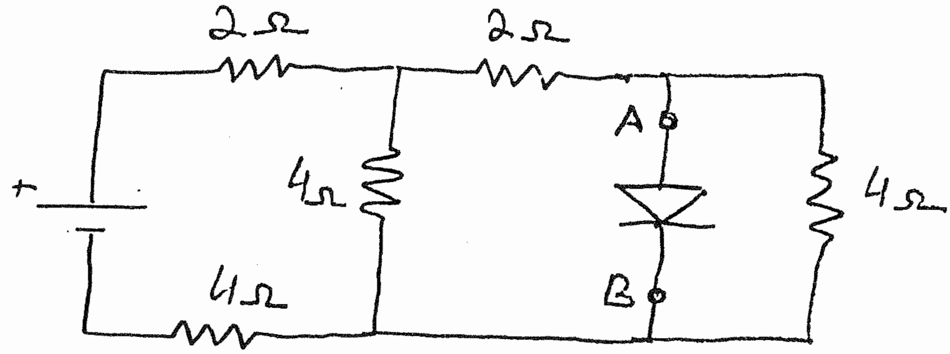
ב. מצאו את הזרם הזורם דרך צרכן העומס.

ג. מצאו את ההספק על צרכן העומס והביאו אותו ליעילות אופטימלית ע"י חיבור רכיב חשמלי בטור. מהו הרכיב ומהו ערכו בהנחה שתדר העבודה הוא 60HZ.

נתון כי:

$$v_S = 10\angle 45^\circ$$
$$z_1 = \sqrt{20}\ \angle -26^\circ$$
$$Z_L = \sqrt{7}\angle 18.43^\circ$$

שאלה 3 (33 נקודות)



א. מצאו את השקול של טבנין ביחס לדיודה.

ב. את אופיין הדיודה ניתן לתאר באופן הבא

$$C = \begin{cases} \dfrac{V_D - V_t}{R_D} & V_D \geq V_t \\ 0 & V_D < V_t \end{cases}$$

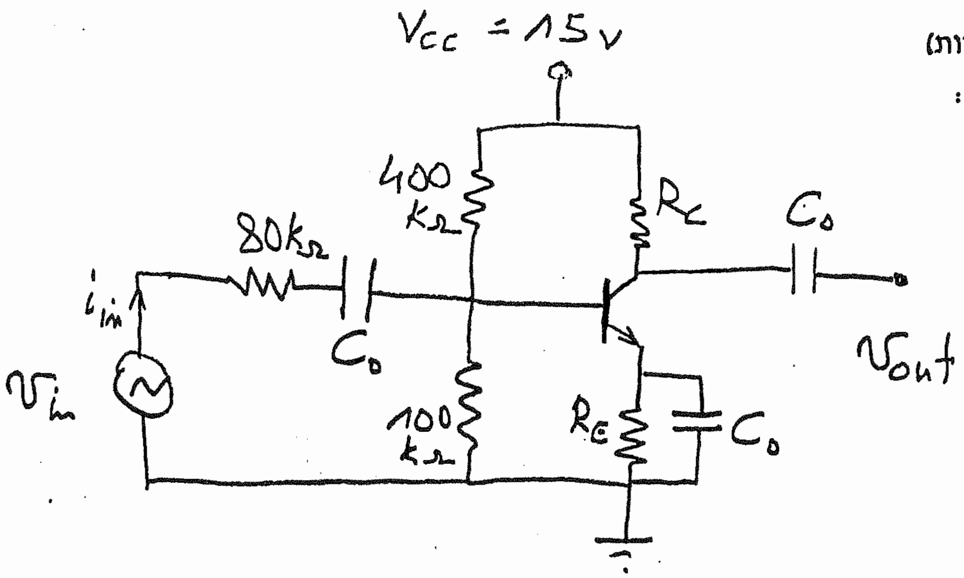
כאשר $V_t = 0.7v\ ,\ \ R_D = 0.1\Omega$

שרטטו את אופין I-V של הדיודה.

ג. קבעו את הזרם הזורם בדיודה.

<u>שאלה 4</u> (33 נקודות)

נתון המעגל הבא:



נתון כי: $\beta_{ac} = \beta_{DC} = 200$, וכן נתון כי הקבלים C_0 גדולים מאד ביחס תדר המעגל.

א. חשב/י את ערכי הנגדים R_E, R_C הדרושים לקבלת נקודות עבודה $V_{CE,Q} = 7v$, $I_{C,Q} = 2_{mA}$.

ב. מצא/י את קו העבודה של הטרנזיסטור ב- DC. (משואות קו העבודה).

ג. חשב/י את הגבר המתח, הגבר הזרם, התנגדות הכניסה והתנגדות היציאה ב- AC.

ד. ציין/י לאיזה שימוש מתאים הטרנזיסטור הנ"ל.

(ידוע כי $r_\pi = \beta \cdot \dfrac{25}{I_c[mA]}$ ביחידות של אוהם).

מס' ת.ז.

סמסטר ב' תש"ס
בחינת מעבר מועד א
מועד הבחינה: 15/6/2000
משך הבחינה: 3 שעות

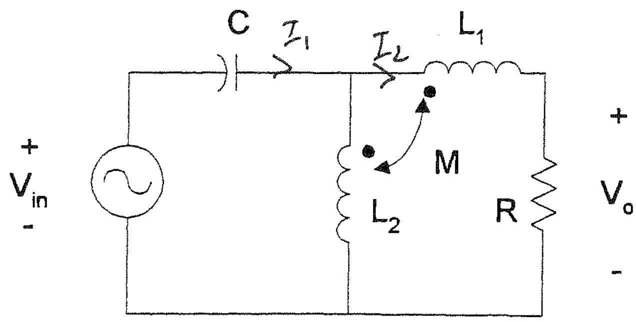
בחינה בקורס "מבוא להנדסת חשמל"

פרופ' דוד מנדלוביץ, פרופ' שמשון פרנקנטל, דר' זאב זלבסקי

- מותר להיעזר במחשב כיס ובשני דפי נוסחאות בלבד.
- יש לענות על כל השאלות.
- השאלות אינן שוות בערכן.
- בהצלחה!

שאלה מספר 1 (35 נק.)

נתון המעגל הבא במצב סינוסי עמיד



א. (18 נק.) מהי פונקצית התמסורת $H(j\omega)=\hat{V}_o/\hat{V}_{in}$? יש לפרט את דרך החישוב ולפשט את התוצאה עד לרמה של מנת מספרים מרוכבים.

ב. (5 נק.) מהו התדר בו אין השהיה בין התגובה $V_0(t)$ למבוא $V_{in}(t)$? מהו הביטוי ל $H(j\omega)$ בתדר זה?

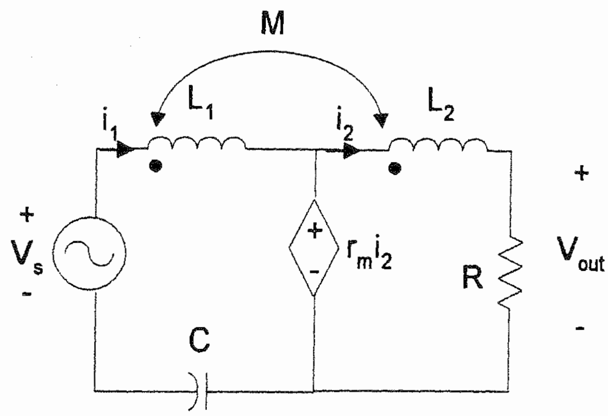
ג. (4 נק.) נתונים הערכים המספריים: $L_1=0.25H, L_2=1H, R=10\Omega, C=0.5F$ ויש צימוד מלא בין הסלילים. רשום/י את הביטוי ליחס $H(j\omega)=\hat{V}_o/\hat{V}_{in}$.

ד. (4 נק.) נתון שפאזור מתח המקור נתון ע"י $\hat{V}_{in}=1<20^0$, מהו ההספק הממוצע המתקבל על הנגד R בתדר $\omega=\sqrt{2}\ Rad/Sec$? מה ערכה של התמסורת $H(j\omega)=\hat{V}_o/\hat{V}_{in}$ בתדר זה?

ה. (4 נק.) האם התדר שמצאת בסעיף ב' הוא תדר התהודה של המעגל, נמק/י (אין צורך לחשב את תדר התהודה).

שאלה מספר 2 (30 נק.)

נתון המעגל הבא



ידוע שהצימוד בין הסלילים מלא (K=1).

א. (8 נק.) מצא/י את המד"ר המקשרת בין $V_{out}(t)$ ו- $V_s(t)$.

ב. (8 נק.) נתונים הערכים: $r_m = 1\Omega, R = 5\Omega, L_1 = L_2 = 2H, C = 0.25F$, מהו $V_{out}(t)$ כאשר כניסת המערכת $V_s(t) = 2u(t)$ ותנאי ההתחלה הם: $V_{out}(0^-) = 0, V'_{out}(0^-) = 3$?

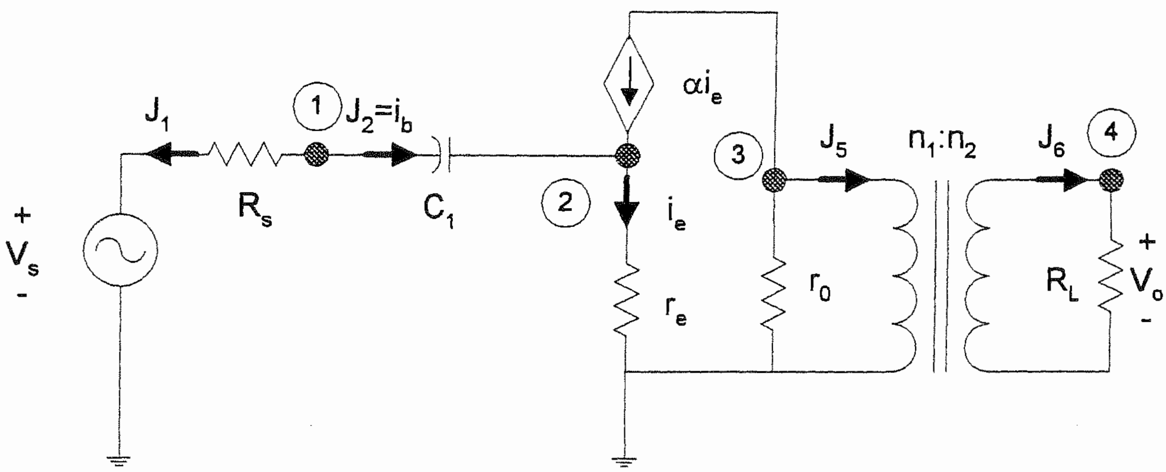
הסעיף הבא אינו קשור לקודמיו:

ג. I. (7 נק.) נתונה מערכת LTI סיבתית עם תנאי התחלה כלשהם, כאשר עבור מבוא $x_1(t) = \cos(t)u(t)$ התקבל מוצא $y_1(t) = 0$, $t > 0$ ועבור מבוא $x_2(t) = -\cos(t)u(t)$ התקבל מוצא $y_2(t) = 2\sin(t)$, $t > 0$. מהי התגובה לתנאי התחלה $y_{ZIR}(t)$ ומהי תגובת ההלם של המערכת?

II. (7 נק.) נתונה מערכת LTI סיבתית חדשה. עבור כניסה $x(t) = u(t) + \delta(t)$ התקבלה בתנאי התחלה אפס התגובה $y(t) = e^{-t}u(t)$. מהי תגובת ההלם?

שאלה מספר 3 (35 נק.)

נתון המעגל הבא בתנאי התחלה אפס. לנוחיות הסטודנטים מוספרו הצמתים והענפים.



א. (5 נק.) מהו שקול תבנין שרואה העומס R_L ? (רמז- למציאת R_{th} יש להעריך את גודלו של הזרם i_e)

ב. (5 נק.) מהו היחס $n_1 : n_2$ שיאפשר העברת הספק מקסימלית לעומס?

ג. (5 נק.) מצא/י את פונקצית התמסורת $V_o(s)/V_{in}(s)$ ע"י שימוש בחוקי קירכהוף.

ד. (5 נק.) צייר/י גרף מכוון של המעגל הנתון. אם עלינו לפתור ע"פ תורת הרשת האם נעדיף זרמי חוגים או מתחי צמתים? נמק/י!

(רמז- בדקו אם עליכם לבצע התמרת מקורות כדי להגיע להגדרה של ענפים סטנדרטיים. לשם אחידות קראו לענף של r_e ענף מספר 3 וסמנו את כיוון הזרם הזורם בו כנכנס לתוך נקודת הייחוס, קראו לענף של r_0 ענף מספר 4 וסמנו גם את כיוון הזרם הזורם בו כנכנס לתוך נקודת הייחוס.)

ה. (15 נק.) דורשים למצוא את $V_o(s)/V_{in}(s)$ תוך שימוש בתורת הרשת, בשיטת זרמי חוגים, לפי השלבים:

I. מהי מטריצת הפגיעה M ?

II. מהי מטריצת אמפדנסי הענפים Z_b ?

III. מהי מטריצת אמפדנסי החוגים Z_m ומהו וקטור מתחי מקורות החוגים?

IV. מצא/י את וקטור זרמי החוגים I.

V. חלץ/י את $V_o(s)$ כפונקציה של $V_{in}(s)$.

אוניברסיטת תל-אביב TEL AVIV UNIVERSITY

הפאקולטה להנדסה FACULTY OF ENGINEERING

מס' ת.ז.

סמסטר ב' תשנ"ח
בוחן אמצע סמסטר
מועד הבוחן: 27/04/98
משך הבוחן: 90 דקות

בוחן בקורס "מבוא להנדסת חשמל"

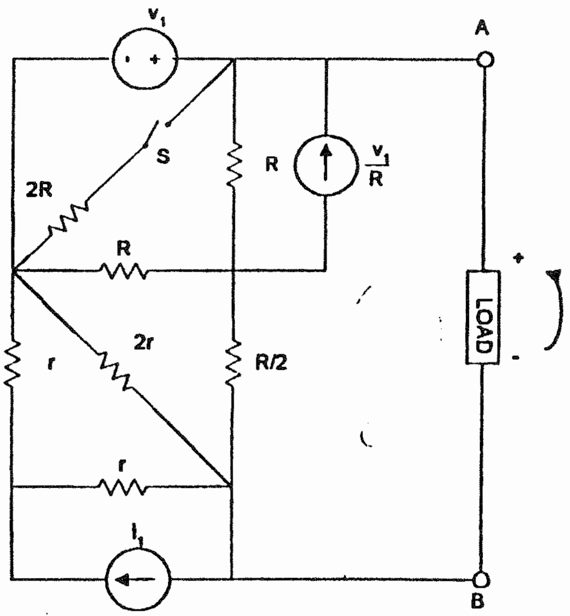
פרופ' שמשון פרנקנטל

- מותר להעזר בשני דפי נוסחאות בלבד.
- יש לענות על שתי השאלות.
- שתי השאלות שוות בערכן.
- השאלות מנוסחות בלשון זכר, אך מיועדות לשני המינים.
- שימו לב לניקוד היחסי של סעיף וסעיף.

- בהצלחה!

שאלה מס' 1 (50 נקודות)

נתון המעגל הבא:



ענה על הסעיפים הבאים תוך הדגשת התשובות הסופיות.

סעיף א' (50%)

בהנחה שהמתג S פתוח, מצא שקול תבנין של המעגל כפי שרואה העומס (LOAD) בין הנקודות A ו-B. בטא בצורה מפורשת את V_{th} ואת R_{th} של המעגל השקול במונחים של R, r, v_1, i_1.

הנחיה: לשם מציאת שקול תבנין, נוח תחילה לקבל שקול פשוט עבור חלק מהענפים במעגל.

סעיף ב' (10%)

חזור על סעיף א' עבור שקול נורטון.

סעיף ג' (15%)

הנח כעת את הערכים הבאים:

$R = r = 2\ [\Omega]$
$i_1 = 2u(t)\ [\text{Volt}]$
$v_1 = 2u(t)\ [\text{Amp}]$

כמו כן הנח שהעומס הוא קבל בעל ערך של 4.7[μF]. מצא את קבוע הדעיכה ז.

סעיף ד' (15%)

עבור ערכים כמו בסעיף ג', ועומס שונה של נגד בעל ערך של $R_L = 2\ [\Omega]$, מצא את ההספק הרגעי המתבזבז על העומס.

סעיף ה' (10%)

כיצד תשתנה תשובתך לסעיף א', כאשר המתג S סגורז

<u>שאלה מס' 2 (50 נקודות)</u>

שאלה זו עוסקת במעגל לינארי מסדר ראשון, בעל אלמנטים פסיביים קבועים בזמן. העירור למעגל הוא מקור מתח $v(t)$, והתגובה היא זרם מסוים $i(t)$.
תגובת החלם היא $i_\delta(t) = 2\delta(t) - 4e^{-4t}u(t)$.
(כלומר: אם במצב התחלתי אפס יופעל על המעגל ערור חלם-יחידה $v(t) = \delta(t)$, התגובה תהיה $i(t) = i_\delta(t)$).

<u>סעיף א' (25%)</u>

קבל את המשוואה הדיפרנציאלית המקשרת בין התגובה $i(t)$ לעירור $v(t)$ כלשהו.

<u>רמז:</u> הצורה הכללית של המד"ר היא: $\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}i(t) = b_0\frac{dv(t)}{dt} + b_1 v(t)$. עליך לחשב את הקבועים τ, b_0 ו-b_1.

<u>סעיף ב' (25%)</u>

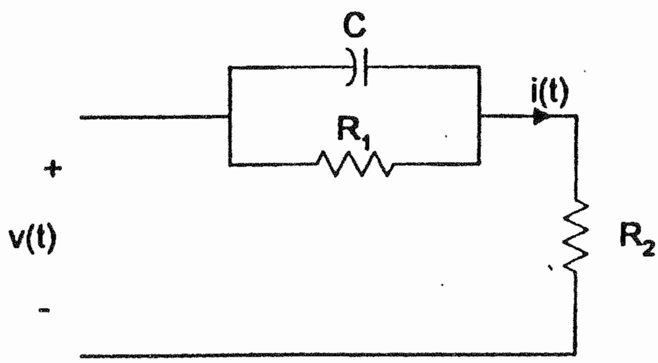
על המעגל הופעל העירור $v(t) = 5u(t)$, במצב התחלתי שונה מאפס, שעבורו הערך ההתחלתי של התגובה (מייד לפני המדרגה בעירור) היה $i(0^-)$. נמצא כי התגובה הכוללת בתקופה $t>0$ קבועה בזמן.
חשב את הערך ההתחלתי $i(0^-)$, ואת הערך הקבוע של התגובה הכוללת עבור $t>0$.

<u>סעיף ג' (20%)</u>

באותו מצב התחלתי שנדון בסעיף ב', הופעל על המעגל העירור $v(t) = 5\delta(t)$.
חשב את התגובה הכוללת $i(t)$ עבור $t>0$.

<u>סעיף ד' (20%)</u>

במעגל הנראה בציור, זרם התגובה $i(t)$ ומתח העירור $v(t)$ מקיימים את המד"ר שמצאת בסעיף א'.



חשב את ערכי הקבל C והנגדים R_1 ו-R_2.

<u>סעיף ה' (10%)</u>

מהו הערך ההתחלתי של מתח הקבל הנדרש על מנת לקבל את הערך ההתחלתי $i(0^-)$ שחישבת בסעיף ב'?

$-(16e^{-4t}r(t) + 4e^{-4t}u(t))$

TEL AVIV UNIVERSITY אוניברסיטת תל-אביב
FACULTY OF ENGINEERING הפאקולטה להנדסה

מס' ת.ז.:

סמסטר ב' תשנ"ח
בוחן אמצע סמסטר
מועד הבוחן: 25/05/98
משך הבוחן: 90 דקות

<u>בוחן מס' 2 בקורס "מבוא להנדסת חשמל"</u>

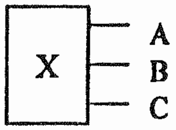
פרופ' שמשון פרנקנטל

- מותר להעזר בשני דפי נוסחאות בלבד.
- יש לענות על שתי השאלות.
- שתי השאלות שוות בערכן.
- השאלות מנוסחות בלשון זכר, אך מיועדות לשני המינים.
- שימו לב לניקוד היחסי של סעיף וסעיף.

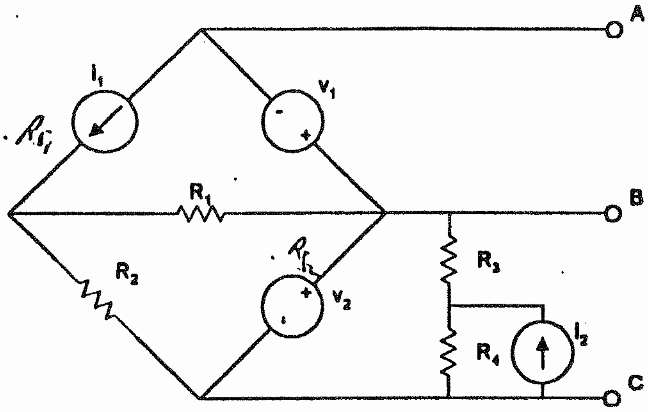
-בהצלחה!

שאלה מס' 1 (50 נקודות)

נתון מעגל X בעל שלושת הדקים:



מבנה המעגל נתון להלן:



נתון:

i_1 הוא מקור זרם <u>מעשי</u> בעל התנגדות פנימית Rs_1.

i_2 הוא מקור זרם <u>אידאלי</u>.

v_1 הוא מקור מתח <u>אידאלי</u>.

v_2 הוא מקור מתח <u>מעשי</u> בעל התנגדות פנימית Rs_2.

כמו כן נתונים הערכים (הסימבוליים) הבאים:

$R_1=R$; $R_2=R/2$; $R_3=R_4=r$; $Rs_1=R$; $Rs_2=2r$

וכן:

$v_1=i_1\cdot R$; $v_2=i_2\cdot r$

ענה על הסעיפים הבאים תוך הדגשת התשובות הסופיות.

<u>סעיף א' (50%)</u>

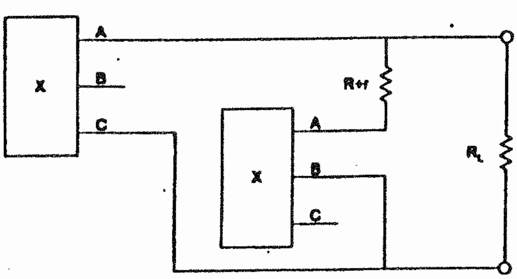
מצא שקול נורטון של המעגל, כפי שרואה עומס המחובר בין ההדקים A ו- C.

<u>סעיף ב' (20%)</u>

מצא שקול תבנין של המעגל, כפי שרואה עומס המחובר בין ההדקים A ו- B.

<u>סעיף ג' (30%)</u>

נתון המעגל הבא, בו משתמשים בשני מעגלים מסוג X:



מצא ביטוי עבור ההספק המתבזבז ב- R_L.

מהו ערכו (הסימבולי) של R_L עבורו נופל על העומס R_L הספק מקסימלי?

2

שאלה מס' 2 (50 נקודות)

שאלה זו עוסקת במעגל מסדר ראשון, שבו העירור הוא מקור זרם $i(t)$, והתגובה היא מתח מסוים $v(t)$.
במצב התחלתי מסוים, שונה מאפס, הופעל על המעגל עירור שיפוע $i_1(t)= -t\cdot u(t)$ [Amp], ונמדדה התגובה $v_1(t)= -2t -4$ [Volt] עבור $t>0$.
באותו מצב התחלתי הופעל על המעגל עירור מדרגה $i_2(t)=\alpha\cdot u(t)$ שעצמתו α אינה ידועה; נמדדה התגובה $v_2(t)=4$ [Volt] עבור $t>0$.

סעיף א' (60%)

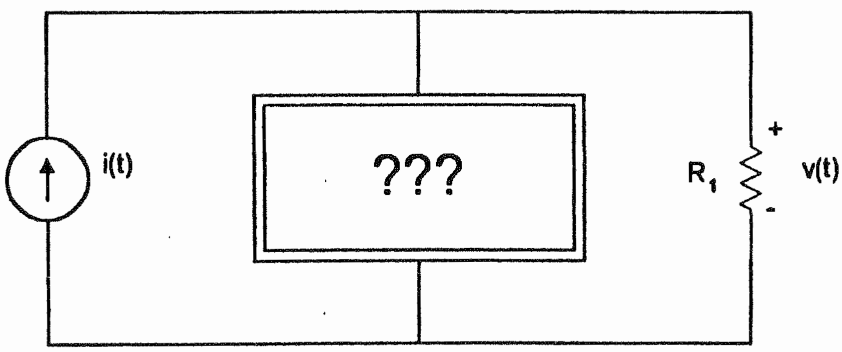
ידוע כי תגובת המדרגה של המעגל (כלומר התגובה לעירור מדרגת-יחידה $i(t)=u(t)$ במצב התחלתי אפס) נתונה ע"י ביטוי שצורתו היא:

$$v_u(t)=(A+Be^{-t/\tau})u(t).$$

השתמש בנתונים במבוא לשאלה על מנת לחשב את הקבועים A, B ו- τ בביטוי הנ"ל. זכור כי התגובות $v_1(t)$ ו- $v_2(t)$ במבוא לשאלה כוללות גם תגובת ZIR למצב ההתחלתי. ציין במפורש את הערך ההתחלתי $v(0^-)$ של תגובה זו, כפי שיתקבל במהלך החישוב.
התווה סקיצה של תגובת המדרגה $v_u(t)$, וציין בה במפורש את הערך בזמן $t=0^+$, את הערך הסופי ואת קבוע הזמן τ.

סעיף ב' (40%)

הציור הבא מראה חלקית את המעגל, וכן את אות העירור ואות התגובה. החלק הסמוי (במסגרת), מכיל רק נגד R_2 ומשרן L.



מלא את החלק הסמוי, וחשב את ערכי האלמנטים R_1, R_2, ו-L. [במידה ולא פתרת את סעיף א', הנח שהערכים המספריים של כל הקבועים A, B ו- τ הם 1. (זו לא בהכרח התשובה הנכונה)].
האם ניתן היה להשיג את תגובת המדרגה $v_u(t)$ אילו החלק הסמוי היה בנוי מנגד וקבלו נמק.

רמזים והנחיות:

- אם נתונה תגובת המדרגה של מעגל, הרי תגובת המעגל לשיפוע יחידה היא ...... (השלם לעצמך את החסר).
- $\int_0^t e^{-\frac{t'}{\tau}}dt'=\tau\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$
- אין הכרח בשום שלב לקבל את המד"ר של המעגל או לפתור אותה.

TEL AVIV UNIVERSITY אוניברסיטת תל-אביב
FACULTY OF ENGINEERING הפאקולטה להנדסה

מס' ת.ז.

סמסטר ב' תשנ"ח
בחינת מעבר – מועד א'
מועד הבחינה: 23/06/98
משך הבחינה: 3 שעות

<u>בחינה בקורס "מבוא להנדסת חשמל"</u>

פרופ' שמשון פרנקנטל

- מותר להעזר בארבעה דפי נוסחאות ובמחשבון בלבד.
- יש לענות על כל השאלות.
- השאלות מנוסחות בלשון זכר, אך מיועדות לשני המינים.
- שימו לב לניקוד היחסי של כל שאלה וכל סעיף וסעיף.

- בהצלחה!

שאלה מס׳ 1 (35 נקודות)

השאלה עוסקת במערכת מסדר שני, עם עירור $w(t)$ ותגובה $y(t)$. תגובת ההלם של המערכת $y_\delta(t)$ אינה ידועה, אולם ידוע כי אינה כוללת הלם או נגזרותיו.

<u>במצב התחלתי מסוים</u>, הופעל על המערכת עירור מדרגת-יחידה $w_1(t)=u(t)$, ונמדדה התגובה $y_1(t)=2$ עבור $t>0$.

<u>באותו מצב התחלתי</u>, הופעל על המערכת עירור הלם-יחידה שלילי, $w_2(t)=-\delta(t)$, ונמדדה התגובה $y_2(t)=e^{-t}$ עבור $t>0$.

<u>סעיף א׳ (40%)</u>

מצא את תגובת ההלם של המערכת, $y_\delta(t)$, ואת תגובת ZIR שלה למצב ההתחלתי שנזכר בנתונים במבוא לשאלה $y_0(t)$.

<u>הדרכה:</u> נוח לחשב את תגובת המדרגה $y_u(t)$. נסח קשרים בין התגובות שנמדדו $y_1(t)$ ו-$y_2(t)$, לבין $y_u(t)$ ו-$y_0(t)$. מהקשרים האלה, חלץ מד״ר לא הומוגנית מסדר ראשון עבור $y_u(t)$, פתור בשיטה סטנדרטית או בעזרת קונבולוציה (מומלץ).

מכאן והלאה הנח כי $y_\delta(t)=2\cdot[e^{-t} + t\cdot e^{-t}]\cdot u(t)$ (זו אינה בהכרח התשובה הנכונה לסעיף א׳).

<u>סעיף ב׳ (10%)</u>

ציין את מיקום התדרים הטבעיים של המערכת במישור S.

<u>סעיף ג׳ (25%)</u>

קבל מד״ר המקשרת בין העירור $w(t)$ והתגובה $y(t)$.

<u>סעיף ד׳ (25%)</u>

קבל את תגובת המערכת לעירור סינוסיאדלי $w(t)=\cos(t)$ במצב עמיד.

<u>סעיף ה׳ (סעיף בונוס בערך של 25% נוספים)</u>

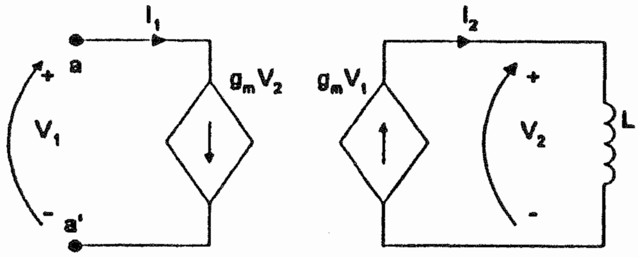
איזה עירור $w(t)$ ידרש על מנת לקבל את התגובה $y(t)=[1-e^{-t}]\cdot u(t)$?

שאלה מס' 2 (35 נקודות)

שאלה זו עוסקת במצב סינוסואידלי עמיד בתדר ω. כל האותות הם פאזורים.

סעיף א' (15%)

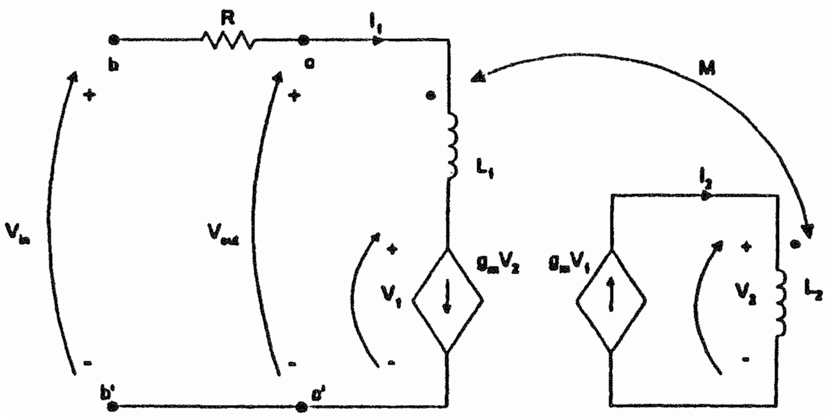
ציור 2א' מראה כיצד מחברים משרן ושני מקורות זרם מבוקרי מתח על מנת לדמות קיבול. חשב את אימפדנס הכניסה בין החדקים 'aa, והראה כי הוא זהה לאימפדנס של קבל בערך של $C=g_m^2L$.



ציור 2א'

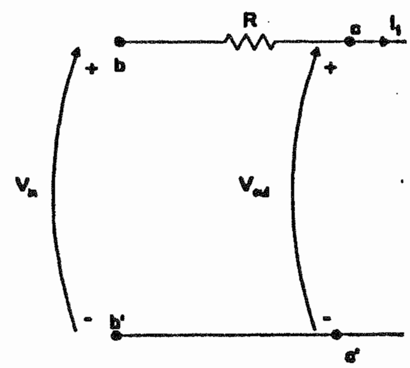
סעיף ב' (40%)

המעגל בציור 2ב' פועל לפי אותו עיקרון, אולם יש בו שני משרנים L_1 ו- L_2 צמודים ע"י השראות הדדית M. חשב את אימפדנס הכניסה בין החדקים 'bb במעגל זה; הראה כי ניתן ליצג אותו ע"י המעגל השקול בציור 2ג', וקבל אגב כך ביטויים עבור L ו-C במעגל השקול במונחים של הפרמטרים L_1, L_2, M ו-g_m במעגל המקורי.



ציור 2ב': מעגל מקורי

≡



ציור 2ג': מעגל שקול

<u>הדרכה</u>: קל יותר למצוא ראשית את האימפדנס בין הנקודות 'cc. רשום את שתי משוואות החוגים, ובעזרת הקשרים של המקורות המבוקרים, בטא את $Z_{cc'}$ בעזרת שני הזרמים I_1 ו-I_2. בטא את היחס I_1/I_2 בעזרת הפרמטרים. רשום גם את $Z_{cc'}$ במעגל 2ג'. השווה את שני הביטויים לקבלת L ו-C.

סעיף ג' (10%)

קבל ביטויים עבור תדר התהודה ω_0 ומקדם האיכות Q של המעגל בציור 2ב'.

סעיף ד' (15%)

ציור 2ב' מגדיר את פאזור העירור $\hat{V}_{in}$ ופאזור התגובה $\hat{V}_{out}$. התווה סקיצה שתראה את התלות של יחס האמפליטודות $\left|\hat{V}_{out}\right|/\left|\hat{V}in\right|$ בתדר העירור ω. ציין על הסקיצה נקודות עקרוניות.

סעיף ה' (20%)

לחלן ערכים מספריים עבור הפרמטרים במעגל שבציור 2ב'.

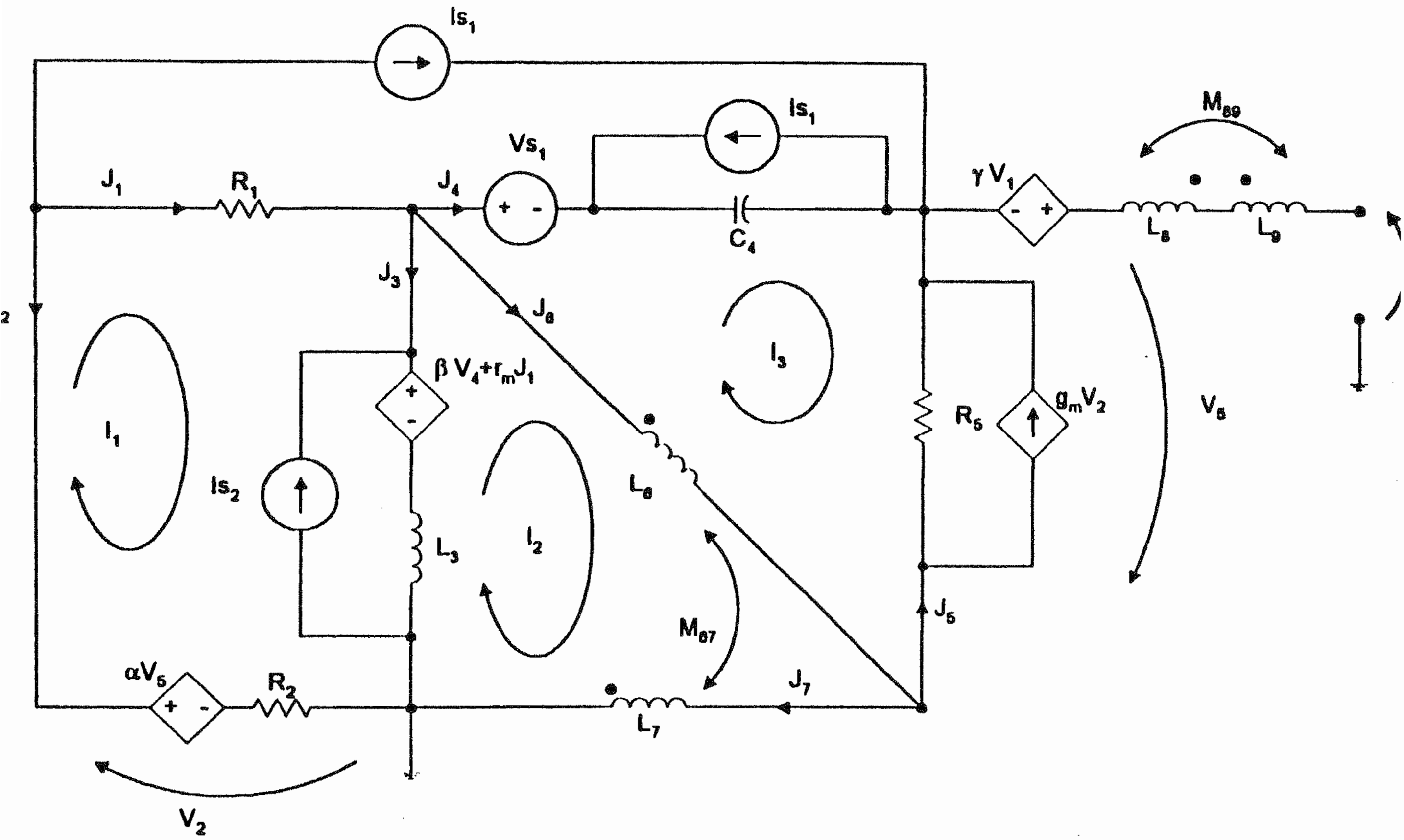
$L_1=2[H]$; $L_2=4[H]$; $M=2[H]$; $g_m=10^{-3}[Sim]$; $R=10^3[\Omega]$

עבור ערכים אלה, מכפלת הפרמטרים של המעגל השקול היא: $LC=4\cdot10^{-6}[sec^2]$. השתמש בערכים אלה על מנת לחשב את הפאזורים $\hat{I}_1,\hat{I}_2,\hat{V}_1,\hat{V}_2$ המוגדרים בציור 2ב', בהנחה שהעירור הוא סינוסואידלי, בתדר התהודה ω_0, ובאמפליטודה של $Vin=10^3[V]$.

3

<u>שאלה מס׳ 3 (30 נקודות)</u>

נתון המעגל הבא:



נתון כי $\alpha,\beta,\gamma,g_m,r_m$ הינם קבועים. למעגל שלושה מקורות זרם בלתי תלויים ומקור מתח בלתי תלוי יחיד. כל המקורות הינם סינוסיאדליים בתדר ω קבוע. עליך לפתור את המעגל במצב (סינוסי) עמיד, כלומר כל המתחים והזרמים הינם פאזורים.

<u>סעיף א׳ (15%)</u>
בצע התמרת מקורות, ופשט לפי הצורך כך ששבעת הענפים המסומנים יופיעו בצורה הסטנדרטית.

<u>סעיף ב׳ (10%)</u>
שרטט גרף מכוון של המעגל. מצא את מטריצת הלולאות $\underline{M}$.

<u>סעיף ג׳ (50%)</u>
(i) שים לב לצימוד הפשוט בין ענפים 2 ו-5. רשום את הקשרים בין מתחי הענפים האלו וזרמיהם. חלץ מתוך קשרים אלו את V_2 ואת V_5 כפונקציות של J_2 ו-J_5.
(ii) רשום את הקשרים בין מתחי הענפים לזרמי הענפים $J_1..J_7$. מצא את מטריצת התנגדויות הענפים $\underline{Z}_b$ ואת וקטור המקורות השקול $\underline{X}_s=(\underline{V}_s-\underline{Z}_b\cdot\underline{J}s)$.

<u>סעיף ד׳ (10%)</u>
רשום (אך אל תפתור (חבל על הזמן...)) את המשוואות המטריציות למציאת זרמי החוגים.

<u>סעיף ה׳ (15%)</u>
הבע את V_{out} באמצעות זרמי <u>החוגים</u>.

מס' ת.ז. [redacted]

סמסטר ב' תשנ"ח
בחינת מעבר מועד א'
מועד הבחינה: 22/06/98
משך הבחינה: 3 שעות

<u>בחינה בקורס "מבוא להנדסת חשמל"</u>

ד"ר דוד מנדלוביץ

ד"ר זאב זלבסקי

- **מותר להיעזר במחשב כיס ובשני דפי נוסחאות בלבד.**
- **יש לענות על כל השאלות.**
- **השאלות אינן שוות בערכן.**
- **ניתן לצבור 105 נקודות.**
- **ב ה צ ל ח ה!**

שאלה מספר 1 (40 נקודות)

נתונה מערכת ליניארית וקבועה בזמן (LTI) מסדר שני ובריסון קריטי. נתון כי תגובת המערכת לעירור אפס ולתנאי התחלה $y(0)$, $y'(0)$ מסוימים הנה $y_1(t)=e^{-t}$.

מעוררים את המערכת בעירור $\delta(t)$ ובתנאי התחלה $y_1(0)$ ו $-y_1'(0)$. נתון כי $y_1(0)=y(0)$ וכן כי $y_1'(0)=0$. נמצא כי במקרה זה תגובת המערכת הכוללת (לעירור ולתנאי ההתחלה) עבור $t>0$ הנה $y(t)=0$ (הנח/י כי בזמן $t=0$ התגובה אינה מכילה פונקצית הלם או נגזרות שלה).

(8 נקודות) (א) מהי תגובת המערכת לעירור הלם בתנאי התחלה אפס?

מכאן והלאה הנח/י כי תגובת המערכת לעירור הלם בתנאי התחלה אפס הנה $h(t)=2(1+t)e^{-t}u(t)$ (זו אינה בהכרח התשובה הנכונה לחלק (א) של השאלה).

(10 נקודות) (ב) מהי המשואה הדיפרנציאלית המקשרת בין כניסת המערכת למוצאה?

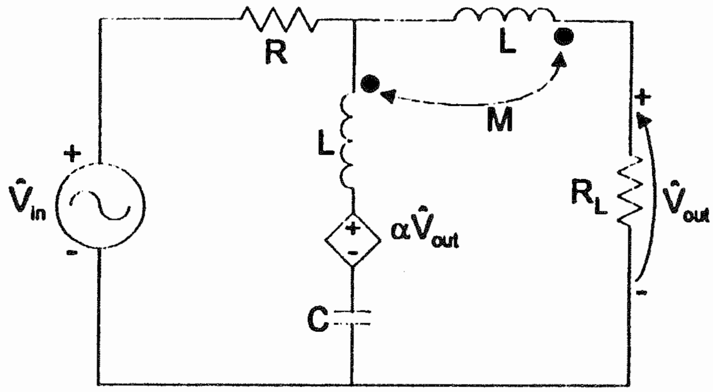
(10 נקודות) (ג) מצא/י את תגובת המערכת (בתנאי התחלה אפס) לעירור:

$$x_1(t)=\begin{cases} 0 & t\le 1 \\ e^{-t} & 1<t\le 2 \\ 0 & t>2 \end{cases}$$

(12 נקודות) (ד) נתון כי התגובה (בתנאי התחלה אפס) לעירור $x(t)$ הנה $y(t)=e^{-2t}u(t)$. מצא/י את $x(t)$.

שאלה מספר 2 (35 נקודות)

חברת "סינון עמיד" פיתחה את המעגל החשמלי הבא המיועד לפעול במצב סינוסי עמיד כמסנן.



נתון: $L=M=1_{H}$, $R=R_L=1_{\Omega}$, $\alpha=1$

(10 נקודות) (א) מצא/י את פונקצית תגובת התדר של המסנן - $H(j\omega)=\dfrac{\hat{V}_{out}}{\hat{V}_{in}}$ (בטא/י את $H(j\omega)$ כמנת פולינומים מחזקות חיוביות של ω עם C כפרמטר).

מספר שבועות לאחר שסיימה את פיתוח המסנן, נתקלה חברת "סינון עמיד" בבעיה. התברר כי מתח הכניסה $V_{in}(t)$ מורכב בעצם משני אותות סינוסואידליים בתדרים שונים (אות אחד מייצג את מתח הכניסה הרצוי ואילו האות השני מייצג רעש): $V_{in}(t)=\underbrace{A\cos(\omega_s t)}_{Signal}+\underbrace{A\cos(\omega_n t)}_{Noise}$.

נתון כי: $\omega_n=2[rad/sec]$, $\omega_s=1[rad/sec]$. A הנו גודל לא ידוע (שונה מאפס).
לצורך ניקוי האות מהרעש החליטה החברה להיעזר במסנן שפיתחה ולהעסיק ארבעה עובדים מבין בוגרי הקורס "מבוא להנדסת חשמל" באוניברסיטת ת"א (ארבעת היחידים שעברו את בחינת הגמר). בכדי להחליט איזהו הפתרון הטוב ביותר, המציאה החברה את המדד הבא: $\tilde{F}=\dfrac{P_s}{P_n}$. P_s ו- P_n הנם ההספקים הממוצעים שצורך נגד העומס R_L כתוצאה מהאות ומהרעש בהתאמה (זמן המחזור בו משתמשים בכדי לחשב את הגדלים הממוצעים הנו $T=\dfrac{2\pi}{\omega_s}=2\pi[sec]$). ברור שככל שערכו של $\tilde{F}$ גדול יותר הפתרון טוב יותר.

נדון כעת בפתרונם של העובדים:

<u>עובד מספר 1 ("העובד התם")</u>: קבע $C=1[F]$ וקיווה לטוב.

<u>עובד מספר 2 ("העובד הרשע")</u>: קבע $C=\dfrac{1}{2}[F]$ וקיווה לרע.

<u>עובד מספר 3 ("העובד החכם")</u>: פתרונו אבד אולם ידוע כי הוא מצא נוסחה המקשרת בין ערכו האופטימלי של C לבין ω_n.

<u>עובד מספר 4 ("העובד ששואל יותר מדי שאלות")</u>: פוטר זמן קצר לאחר תחילת עבודתו.

(4 נקודות) (ב) מצא/י את ערכו של $\tilde{F}$ בפתרונו של העובד התם.

(4 נקודות) (ג) מצא/י את ערכו של $\tilde{F}$ בפתרונו של העובד הרשע.

(7 נקודות) (ד) מצא/י את $C(\omega_n)$ כפי שמצא העובד החכם וכן את ערכו של $\tilde{F}$ כאשר נעזרים בנוסחה שמצא (אם ברצונך לגזור חשוב/י שנית).

(10 נקודות) (ה) בכדי להחליט באם להעסיק אותך לעבודה בחברה (ובכדי לצבור 10 נקודות נוספות במבחן זה) עליך לענות על השאלה הבאה:
במעגל חשמלי כלשהו הכולל קבלים, סלילים ונגדים ליניאריים, מקור מתח $V_s(t)$ ומקור זרם $I_s(t)$ נמדד המתח, $V(t)$, על אחד הקבלים במעגל במצב סינוסי עמיד עבור שני מקרים:

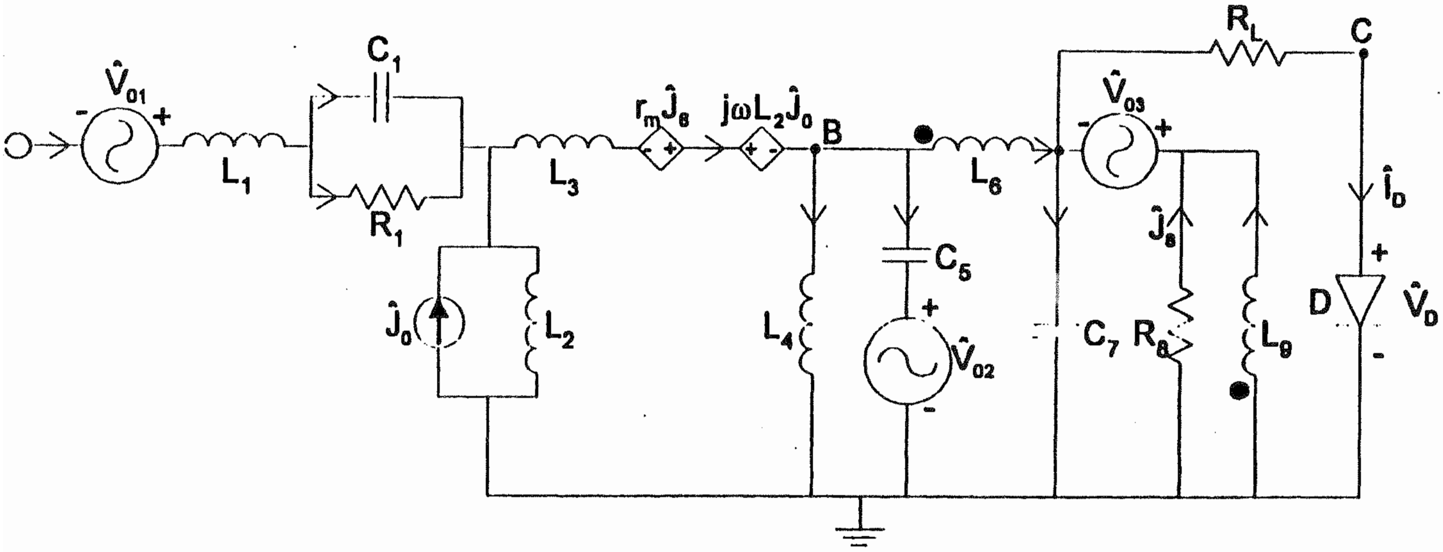
$$\left.\begin{aligned} V_s(t) &= \frac{1}{2}\cos(t) \\ I_s(t) &= 3\sin(t) \end{aligned}\right\} \Rightarrow V(t) = \cos(t)$$

$$\left.\begin{aligned} V_s(t) &= \cos(t) \\ I_s(t) &= \sin(t) \end{aligned}\right\} \Rightarrow V(t) = \cos(t)$$

מהו ערכו של $V(t)$ עבור $I_s(t) = 20\cos(t)$, $V_s(t) = 3.75\cos(t)$?

שאלה מספר 3 (30 נקודות)

נתון המעגל הבא הפועל במצב סינוסי עמיד בתדר ω ידוע:



מקדם הצימוד בין הסלילים L_8 ו – L_9 הנו M. החדק השלילי של מקור המתח $\hat{V}_{01}$ נמצא באוויר.

עבור חלקים (א-ג) הנח/י כי האלמנט הלא ליניארי, D, מנותק מן המעגל.

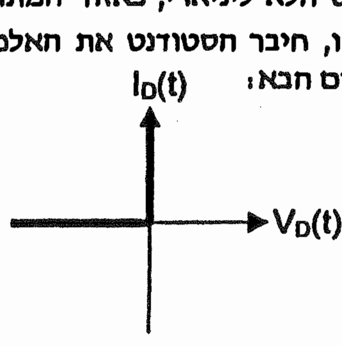
(7 נקודות) (א) על מנת לפתור את המעגל לפי שיטת הצמתים, הבא/י את כל הענפים במעגל לצורה סטנדרטית. כמו כן היעזר בשקול תבנין/נורטון על מנת לפשט את המעגל כך שממד השורות במטריצת הפגיעה המצומצמת A יהיה 2. שרטט/י מחדש את המעגל המפושט וכן את הגרף המכוון המתאר אותו. כמו כן רשום/י במפורש את המטריצה A (השתמש/י בכיווני הזרמים הרשומים במעגל שניתן לעיל).

(15 נקודות) (ב) מצא/י את מטריצת מוליכויות הענפים $\underline{Y_b}$ ואת וקטור המקורות $\left(\underline{J_s}-\underline{Y_b}\cdot\underline{V_s}\right)$ של המעגל המפושט אותו מצאת בחלק (א).

(3 נקודות) (ג) רשום/י את המשוואות המטריציות למציאת מתחי הצמתים באמצעות הגדלים שמצאת עד כה (אין צורך לכפול מטריצות אולם יש להסביר כל שלב בפתרון).

סטודנט מצא כי בהיעדר האלמנט הלא ליניארי, פאזור המתח בין צומת C לצומת הייחוס הנו $\hat{V}_D=2$. לאחר שביצע מדידה זו, חיבר הסטודנט את האלמנט הלא ליניארי D. האלמנט D (דיודה) מקיים את הקשר מתח-זרם הבא:

$$V_D(t)<0 \Rightarrow I_D(t)=0$$
$$V_D(t)=0 \Rightarrow I_D(t)\geq 0$$



(5 נקודות) (ד) שרטט/י את $V_D(t)$ המתקבל לאחר חיבור האלמנט הלא ליניארי.
הנח/י שהנגד R_L הנו בעל התנגדות גבוהה מאוד ביחס לכל העכבות במעגל.

TEL AVIV UNIVERSITY אוניברסיטת תל-אביב
FACULTY OF ENGINEERING הפאקולטה להנדסה

סמסטר ב׳ תשנ״ז
בחינת מעבר - מועד א
מועד המבחן: 16.6.97
משך המבחן: 3 שעות

בחינה בקורס "מבוא להנדסת חשמל"

תוכנית הנדסת חשמל: ד״ר דוד מנדלוביץ
תוכנית הנדסת מחשבים: פרופ׳ שמשון פרנקנטל

- עליך לפתור את כל השאלות.
- מותר להיעזר בשני דפי נוסחאות אישיים ובמחשבון.
- השאלות אינן שוות בערכן.
- בהצלחה!

שאלה מס׳ 1 (30 נקודות)

סעיף א. (8 נקודות)

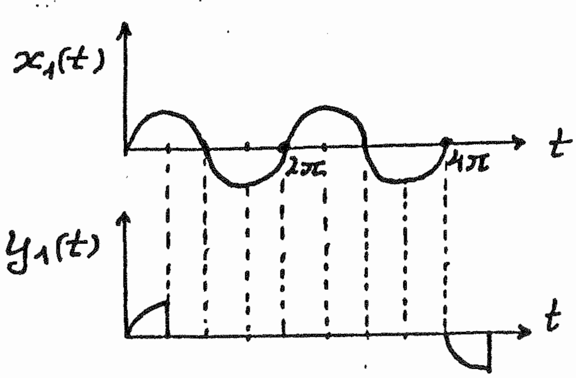
למערכת LTI סיבתית הזינו את האות: $x_1(t) = \sin(t)\cdot[u(t) - u(t-4\pi)]$

והתקבל במוצא האות:

$$y_1(t) = \sin(t)\cdot[u(t) - u(t-4\pi)] - \cos\left(t - \pi/2\right)\cdot\left[u(t-\pi/2) - u(t-4.5\pi)\right]$$

כמתואר בשרטוט 1א.

מצא את תגובת ההלם של המערכת $h_1(t)$. (שים לב: $\frac{d}{du}\sin(u) = \cos(u)$)



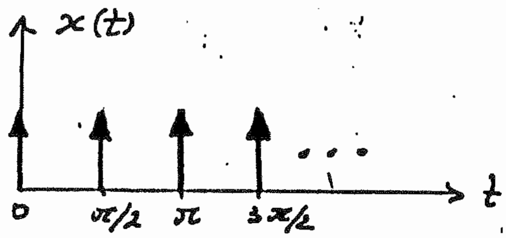
<u>סעיף ב.</u> (12 נקודות)

למערכת LTI אחרת יש תגובת הלם: $h_2(t) = u(t) - u\left(t - \frac{\pi}{2}\right)$.

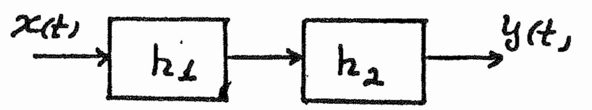
מערכת זו חוברה למערכת מסעיף א. כמופיע בשרטוט 1ב.

לכניסה הזינו $x(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \delta\left(t - \frac{k\pi}{2}\right)$ כמופיע בשרטוט ג1.

מצא את תגובת המערכת.



שרטוט 1ג.



שרטוט 1ב.

<u>הערה:</u> הפתרון עשוי לכלול סכום של איברים רבים אך ניתן לפשט אותו, הקפד להציג את הפתרון בצורתו הפשוטה ביותר.

אם לא פתרת את סעיף א., הנח $h_1(t) = u(t) - u\left(t - \frac{\pi}{2}\right)$. (זו אינה בהכרח התשובה לסעיף א.)

<u>סעיף ג.</u> (10 נקודות) (סעיף זה אינו תלוי בסעיפים הקודמים)

מערכת מוגדרת כיציבה במובן BIBO (Bounded In Bounded Out)

אם לכל כניסה חסומה $|x(t)| < M$, התגובה חסומה, כלומר $|y(t)| < L$.

<u>הוכח</u> כי עבור מערכת LTI (ליניארית ובלתי תלויה בזמן), בעלת תגובת הלם $h(t)$,

תנאי <u>מספיק והכרחי</u> להיותה חסומה במובן BIBO הוא $\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)| dt < \infty$ (עבור תנאי התחלה אפס).

<u>רמז:</u> עבור הוכחת תנאי הכרחי, כדאי לנסות למשל את הכניסה:

$$x(t) = \begin{cases} \frac{h^*(-t)}{|h(-t)|}, & h(-t) \neq 0 \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

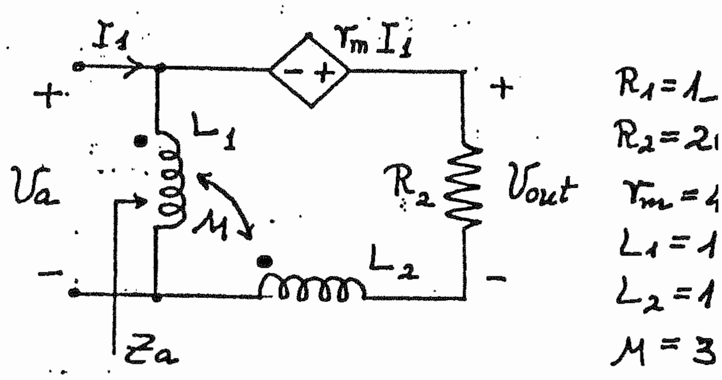
<u>נוסחת עזר:</u> אי שיוויון M-L: $\left|\int_{-\infty}^{\infty} f(t) dt\right| < \int_{-\infty}^{\infty} |f(t)| dt$

– 2 –

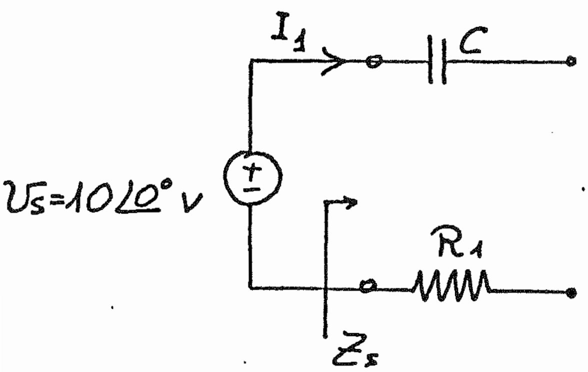
שאלה מס' 2 (35 נקודות)

שאלה זו מתיחסת למצב סינוסי עמיד.

שאלה זו עוסקת, בשני שלבים, במעגל המורכב משני חלקים הנראים בשרטוטים 2א ו- 2ב.
ערכי הפרמטרים נתונים ליד השרטוטים.



שרטוט 2א.



שרטוט 2ב.

סעיף א. (15 נקודות)

בהתיחס למעגל שבשרטוט 2א בלבד, קבל ביטויים וערכים מספריים עבור אימפדנס הכניסה Z_a למעגל זה, ועבור יחס הפאזורים V_{out}/V_a.

סעיף ב. (2 נקודות)

אם חישוביך בסעיף א. היו נכונים, הרי אימפדנס הכניסה Z_a מייצג השראות טהורה בלבד. איזה ערך תיתן למקדם r_m של המקור המבוקר על מנת לשמור על מצב זה אם נגד העומס R_2 יוחלף בנגד 40Ω.
האם תוכל לתת נוסחה כללית לקשר בין r_m ל- R_2 ?

המעגל הנוצר ע"י חיבור שני החלקים שבשרטוטים 2א ו- 2ב מופעל בערור סינוסי עמיד בתדר $\omega = 5\frac{rad}{sec}$ בו הוא נמצא בתהודה.

סעיף ג. (5 נקודות)

חשב את ערך הקבל C ואימפדנס הכניסה Z_s שרואה המקור V_s.

סעיף ז. (5 נקודות)

חשב את ההספק הממוצע המתבזבז בכ"א מן הנגדים וההספק הממוצע הנמסר ע"י כל אחד מן המקורות.

סעיף ח. (4 נקודות)

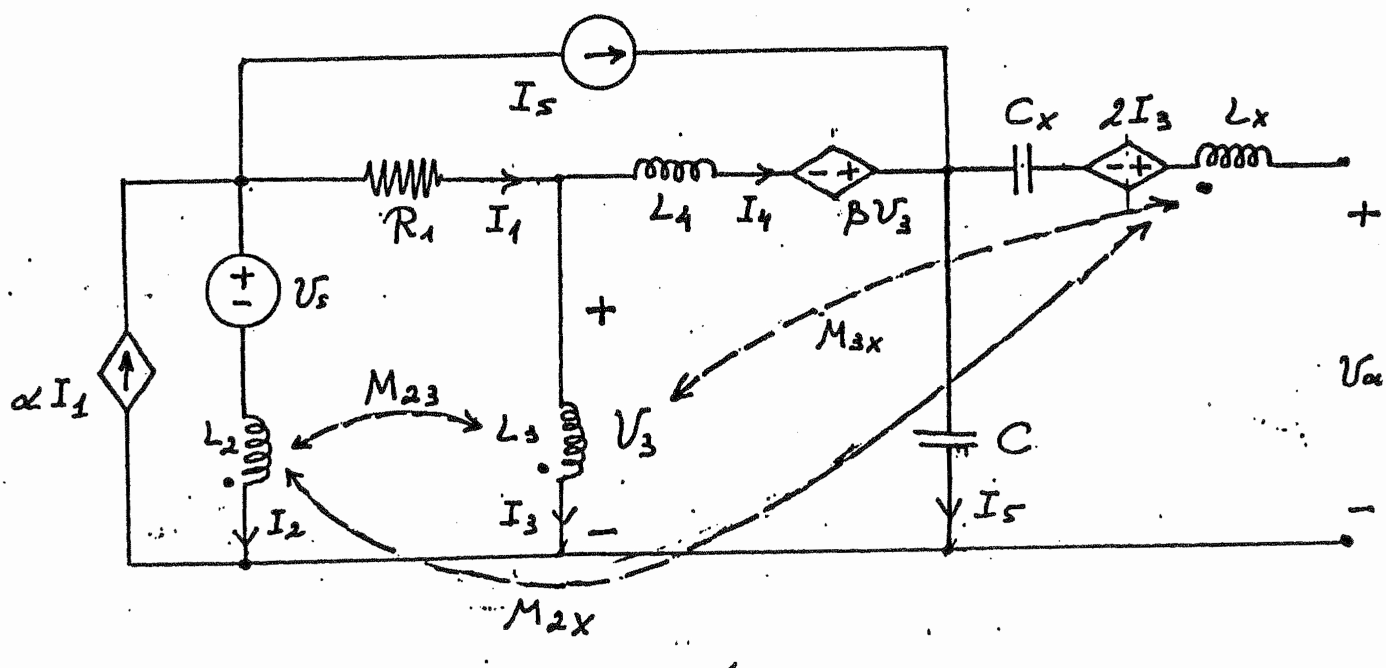
חשב את האנרגיה הממוצעת האגורה במשרנים (זכור כי המעגל במצב תהודה).

סעיף ט. (4 נקודות)

חשב את מקדם ההספק שרואה המקור V_s אם תדר הערור הוא $\omega = 4\frac{rad}{sec}$.

שאלה מס' 3 (35 נקודות)

השאלה מתיחסת לתורת הרשתות.



ציור 3.

במעגל שבשרטוט 3, V_s ו- I_s הם מקורות סינוסואידלים באותו תדר ω.

סעיף א. (5 נקודות)

בצע את התמרת המקורות על מנת שכל הענפים במעגל יופיעו בצורה של ענף סטנדרטי (מוכלל) ורשום מחדש את המעגל. שים לב שהזרמים $I_1 ... I_5$ המוגדרים בשרטוט 3 , אינם בהכרח זהים לזרמי הענפים הסטנדרטים (מוכללים) $J_1 ... J_5$ שתגדיר - ועליך לרשום את הקשרים ביניהם.

סעיף ב. (5 נקודות)

שרטט גרף מכוון של המעגל. נמק מדוע עדיף במקרה זה להשתמש בזרמי לולאות שתגדיר בגרף וזהה את מטריצת הלולאות $\underline{\underline{M}}$.

סעיף ג. (15 נקודות)

רשום ועבד את משוואות כל אחד מן הענפים, וקבל את מטריצת התנגדויות הענפים $\underline{\underline{Z_b}}$ ואת וקטורי המקורות.

סעיף ד. (5 נקודות)

רשום (אך אל תפתור) את המשוואה המטריציאלית שתאפשר לחשב את זרמי הלולאות.

סעיף ה. (5 נקודות)

רשום ביטוי עבור V_{out} כפונקציה של הזרמים $I_1 ... I_5$ המופיעים בשרטוט 3, וציין כיצד תחשב זרמים אלו מתוך זרמי הלולאות שהגדרת.

פתרון לבחינת הגמר – מועד א' 1997 – סיון

שאלה 1

נתון כניסה: $x_1(t)=\sin(t)\cdot[u(t)-u(t-4\pi)]$

תגובה מתקבלת: $y_1(t)=\sin(t)\cdot[u(t)-u(t-4\pi)]-\cos(t-\frac{\pi}{2})\cdot[u(t-\frac{\pi}{2})-u(t-4.5\pi)]$

את התגובה ניתן לכתוב כ: $y_1(t)=x_1(t)-\frac{d}{dt}x_1(t-\pi/2)$

והיות והמערכת LTI סיבתית ניתן לכתוב קשר דומה בין כניסת הלם לתגובת הלם

$$\boxed{h_1(t)=\delta(t)-\delta'(t-\pi/2)}$$

ב) נתון של הדלת תגובת הלם $h_2(t)=u(t)-u(t-\pi/2)$ שמחוברים טור בקסקדה

נמצא את תגובת המערכת הכללית: $h(t)=h_1(t)*h_2(t)$

לכך שקונבולוציה עם הלם נותנת את הפונקציה המקורית מוזזת בהלם וקונבולוציה עם נגזרת הלם נותנת את נגזרת הפונקציה המקורית מוזזת.

$$h(t)=[u(t)-u(t-\tfrac{\pi}{2})]*[\delta(t)-\delta'(t-\tfrac{\pi}{2})]=$$

$$=u(t)-u(t-\tfrac{\pi}{2})-\delta(t-\tfrac{\pi}{2})+\delta(t-\pi)$$

למערכת הזו הכניסה $x(t)=\sum\delta(t-\frac{k\pi}{2})$

לכן התגובה תהיה ע"י קונבולוציה:

$$y(t)=x(t)*h(t)=\left(\sum_{k=0}^{\infty}\delta(t-\tfrac{k\pi}{2})\right)*\left(u(t)-u(t-\tfrac{\pi}{2})-\delta(t-\tfrac{\pi}{2})+\delta(t-\pi)\right)$$

לינאריות $=\sum_{k=0}^{\infty}\left[\delta(t-\tfrac{k\pi}{2})*\left(u(t)-u(t-\tfrac{\pi}{2})-\delta(t-\tfrac{\pi}{2})+\delta(t-\pi)\right)\right]$

$$=\sum_{k=0}^{\infty}\left[u(t-\tfrac{k\pi}{2})-u(t-\tfrac{k\pi}{2}-\tfrac{\pi}{2})-\delta(t-\tfrac{k\pi}{2}-\tfrac{\pi}{2})+\delta(t-\tfrac{k\pi}{2}-\pi)\right]$$

$$=\sum_{k=0}^{\infty}\left[u(t-\tfrac{k\pi}{2})-u(t-\tfrac{k\pi}{2}-\tfrac{\pi}{2})\right]-\sum_{k=0}^{\infty}\left[\delta(t-\tfrac{k\pi}{2}-\tfrac{\pi}{2})-\delta(t-\tfrac{k\pi}{2}-\pi\right.$$

שכן כל הסכום הראשון יתכנס ל $u(t)$.

שכן כל הסכום השני יתכנס ל $\delta(t-\frac{\pi}{2})$.

$$\boxed{y(t)=u(t)-\delta(t-\tfrac{\pi}{2})}$$

2/7

נתון שהכניסה חסומה , $|x(t)|<M$, יש להראות שתנאי הכרחי ומספיק לכך שהמוצא יהיה חסום , $|y(t)|<L$, הוא שיהיה $\int_{-\infty}^{\infty}|h(t)|dt<\infty$

תחילה: תנאי מספיק:

נרשום את אינטגרל הקונבולוציה עבור המערכת $y(t)=\int_{-\infty}^{\infty}x(t-\tau)h(\tau)d\tau$

נרשום ערך מוחלט על 2 האגפים

$$|y(t)|=\left|\int_{-\infty}^{\infty}x(t-\tau)h(\tau)d\tau\right|$$

לפי אי שוויון ML:

$$\le\int_{-\infty}^{\infty}|x(t-\tau)h(\tau)|d\tau$$

כמו המספרים המרוכבים, בפונקציות ניתן לומר $|A\cdot B|=|A|\cdot|B|$

ולכן נרשום:

$$|y(t)|\le\int_{-\infty}^{\infty}|x(t-\tau)|\cdot|h(\tau)|d\tau$$

לכבוד ש $x(t)$ חסומה:

$$<\int_{-\infty}^{\infty}M\cdot|h(\tau)|d\tau$$

ולכן נקבל

$$|y(t)|<M\cdot\int_{-\infty}^{\infty}|h(\tau)|d\tau<L$$

נתון שהאינט' חסום

ולכן תנאי מספיק קיים כאשר הוא שהאינטגרל סופי.

* תנאי הכרחי:

נניח דבר השלילה. נראה כי מספיק מקרה אחד שבו $y(t)$ אינו חסום.

נבחר

$$x(t)=\begin{cases}\frac{h^*(-t)}{|h(-t)|}, & h(-t)\neq 0\\ 0 & else\end{cases}$$

נציב באינטגרל הקונבולוציה:

$$y(t)=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{h^*(-\tau)}{|h(-\tau)|}h(t-\tau)d\tau \Rightarrow |y(t)|=\left|\int_{-\infty}^{\infty}\frac{h(t-\tau)h^*(-\tau)}{|h(-\tau)|}d\tau\right|$$

נבדוק בנקודה $t=0$: $(h(-\tau)h^*(-\tau)=|h(-\tau)|^2)$

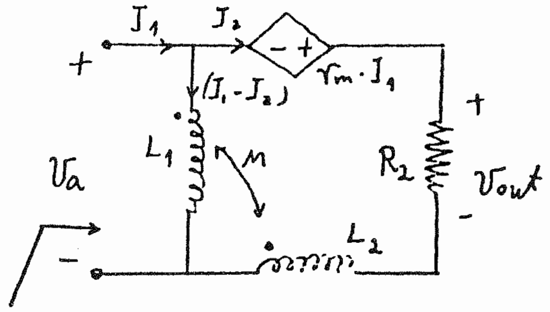
$$|y(0)|=\left|\int_{-\infty}^{\infty}|h(-\tau)|d\tau\right|$$

אי לכך תנאי הכרחי לחסימות $y(0)$ [ולכן לחסימות אבסולוטית] הוא שהאינטגרל חסום כנדרש.

שאלה 2

KVL 1: $V_a = j\omega L_1(I_1 - I_2) - j\omega M I_2$

KVL 2: $j\omega L_1(I_1-I_2) - j\omega M I_2 = j\omega L_2 I_2 - j\omega M(I_1-I_2) + R_2 I_2 - r_m I_1$



R_2 r_m L_1 L_2 $M=$

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{r_m + j\omega(L_1+M)}{R_2 + j\omega(L_1+L_2+2M)}$$ מכאן המשוואות היחס בין הזרמים.

בתנאי השאלה: $$\frac{I_2}{I_1} = \frac{4+4j\omega}{20+20j\omega} = \frac{1}{5}$$

ולכן: $$V_a = j\omega I_1\left(1 - \frac{1}{5} - \frac{3}{5}\right) = \frac{1}{5} j\omega I_1$$

$$\boxed{Z_a = \frac{V_a}{I_1} = \frac{1}{5}j\omega}$$

$$\frac{V_{out}}{V_a} = \frac{R_2 \cdot I_2}{V_a} = \frac{R_2 \cdot I_1}{5V_a} = \frac{20 \cdot 5}{5 \cdot j\omega} = \boxed{\frac{20}{j\omega} = \frac{V_{out}}{V_a}}$$

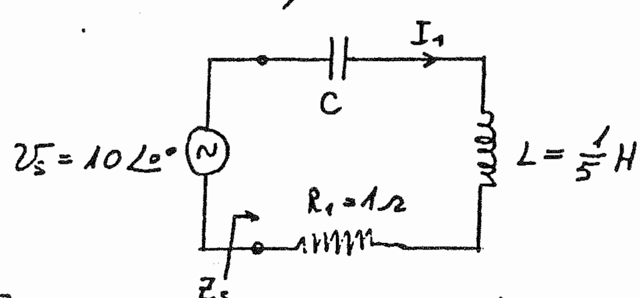
מתנאי נתון $Z_a = (V_a/I_1)$

ב) כדי לקבל ש Z_a יהיה השראתי טהור, נדרוש ש (I_1/I_2) יהיה ממשי כלומר: $V_a = j\omega I_1 L_{eq}$

לכן נדרוש ש $$\frac{r_m}{R_2} = \frac{L_1+M}{L_1+L_2+2M} \underset{\text{בתנאי השאלה}}{=} \frac{1}{5}$$

ולכן אם $R_2 = 40\Omega$ $\Rightarrow$ $\underline{\underline{r_m = 8\Omega}}$.

ג) כיוון שנתון לתהודה תדירות טבעית כזו ניתן לחשב את הקבל הנדרש:



נתון: $\omega_0 = 5 \frac{rad}{sec}$ תהודה

$$\boxed{C = \frac{1}{5}F}$$

המעגל בתהודה אכן נשווה $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ ולכן בתהודה

האימפדנס הכניסה שלו לנגד: $\boxed{Z_s = R_1 = 1\Omega}$

$\hat{V}_s = 10\angle 0^\circ$ נתון הפאזור, הדרושים:

$\hat{I}_1 = \hat{V}_s / Z_s = 10\angle 0^\circ$

$\hat{I}_2 = \frac{1}{5}\hat{I}_1 = 2\angle 0^\circ$ ולכן במעגל הראשון:

$$P_{av}^{R_1} = \frac{1}{2}|\hat{I}_1|^2 \cdot Re(R_1) = \frac{1}{2}100\cdot 1 = \underline{\underline{50\ Watt}}$$ נצרכת

$$|P_{av}^{V_s}| = \frac{1}{2}|\hat{I}_1|\cdot|\hat{V}_s| = \frac{1}{2}10\cdot 10 = \underline{\underline{50\ Watt}}$$ מספק

$$P_{av}^{R_2} = \frac{1}{2}|\hat{I}_2|^2 Re(R_2) = \frac{1}{2}4\cdot 20 = \underline{\underline{40\ Watt}}$$ נצרכת

$$|P_{av}^{r_m I_1}| = \frac{1}{2}|\hat{I}_2|\cdot|r_m\hat{I}_1| = \frac{1}{2}2\cdot 4\cdot 10 = \underline{\underline{40\ Watt}}$$ מספק

ה) הדרושה האנרגיה הממוצעת של הסלילים זהה לקבל כפה.

$\overline{W_c} = \frac{1}{4}C|\hat{V}_c|^2$ ולכן בממוצע בקבל: $W_c(t) = \frac{1}{2}C\,V_c^2(t)$

$\hat{V}_c = \frac{1}{j\omega C}\hat{I}_1 = -j\hat{I}_1$ במעגל של סליל c.

$|\hat{V}_c| \equiv |\hat{I}_1|$ ולכן

$$\overline{W_c} \equiv \overline{W_L} = \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{5}\cdot 10^2 = \underline{\underline{5\ Joul}}$$ וכמו בקבל

ו) האימפדנס הכניסה של המעגל הוא

$$Z_s = \underset{\text{נגד}}{1} + \underset{\text{סליל}}{j\omega\frac{1}{5}} + \underset{\text{קבל}}{\frac{5}{j\omega}}$$

ולכן התדר של $\omega = 4\,\frac{Rad}{sec}$

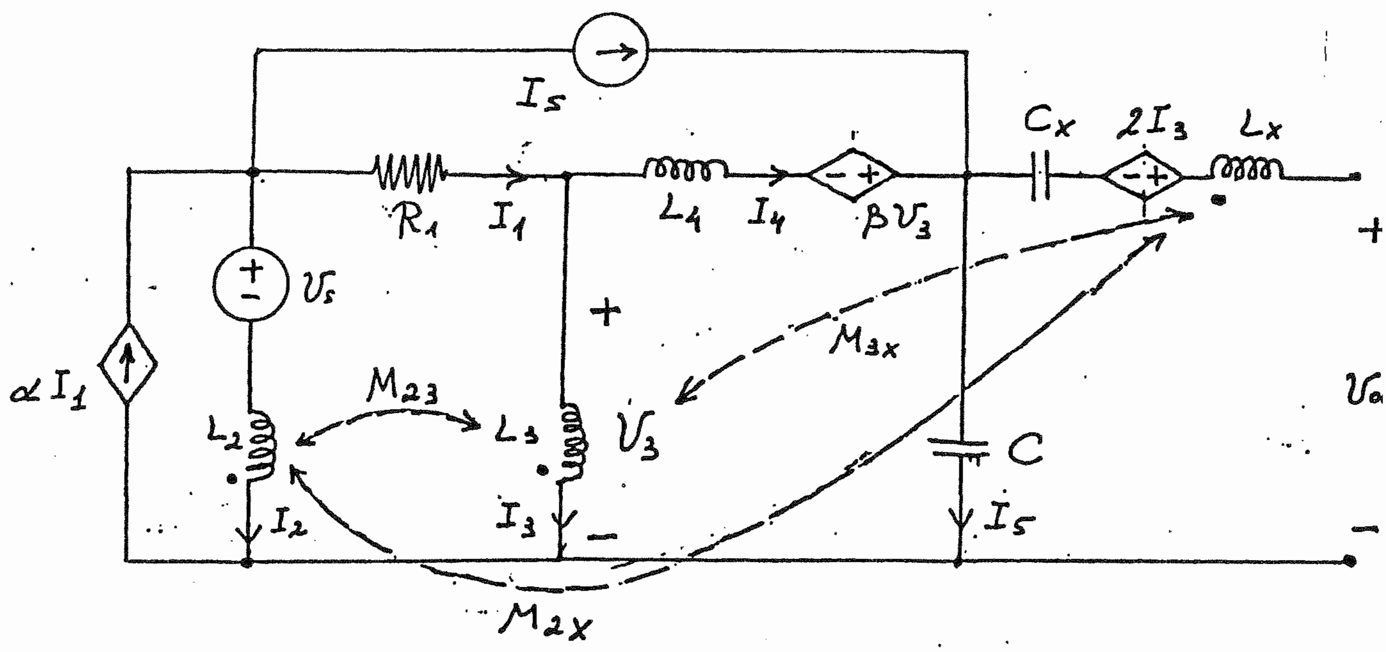
$$Z_s = 1 + j\left(\frac{4}{5} - \frac{5}{4}\right) = 1 - j\,\frac{9}{20}$$

$$P.F. = \cos(\measuredangle V_s - \measuredangle I_1) = \cos(-\measuredangle Z_s) = \cos(-\arctan(-9/20))$$

$$\boxed{P.F. = 0.9119}$$

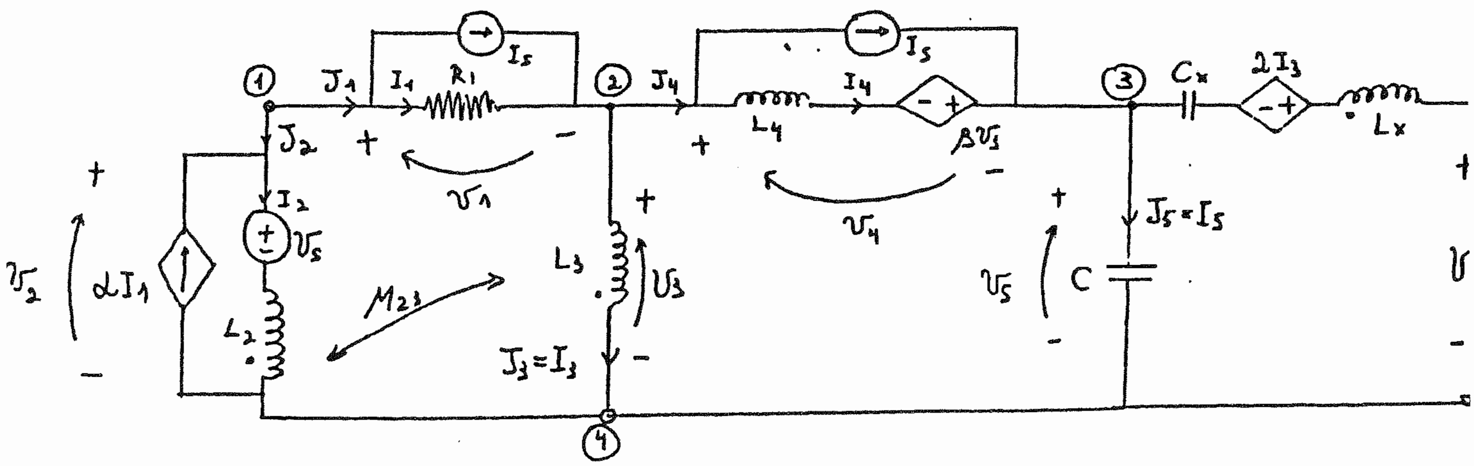
שאלה 3.

נתון המעגל:



שרטוט 3.

בשלב ראשון נבצע הזזת מקורות: נזיז את I_s על פני צמתים 1 ; 4 ונתייחס למקור המבוקר αI_1 כמקור זרם רגיל.



קשרים בין זרמי האלמנטים לזרמי הענפים:

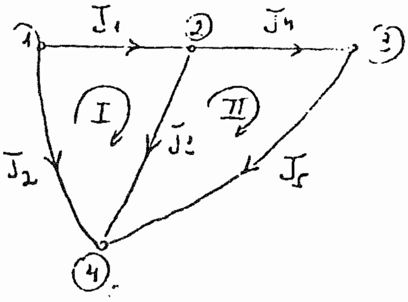
$$J_1 = I_1 + I_s \quad \Rightarrow I_1 = J_1 - I_s$$

$$J_2 = I_2 - \alpha I_1 \quad \Rightarrow I_2 = J_2 + \alpha J_1 - \alpha I_s$$

$$J_3 = I_3$$

$$J_4 = I_4 + I_s \quad \Rightarrow I_4 = J_4 - I_s$$

$$J_5 = I_5$$



הקליטנציה דומה למעגל המשולב
מצויים באופן לנתק ולכן לא
יכללו בחישוב.

היות ויש 2 עיניות אולם 3 צמתים (איחוד) נבצע את שיטת זרמי הלולאות.

$$
\underline{\underline{M}} = \begin{array}{c} \\ \text{לולאות} \end{array}
\begin{array}{c} \text{ענפים} \\ \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{array}
$$

ומתחי הענפים:

$$V_1 = I_1 R_1 = (J_1 - I_S)\cdot R_1 = \underline{J_1 R_1 - I_S R_1 = V_1}$$

$$V_2 = V_S + j\omega L_2 I_2 + j\omega M_{23} I_3 =$$

$$= \underline{V_S + j\omega L_2 J_2 + j\omega L_2 \alpha J_1 - j\omega L_2 \alpha I_S + j\omega M_{23} J_3 = V_2}$$

$$V_3 = j\omega L_3 J_3 + j\omega M_{23} I_2 =$$

$$= \underline{j\omega L_3 J_3 + j\omega M_{23} J_2 + j\omega M_{23} \alpha J_1 - j\omega M_{23} \alpha I_S = V_3}$$

$$V_4 = j\omega L_4 I_4 - \beta V_3 =$$

$$= j\omega L_4 J_4 - j\omega L_4 I_S - \beta\left[j\omega L_3 J_3 + j\omega M_{23} J_2 + j\omega M_{23} \alpha J_1 - j\omega M_{23} \alpha I_S\right] =$$

$$= \underline{j\omega L_4 J_4 - j\omega \beta L_3 J_3 - j\omega \beta M_{23} J_2 - j\omega \alpha\beta M_{23} J_1 + (j\omega M_{23} \alpha\beta - j\omega L_4) I_S}$$

$$\underline{V_5 = J_5 / j\omega C}$$

$$
\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \end{bmatrix} =
\underbrace{\begin{bmatrix} R_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ j\omega L_2 \alpha & j\omega L_2 & j\omega M_{23} & 0 & 0 \\ j\omega M_{23} \alpha & j\omega M_{23} & j\omega L_3 & 0 & 0 \\ -j\omega M_{23} \alpha\beta & -j\omega M_{23} \beta & -j\omega L_3 \beta & j\omega L_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/j\omega C \end{bmatrix}}_{\underline{\underline{Z_b}}}
\cdot
\begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \\ J_4 \\ J_5 \end{bmatrix}
+
\underbrace{\begin{bmatrix} -R_1 I_S \\ V_S - j\omega L_2 \alpha I_S \\ -j\omega M_{23} \alpha I_S \\ j\omega [M_{23} \alpha\beta - L_4] I_S \\ 0 \end{bmatrix}}_{\text{וקטור מקורות } \underline{X_S}}
$$

$$\underline{\underline{Z_m}} = \underline{\underline{M}} \cdot \underline{\underline{Z_b}} \cdot \underline{\underline{M^T}}$$ מטריצת אימפדנסי החוגים.

$$\underline{E_s} = \underline{\underline{M}} \cdot (-\underline{\underline{x_s}})$$ וקטור מקורות החוגים

$$\underline{I} = \underline{\underline{Z_m}}^{-1} \cdot \underline{E_s}$$ וקטור זרמי החוגים.

(וגם קיים: $\underline{J} = \underline{\underline{M^T}} \cdot \underline{I}$ וקטור זרמי הענפים.)

(ה)

$$V_{out} = \frac{I_s}{j\omega c} + 2I_3 + j\omega M_{2x} I_2 + j\omega M_{3x} I_3$$

+ לפי כיוון הזרמים המתח על המשניים.

$$V_{out} = \frac{J_s}{j\omega c} + 2J_3 + j\omega M_{2x}(J_2 + \alpha J_1 - \alpha I_s) + j\omega M_{3x} J_3 =$$

$$= J_1(j\omega M_{2x}\alpha) + J_2(j\omega M_{2x}) + J_3(2 + j\omega M_{3x}) + J_5\left(\frac{1}{j\omega c}\right) - j\omega M_{2x}\alpha$$

הערה לגבי הצימוד הסלילי אשר גורם זרם זרם (L_x):

(1) הוא לא. מעשי על הסלילים שמצאנו אותם לו.

(2) אם מעשי מן הסלילים האחרים שעובר זרם זרם.

אך סימן של M_{2x}, M_{3x} נמצא הקלות. נגיד שיש מגלל מיקה

הכוון בלשהוא על L_x ⇐ מושבה עליו זרם הכוון הנ"ל

⇐ נמצא את סימנם של M_{2x}, M_{3x} לפי כוון הצבעים

ומשה ל נקודה ← •. נשים לב שלא אין נחוח הכוון את

הגל המגנט התוצאה של V_{out} תישאר כי אם המתח יהיה

סימן וגם M_{2x}, M_{3x} יחליפו סימן.

מס׳ ת.ז. [redacted]

סמסטר ב׳ תשנ״ז
בחינת מעבר מועד א׳
מועד הבחינה: 13.6.97
משך הבחינה: 3 שעות

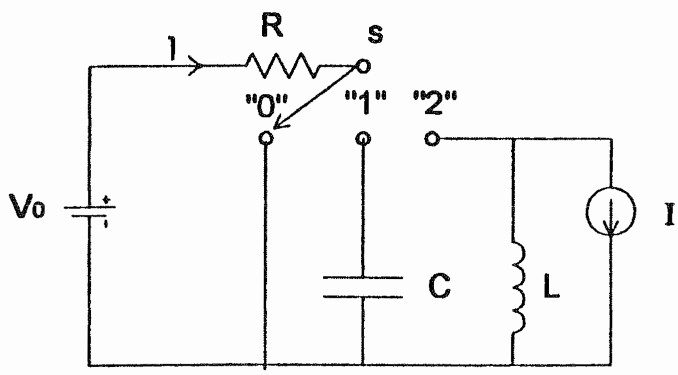
בחינה ב״מבוא להנדסת חשמל ואלקטרוניקה״

פרופ׳ א. גובר

- מותר שימוש במחברת, ספרים ומחשב.
- יש לבחור 3 מתוך 4 השאלות.
- ב ה צ ל ח ה!

שאלה 1.

נתון המעגל הבא:



V_0, R, C, L, $\quad I = \frac{2}{3}\frac{V_0}{R}$

בזמן $t < 0$ מחובר המתג S במצב ״0״ למשך זמן ממושך. בזמן $t = 0$ מועבר המתג למצב ״1״, ובזמן $t = t_1 = RC$, מועבר המתג למצב ״2״. כמו כן, נתון כי הקבל C טעון במתח התחלתי של $2 \cdot V_0$.

א. חשב/י את זרם הנגד בכל תחום הזמן $0 < t < \infty$, שרטט/י את הזרם על פני תחום זמן זה.

ב. חשב/י ושרטט/י את מתח הקבל בפרק הזמן $0 < t < \infty$.

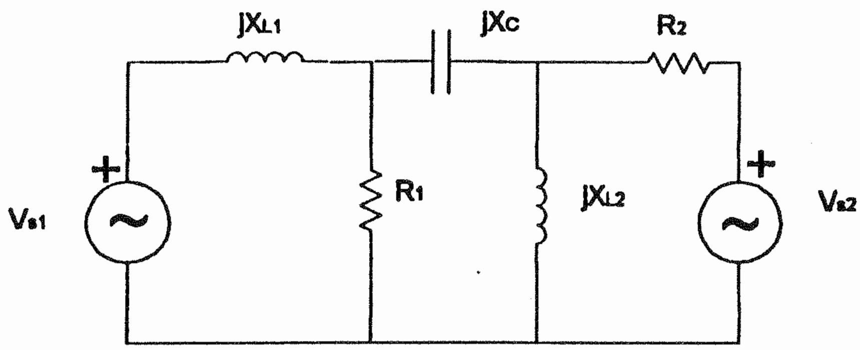
ג. חשב/י ושרטט/י את זרם הסליל בפרק הזמן $0 < t < \infty$

<u>שאלה 2.</u>

נתון המעגל הבא:

$X_{L1}=20\ \Omega$, $X_{L2}=10\ \Omega$, $X_C=-5\ \Omega$, $R_1=10\ \Omega$, $R_2=5\ \Omega$,

$V_{s1}=5\angle\pi/6$ v $V_{s2}=20\angle\pi/2$ v

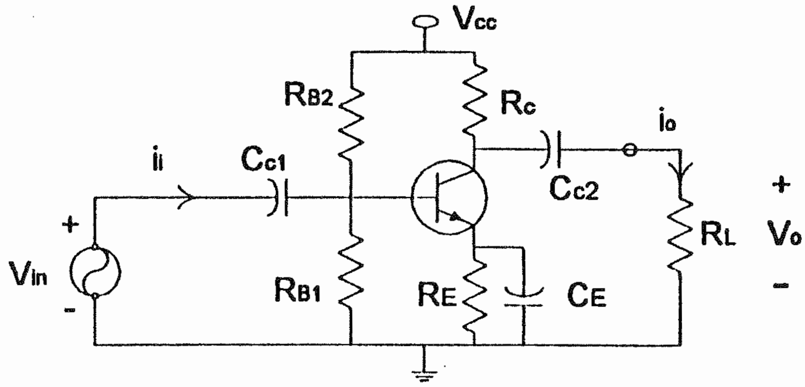


א. חשב/י מהו ההספק שמסופק על ידי כל אחד מן המקורות, ציין/י האם ההספק מסופק או נצרך.

ב. חשב/י את ההספק על פני כל אחד מרכיבי המעגל, הראה/י את מאזן ההספקים.

ג. חשב/י מהו גורם ההספק $\cos\varphi$ שרואה כל אחד מן המקורות.

<u>שאלה 3.</u>



נתון: $V_{cc}=15\ v$

$\beta=200$

$R_{B1}=100\ k\Omega$

$R_{B2}=400\ k\Omega$

$R_L=1\ k\Omega$

$V_{BE}=0.7\ v$

(טמפרטורת הטרנזיסטור $300\,°K$.)

תדר אות הכניסה $f=100\ Khz$

א. קבע את ערכי הנגדים R_E, R_C הדרושים על מנת לקבוע נקודת עבודה $V_{CE,Q}=7\ v$, $I_{C,Q}=1.5mA$.

ב. שרטט/י את מעגל התמורה ac של המעגל הנתון, בהנחה שעקבת קבלי הצימוד C_{C2}, C_{C1} וקבל העקיפה C_E זניחה ביחס להתנגדות הכניסה, נגד העומס ונגד האמיטר בהתאמה.

ג. חשב/י את התנגדות הכניסה השקולה של המגבר, את הגבר המתח והגבר הזרם.

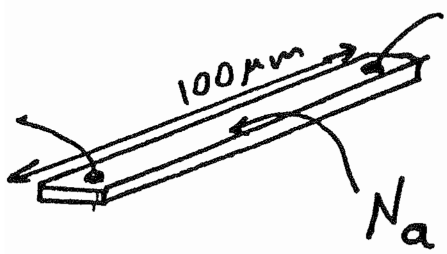
ד. קבע/י את ערכי הקבלים הנדרשים לקיום התנאי של סעיף ב'.

שאלה 4.

א. במעגלים משולבים מייצרים נגד על פיסת סיליקון, ע"י זיהום מבוקר בסיגים "מקבלים" (acceptors), של קטע דמוי מינסרה על פני הגביש. ממימדי המנסרה $1\mu m \times 5\mu m \times 100\mu m$.

נתון: (צפיפות הסיגים) $n_i=1.5\cdot10^{16}\ m^{-3}$, $N_a=5\cdot10^{20}\ m^{-3}$

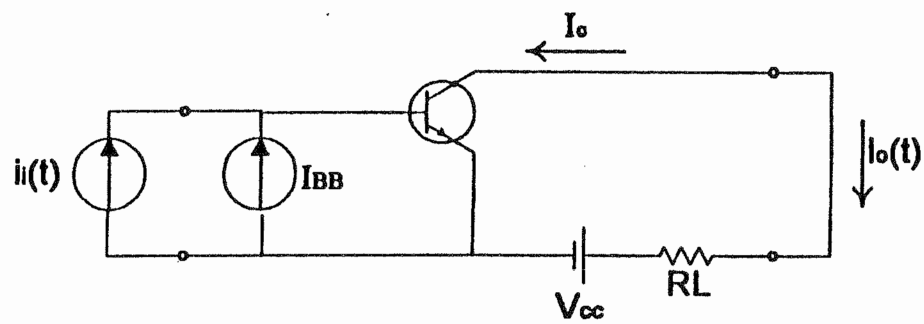
(מוביליות) $\mu_p=0.048\ m2/v\cdot s$, $\mu_n=0.19\ m2/v\cdot s$



חשב/י:

1. צפיפות נושאי מטען הרוב והמעוט p_p, n_p.
2. התנגדות הנגד.

ב. נתון מעגל מגבר אות קטן ואופייני טרנזיסטור.



$V_{cc}=20\ v$, $I_{BB}=0.2\ mA$, $R_L=1.33\ k\Omega$, $i_i(t)=i_m\cdot\sin(\omega t)$

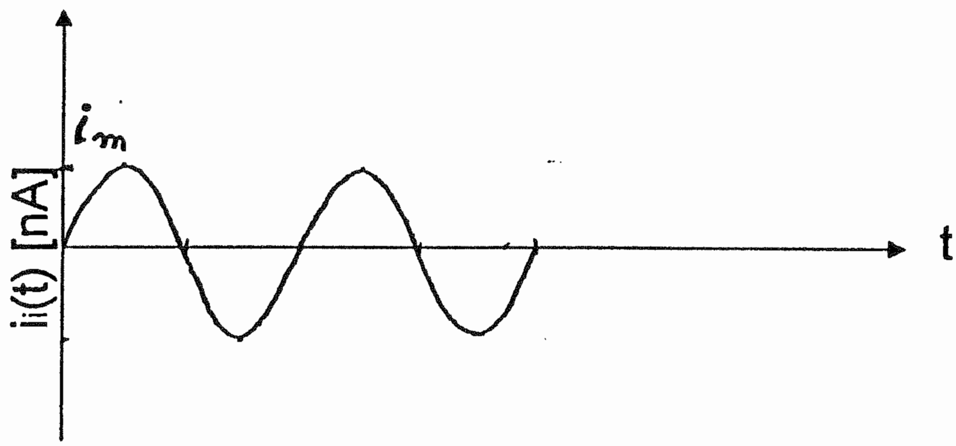
1. שרטט/י את קו העבודה וציין/י את נקודת העבודה.
2. שרטט/י בקרוב (סכמטית) את $i_o(t)$ עבור:

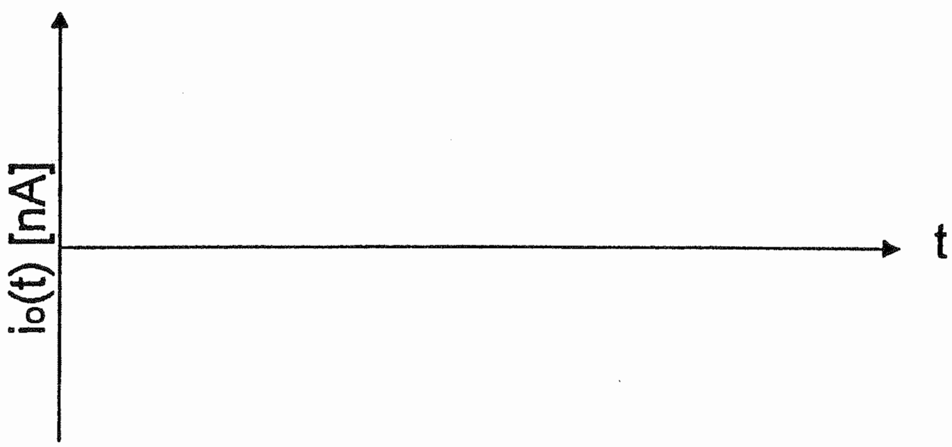
א. $i_m=0.1\ mA$

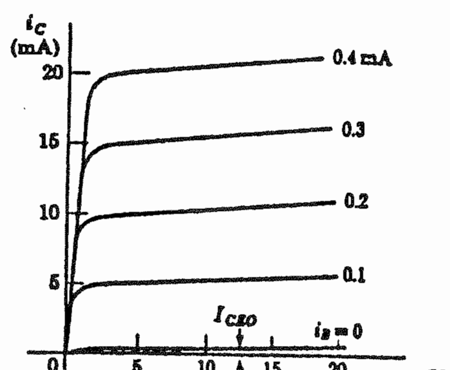
ב. $i_m=0.2\ mA$

ג. $i_m=0.3\ mA$

3. החלף/י את הנגד R_L ומצא/י נקודת עבודה אופטימלית שתיתן תחום דינמי רחב יותר של המגבר.







(b) Collector characteristics

TEL AVIV UNIVERSITY אוניברסיטת תל-אביב

FACULTY OF ENGINEERING הפאקולטה להנדסה

סמסטר ב׳ תשנ״ו
בחינת מעבר מועד א׳
מועד הבחינה: 18.6.96
משך הבחינה: 3 שעות

מבחן בקורס ״מבוא להנדסת חשמל״

ד״ר דוד מנדלוביץ

- חומר עזר מותר - 3 דפי נוסחאות
- השאלות אינן שוות בערכן
- בהצלחה!

<u>שאלה 1 (40 נקודות)</u>

<u>שים לב</u>: בשאלה זו אין להשתמש בטרנספורמי לפלס ופוריה או בדומיהם.

א. נתונה מערכת ליניארית וקבועה בזמן כמתואר בשרטוט.

$$x(t) \longrightarrow \boxed{h_1(t)} \longrightarrow y(t)$$

פונקצית התמסורת של מערכת זו הינה: $H_1(S) = \dfrac{1}{(S+b)^2}$ כאשר: $b \ge 0$.

מצא/י את המשוואה הדיפרנציאלית המקשרת בין הכניסה $x(t)$ למוצא $y(t)$.

ב. מצא מתוך המשוואה הדפרנציאלית שמצאת בסעיף א׳ מהי התגובה להלם, $h_1(t)$ של המערכת.

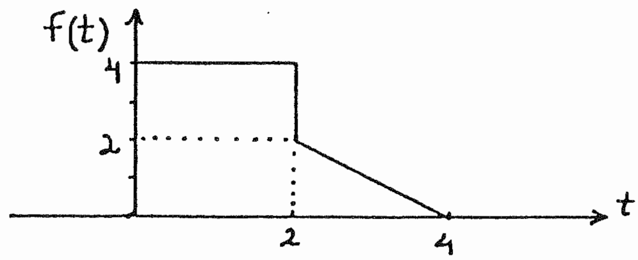
ג. למערכת הנתונה בסעיף א׳ הכניסו את האות הבא:

$$x(t) = \begin{cases} (t+1)^2 & -1 \le t < 0 \\ (t-1)^2 & 0 \le t < 1 \\ 0 & \text{אחרת} \end{cases}$$

רשום/י את תגובת המערכת לערור זה, $y(t)$, באמצעות ביטויים <u>אינטגרליים</u>. הקפד/י להפריד את תשובתך לתחומי זמן מתאימים ולרשום גבולות אינטגרציה נכונים. אין לכלול את הפונקציה $u(t)$ בתשובתך.

<u>שים לב</u>: אין צורך לפתור את האינטגרלים אליהם הגעת.

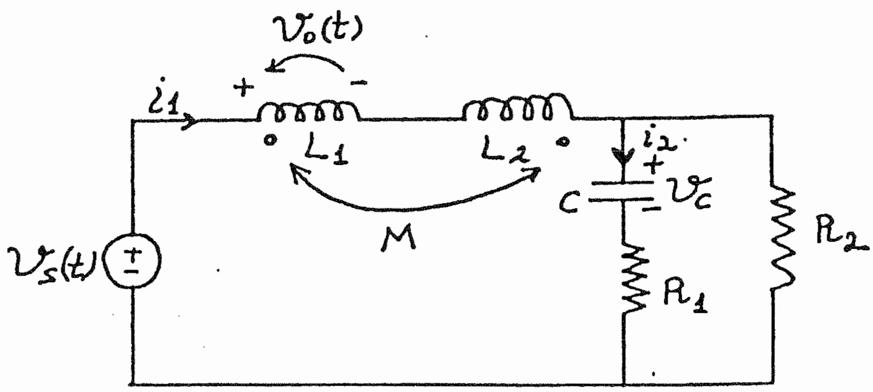
ד. נתונה מערכת חדשה ליניארית וקבועה בזמן בעלת תגובה להלם $h_2(t)$ אשר מקיימת $h_2(t)=\delta'(t)$ כאשר: $\delta'(t)=\frac{d\delta(t)}{dt}$ (דובלט).
מצא/י בדרך כלשהי את התגובה לערור $f(t)$. כמו כן שרטט/י את התגובה שמצאת.



ה. למערכת חדשה ליניארית וקבועה בזמן הוכנס האות הבא: $x(t)=\frac{1}{2}t^2u(t)$ והתקבלה התגובה: $y(t)=(t+t_0-2)\cdot u(t+t_0-2)$.
מצא/י את תגובת ההלם של מערכת זו.
עבור אלו ערכי t_0 המערכת סיבתית?

<u>שאלה 2 (30 נקודות)</u>

נתון המעגל הבא:



א. מצא מד"ר המקשרת את $v_0(t)$ למתח הערור, $v_s(t)$, כפונקציה של הפרמטרים הרשומים במעגל.

ב. עבור:

$R_1=R_2=1\Omega$

$L_1=3_H$

$L_2=1_H$

$|M|=1_H$

$C=\frac{1}{4}F$

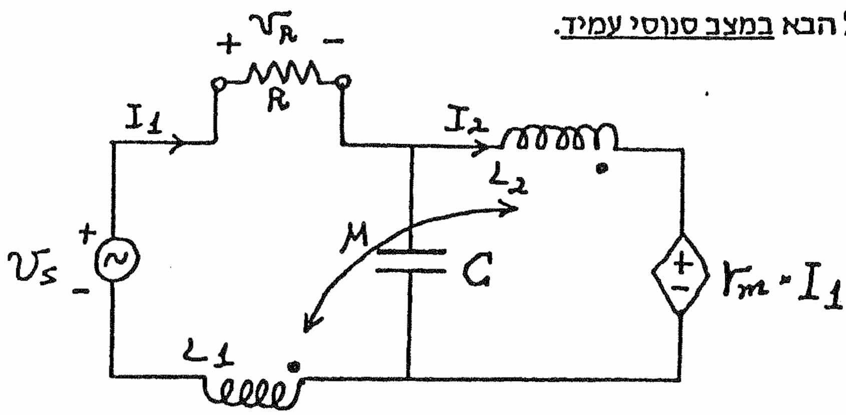
מצא את התגובה להלם של המעגל $(v_0(t))$ בתנאי התחלה אפס:

$i_1(0^-) = 0_A,\ v_c(0^-) = 0_v$

ג. עבור התגובה שמצאת בסעיף ב', האם קיימים תנאי התחלה $i_1(0^-)$, $v_c(0^-)$ מסויימים כך שבתגובה הכוללת לא יהיו אלמנטים דועכים (טרנזיינטים)?
אם לא - נמק/י
אם כן - מצא/י את תנאי ההתחלה הנ"ל.

<u>שאלה 3 (30 נקודות)</u>

נתון המעגל הבא <u>במצב סנוסי עמיד</u>.



א. מהו שקול תבנין שרואה הנגד R.

ב. מהו הזרם $\hat{I}_1$ דרך הנגד - R.
מצא/י את תדר התהודה ואת ערך $\hat{I}_1$ עבור המקרים הבאים: $\omega \to 0$, $\omega \to \infty$ והשווה לתאוריה. (תהודה: זרם המקור $\hat{I}_1$ ומתח המקור $\hat{v}_s$ הם באותה פזה).

ג. מהו ההספק הממוצע והרגעי שמתבזבז על הנגד R בנתונים הבאים:

$$\hat{v}_s = 10\angle 0^\circ$$
$$R = 10\Omega$$
$$C = 20\mu F$$
$$L_1 = L_2 = 40mH$$
$$|M| = 20mH$$
$$r_m = 5\Omega$$
$$\omega = 500\,Rad/sec$$

אוניברסיטת תל-אביב TEL AVIV UNIVERSITY
הפאקולטה להנדסה FACULTY OF ENGINEERING

מס׳ ת.ז.

סמסטר ב׳ תשנ״ה
בחינת מעבר מועד ב׳
מועד הבחינה: 28.7.95
משך הבחינה: 3 שעות

<u>מבחן בקורס ״מבוא להנדסת חשמל״</u>

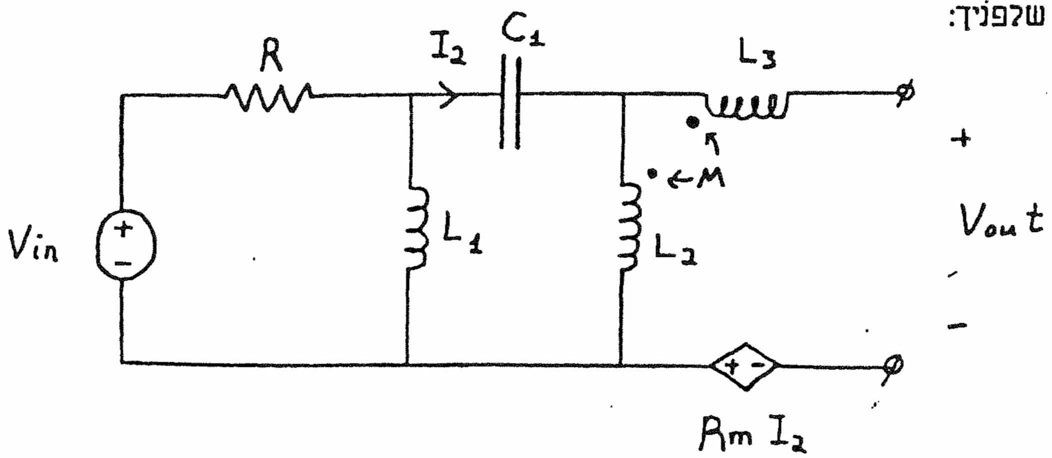
ד״ר ד. מנדלוביץ

- חומר פתוח
- יש לענות על כל השאלות
- לכל פיתרון מדרשת דרך + נימוקים מלאים
- <u>שים לב</u> כי השאלות אינן שוות בערכן

בהצלחה!

<u>שאלה 1 (40 נקודות)</u>

עבור המעגל שלפניך:



א. מצא את פונקצית התימסורת H(s) המקשרת בין מתח המקור Vin לבין מתח המוצא Vout (הנח תנאי התחלה אפס). מהו סדר המעגל? (16 נקודות).

ב. מצא האם תגובת ההלם של המעגל $Vin(t)=\delta(t)$ בתנאי התחלה אפס הינה רציפה ב-t=0 או לא ומהו סוג אי הרציפות אם קים (אי רציפות סדר I, II, מסוג הלם, דובלט וכו׳). <u>שים לב</u>: אינך נדרש למצוא את התגובה להלם. (8 נקודות).

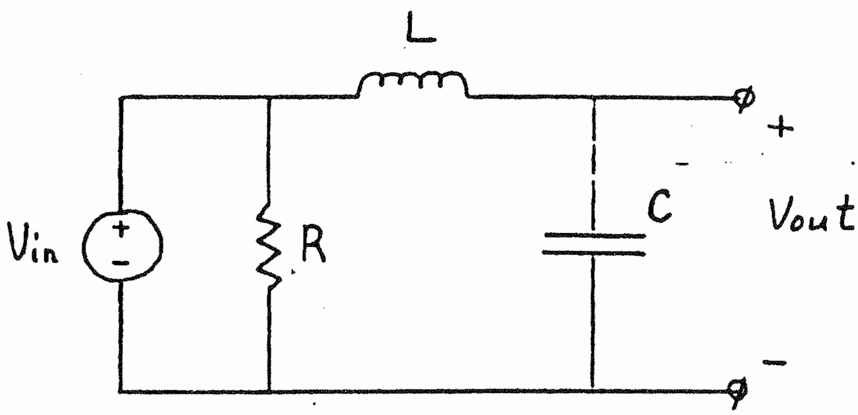
<u>לסעיפים הבאים נתון כי R=0; Rm=0</u>

ג. הנח כי המקור הינו מקור סינוסואידלי בתדר נתון ω: $Vin=A\cos\omega t$. רשום מפורשות את H(jω) (פונק׳ התימסורת בין Vin ל- Vout) ומצא את תדר התהודה <u>דהיינו</u> את התדר בו פונקצית התימסורת (בערכה המחלט) הינה מכסימלית. (8 נקודות).

ד. עבור המקור הנתון בסעי ג׳, מצא את מתח המוצא הזמני, Vout(t), במצב סינוסי עמיד. מצא את ההספק הממוצע שמספק מקור המתח - Vin ואת הפרש הפאזה (בערכו המחלט) בין מקור המתח - Vin לבין הזרם הזורם דרכו. (8 נקודות).

<u>שאלה 2 (40 נקודות)</u>

נתון המעגל הבא:

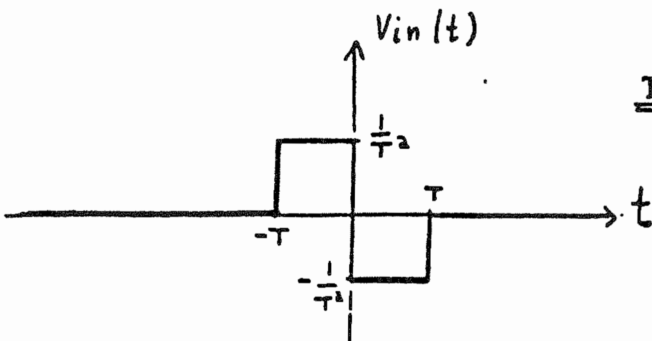


א. מצא את המשוואה הדיפרנציאלית המקשרת בין מתח הכניסה Vin למתח המוצא Vout. (7 נקודות).

<u>לפיתרון הסעיפים הבאים אין</u> להשתמש בטרנספורם לפלס, פוריה או דומיהם.
לפיתרון הסעיפים הבאים <u>נתון כי</u> $C=0.1F$ $L=10_H$

ב. מצא את תגובת המערכת Vout עבור כניסת הלם בתנאי התחלה אפס ($V_C=0$, $i_L=0$) כלומר $Vin(t)=\delta(t)$. (8 נקודות).

ג. מצא <u>ע״י קונבולוציה בלבד</u> את תגובת המערכת Vout, עבור הכניסה הבאה:



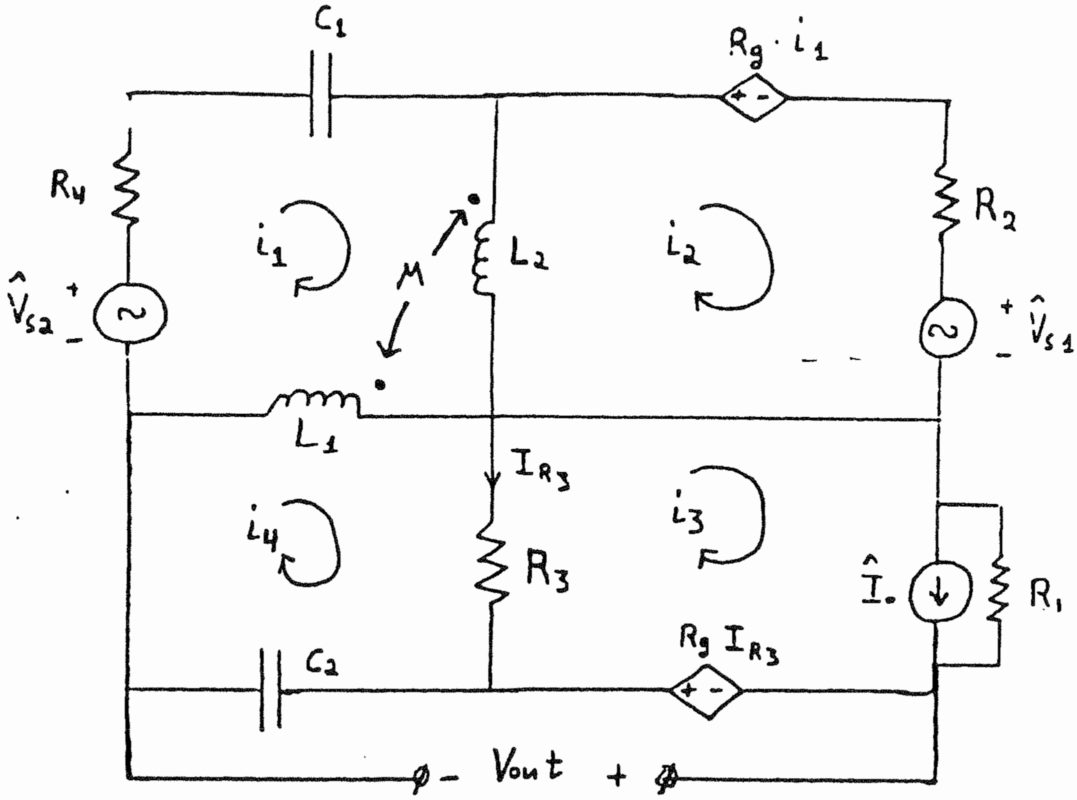
$\underline{\underline{T>0}}$

(20 נקודות)

ד. מצא את Vout עבור הכניסה של סעיף ג׳ כאשר $T \to 0$ (5 נקודות).

<u>שאלה 3 (20 נקודות)</u>

נתון המעגל הבא:



<u>נתון כי המעגל נמצא במצב סינוסי עמיד בתדר נתון - ω.</u>

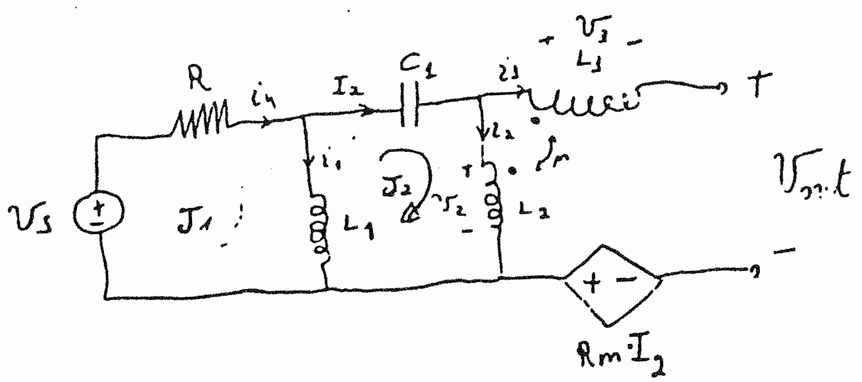
א. רשום את מטריצת ההתנגדויות $\underline{R}$ ואת וקטור המקורות $\underline{e_s}$ המקימים את משוואות זירמי החוגים: $\underline{R} \cdot \underline{i} = \underline{e_s}$

כאשר $\underline{i}$ הינו הוקטור $\underline{i} = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \end{bmatrix}$ הנתונים בציור.

<u>שים לב</u> אין צורך לפתור את המערכת! (15 נקודות)

ב. <u>מבלי לפתור את המערכת</u> הבע את Vout כפונקציה של וקטור הנעלמים $\underline{i}$ (כלומר כפונקציה של i_1, i_2, i_3, i_4 וערכי הרכיבים /מקורות במעגל. (5 נקודות).

(I)



נעשה לפי חוקי המעגלים:

$$\begin{cases} V_s - J_1 R - (J_1 - J_2) sL_1 = 0 \\ (J_1 - J_2) sL_1 - J_2 \frac{1}{sC_1} - V_2 = 0 \end{cases}$$

$$V_2 = sL_2 J_2 + \varnothing$$

כי החוג השני פתוח.

$$V_s - J_1 (R + sL_1) + J_2 sL_1 = 0$$

$$J_1 \cdot sL_1 - J_2 \left(\frac{1}{sC_1} + sL_1 + sL_2 \right) = 0$$

והצגה בצורה מטריצית:

$$\begin{pmatrix} R + sL_1 & -sL_1 \\ -sL_1 & \frac{1}{sC_1} + sL_1 + sL_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_s \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$I_2 = J_2 = \frac{\begin{vmatrix} R + sL_1 & V_s \\ -sL_1 & 0 \end{vmatrix}}{(R + sL_1)\left(\frac{1}{sC_1} + sL_1 + sL_2\right) - s^2 L_1^2} =$$

$$= \frac{V_s \cdot sL_1}{\frac{R}{sC_1} + sRL_1 + sRL_2 + \frac{L_1}{C_1} + s^2 L_1 L_2}$$

נכפיל מונה ומכנה ב- sC_1:

(II)

$$V_{out} = R_m \cdot I_2 + V_2 - V_3 =$$

$$= R_m \cdot I_2 + sL_2 I_2 - MsI_2$$

$$= I_2\left(R_m + s(L_2 - M)\right)$$

$$V_{out} = \frac{V_s \cdot s^2 L_1 C_1 \left[R_m + s(L_2 - M)\right]}{(L_1 L_2 C_1)s^3 + RC_1(L_1 + L_2)s^2 + L_1 s + R}$$

$$H(s) = \frac{V_{out}}{V_s} = \frac{s^3 L_1 C_1 (L_2 - M) + s^2 L_1 C_1 R_m}{(L_1 L_2 C_1)s^3 + RC_1(L_1 + L_2)s^2 + L_1 s + R}$$

מה מעלת מסנן? $\boxed{n=3}$

נחלק ב-מקדם $(L_1 L_2 C_1)$ ונקבל צורה של מסנן אקטיבי [illegible]

$$H(s) = \frac{V_{out}}{V_s} = \frac{s^3\left(\frac{L_2 - M}{L_2}\right) + s^2 \frac{R_m}{L_2}}{s^3 + R\frac{L_1 + L_2}{L_1 L_2}s^2 + \frac{1}{L_2 C_1}s + \frac{R}{L_1 L_2 C_1}}$$

[illegible]

$$V_{out}''' + \frac{R}{L_1 L_2}(L_1 + L_2)V_{out}'' + \frac{1}{L_2 C_1}V_{out}' + \frac{R}{L_1 L_2 C_1}V_{out} = \frac{L_2 - M}{L_2}V_s''' + \frac{R_m}{L_2}$$

$$= \frac{L_2 - M}{L_2}\delta(t)''' + \frac{R_m}{L_2}$$

[illegible]

$$V_{out}''' \longrightarrow \delta(t)'''$$

$$V_{out}'' \longrightarrow \delta(t)''$$

III)

ד. עבור מקור סינוס

$$V_{in} = V_S = A\cos(\omega t)$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} s \to j\omega \\ s^2 = -\omega^2 \\ s^3 = -j\omega^3 \end{cases}$$

$$\underline{\underline{R = R_m = 0}}$$

$$H(j\omega) = \frac{-j\omega^3\left(\frac{L_2 - M}{L_2}\right)}{-j\omega^3 + \frac{1}{L_2 C_1} j\omega}$$

$$= \frac{\omega^2\left(\frac{L_2 - M}{L_2}\right)}{\omega^2 - \frac{1}{L_2 C_1}} = \frac{\omega^2 (L_2 - M) C_1}{\omega^2 C_1 L_2 - 1}$$

2 קבל תהודה:

$$\omega^2 C_1 L_2 = 1$$

$$\underline{\underline{\omega = \sqrt{\frac{1}{L_2 C_1}}}}$$

3.

$$\hat{V}_{out} = \hat{V}_{in} \cdot H(j\omega) = A e^{j0} \cdot H(j\omega)$$

$$= \frac{A C_1 (L_2 - M)\omega^2}{\omega^2 C_1 L_2 - 1}$$

(IV)

$$J_1 = \frac{V_s\left(\frac{1}{sC_1} + sL_1 + sL_2\right)}{sL_1 + s^2 L_1 L_2 C_1}$$

ממשי
הספקים
$R = 0$ כי

נכפיל מונה ומכנה ב (sC_1):

$$= \frac{V_s\left(1 + s^2 L_1 C_1 + s^2 L_2 C_1\right)}{s^2 L_1 C_1 + s^4 L_1 L_2 C_1^2}$$

$$\hat{J}_1 = \frac{V_s\left(1 - \omega^2 L_1 C_1 - \omega^2 L_2 C_1\right)}{-\omega^2 L_1 C_1 + \omega^4 L_1 L_2 C_1^2}$$

סינוס אמיתי.

$$\measuredangle J_1 = 0$$

הספק $= \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left\{\hat{V}_{out} \cdot \hat{J}_1^{*}\right\} = \frac{\hat{V}_{out} \cdot \hat{J}_1}{2}$

כי ממשי.

B) עבור $T \to 0$ נקבל:

עבור $t<0$: $v_{out}(t)=0$

עבור $0 \le t$:

$$v_{out}(t) = \lim_{T\to 0} \frac{2\cos t - \cos(t-T) - \cos(t+T)}{T^2} =$$

$$\overset{\text{לופיטל}}{=} \lim_{T\to 0} \frac{-\sin(t-T)+\sin(t+T)}{2T} =$$

$$\overset{\text{לופיטל}}{=} \lim_{T\to 0} \frac{1}{2}\left[\cos(t-T)+\cos(t+T)\right] = \cos t$$

אפשר לבדוק שאם נשתמש בביטוי שמצאנו ל-$v_{out}(t)$ בתחום $0 \le t < T$ ונציב $T \to 0$

(בגלל שקבל E – $v_{out}(0)$) נקבל $v_{out}(0)=\frac{1}{2}$

בגלל שהדלתות מעוררות הקפיצה!

נפסק! $v_{out}(t) = (\cos t)\,u(t)$

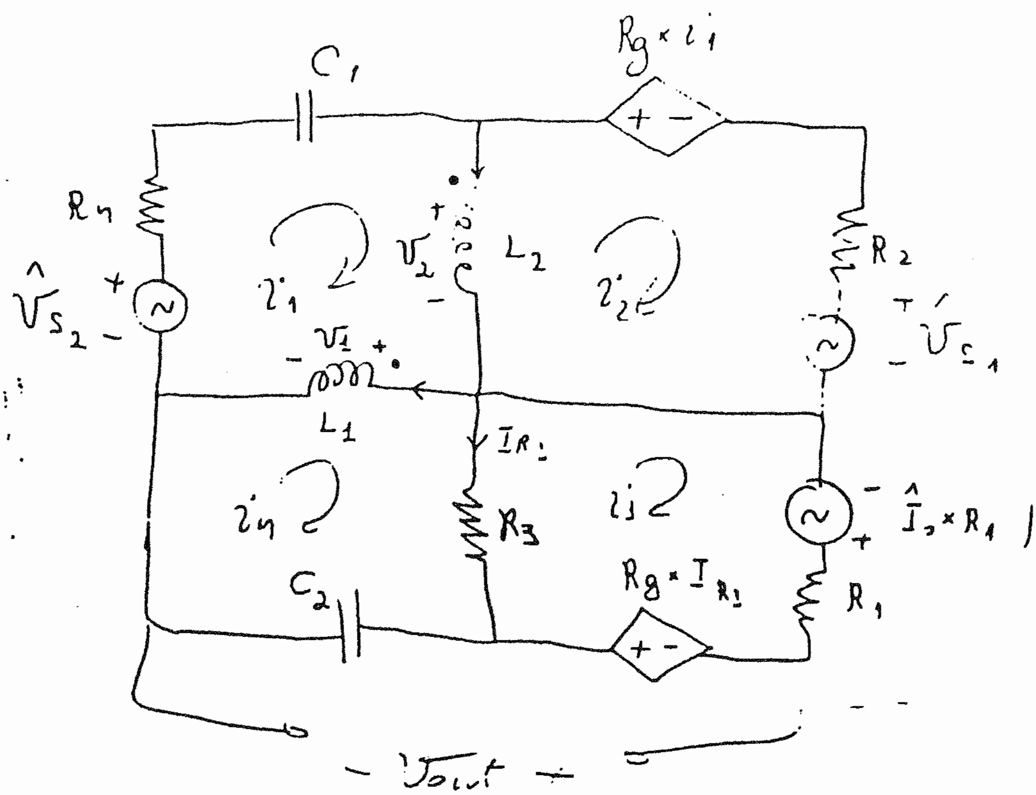
נבדוק מהי התגובה לכניסה דלתא!

$$v_{\delta}(t) = \frac{d}{dt}h(t) = (\cos t)\,u(t)$$

וזה לא מפתיע כיוון שהתגובה הנדרשת

לפונקצית דלתא היא השאפה T לאפס

של פונקצית הכניסה $v_{in}(t)$ הנתונה בשאלה



נכתוב את משוואות החוגים

$$V_{S_2} - R_4 i_1 - \frac{1}{j\omega C_1} i_1 - V_2 - V_1 = 0 \qquad \text{I}$$

$$V_1 = j\omega L_1 (i_1 - i_4) + j\omega M (i_1 - i_2)$$

$$V_2 = j\omega L_2 (i_1 - i_2) + j\omega M (i_1 - i_4)$$

$$\Downarrow$$

$$V_{S_2} - R_4 i_1 - \frac{1}{j\omega C_1} i_1 - j\omega L_2 (i_1 - i_2) - j\omega M (i_1 - i_4) -$$

$$- j\omega L_1 (i_1 - i_4) - j\omega M (i_1 - i_2) = 0$$

$$V_2 - R_g \times i_1 - R_2 i_2 - V_{S_1} = 0 \qquad \text{II}$$

$$j\omega L_2 (i_1 - i_2) + j\omega M (i_1 - i_4) - R_g \times i_1 - R_2 i_2 - V_{S_1} = 0$$

$\mathrm{II})$

$$R_g \times \overbrace{(i_4 - i_3)}^{I_{R_3}} + R_3 (i_4 - i_3) + I_0 \times R_1 - i_3 R_1 = 0 \qquad \mathrm{III}$$

$$-\frac{1}{j\omega C_2} i_4 + V_1 - (i_4 - i_3) R_3 = 0 \qquad \mathrm{IV}$$

$$-\frac{1}{j\omega C_2} i_4 + j\omega L_1 (i_1 - i_4) + j\omega M (i_1 - i_2) - (i_4 - i_3) R_3 = 0$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{bmatrix} 4 + \frac{1}{j\omega C_1} + j\omega L_2 + j\omega L_1 + 2j\omega M & -j\omega L_2 - j\omega M & 0 & -j\omega L_1 - j\omega M \\ j\omega L_2 + j\omega M - R_g & -j\omega L_2 - R_2 & 0 & -j\omega M \\ 0 & 0 & R_g + R_3 + R_1 & -R_g - R_3 \\ j\omega L_1 + j\omega M & -j\omega M & +R_3 & -\frac{1}{j\omega C_2} - j\omega L_1 - R_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{S_2} \\ -V_{S_1} \\ I_0 \times R_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\ell \ldots t = \frac{1}{j\omega C_2} i_4 - R_g I_{R_3} -$$

$$= \frac{1}{j\omega C_2} i_4 - R_g (i_4 - i_3) = \underline{\left(\frac{1}{j\omega C_2} - R_g\right) i_4 + R_g \cdot i_3}$$

אוניברסיטת תל-אביב
הפקולטה להנדסה

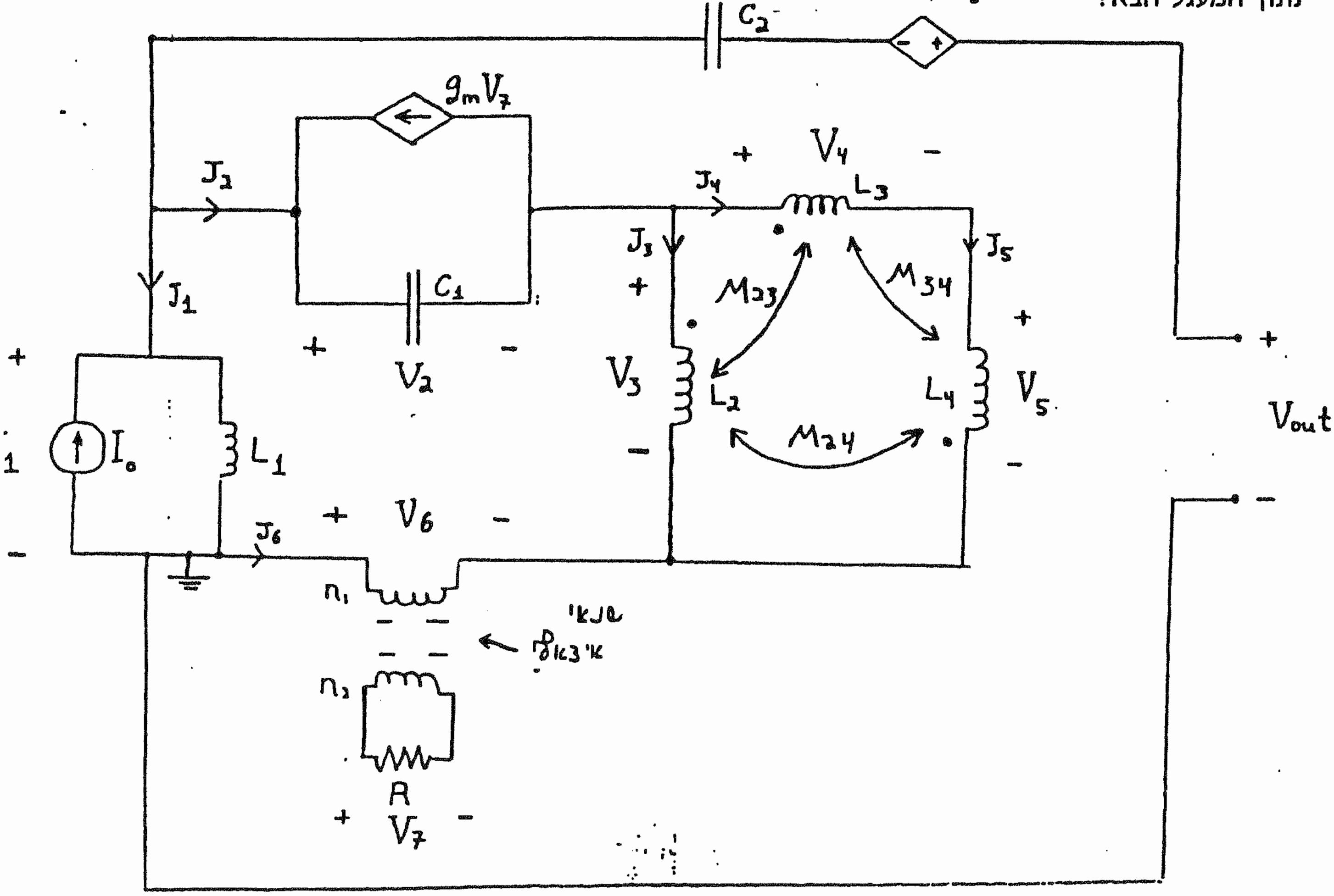
מס' ת.ז.

0512.2503
בחינת מעבר מועד א׳
סמסטר ב׳ תשנ"ד
מועד הבחינה: 13.7.94
משך הבחינה: 3 שעות

<u>מבוא להנדסת חשמל</u>
ד"ר דוד מנדלוביץ

- עליך לענות על כל השאלות
- שים לב כי השאלות <u>אינן</u> שוות בערכן.
- חומר עזר מותר בשימוש: 2 דפי פוליו אישיים.
- ב ה צ ל ח ה!

<u>שאלה 1 (40 נקודות)</u>
נתון המעגל הבא:



רמז: לפיתרון חלק מסעיפי השאלה השתמש בתכונות השיקוף של השנאי האידאלי.

א. מצא את מטריצת ההשראות ההדדית $\underline{\underline{L}}$, של הסלילים L_4, L_3, L_2:

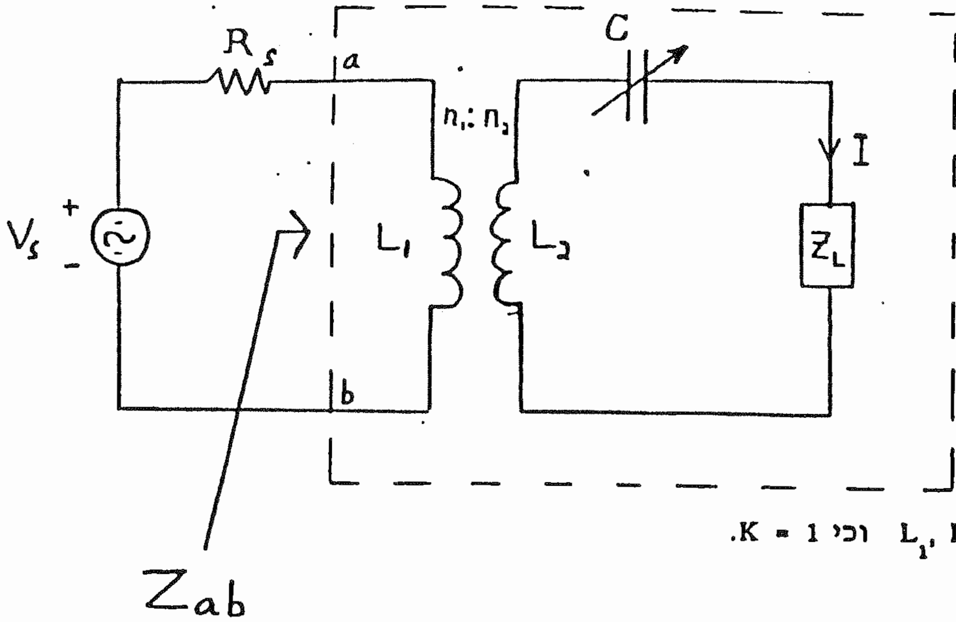
$$\begin{bmatrix} V_3 \\ V_4 \\ V_5 \end{bmatrix} = j\omega \underline{\underline{L}} \begin{bmatrix} J_3 \\ J_4 \\ J_5 \end{bmatrix}$$

ב. צייר את סכמת הרשת של המעגל (שרטוט של ענפים וצמתים).
כיצד קל יותר למצוא את Vout: ע"י המטריצה $\underline{\underline{M}}$ או ע"י $\underline{\underline{A}}$? נמק!

ג. בהתאם לתשובתך לסעיף ב' רשום את המטריצה המתאימה למעגל ($\underline{\underline{M}}$ או $\underline{\underline{A}}$).

ד. תוך שימוש בתורת הרשתות, מצא את המטריצה $\underline{\underline{Z}}_m$ ואת הוקטור $\underline{e}_s$ המקימים: $\underline{\underline{Z}}_m \underline{I} = \underline{e}_s$

ה. הבע את Vout כפונקציה של הנעלמים מסעיף ד' (דהיינו כפונקציה של הוקטור $\underline{I}$).



<u>שאלה 2 (30 נקודות)</u>

נתון המעגל הבא:

$V_s = 100_v \mathrm{Cos}(\omega t)$

$R_s = 50\Omega$

$Z_L = (50 + j50)\Omega$

$\omega = 2\pi \; 5 \; 10^6 \; \mathrm{rad/sec}$

$C = 200 \div 1000 \mathrm{pf}$

$\frac{n_1}{n_2} = \frac{1}{2}$

כמו כן נתון כי $L_1, L_2 \longrightarrow \infty$ וכי $K = 1$.

א. מצא ביטוי ל-Zab.

ב. שרטט את $|Zab|$, $Re\{Zab\}$, $Im\{Zab\}$ כפונקציה של C בתחום הנתון.

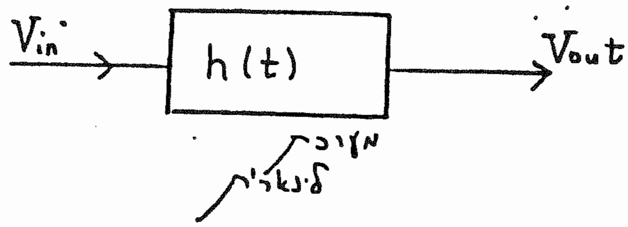
ג. עבור איזה ערך של C יהיה ההספק הממוצע בעומס הגבוה ביותר?

ד. חשב את ההספק המכסימלי שניתן להשיג בעומס.

<u>שאלה 3 (30 נקודות)</u>

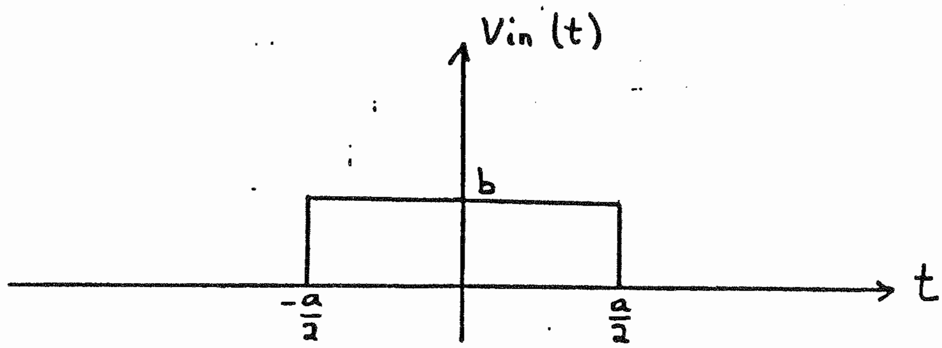
מערכת לינארית, קבועה בזמן, מאופינת על ידי המשוואה הדיפרנציאלית:

$$\frac{d}{dt}V_{out}(t) + \frac{1}{T}V_{out}(t) = V_{in}(t)$$



א. מצא את תגובת המערכת, $h(t)$, לכניסת הלם בתנאי התחלה אפס (כלומר $V_{in}(t)=\delta(t)$).

ב. מצא, <u>ע"י קונבולוציה בלבד</u>, את תגובת המערכת, $V_{out}(t)$, לכניסה:



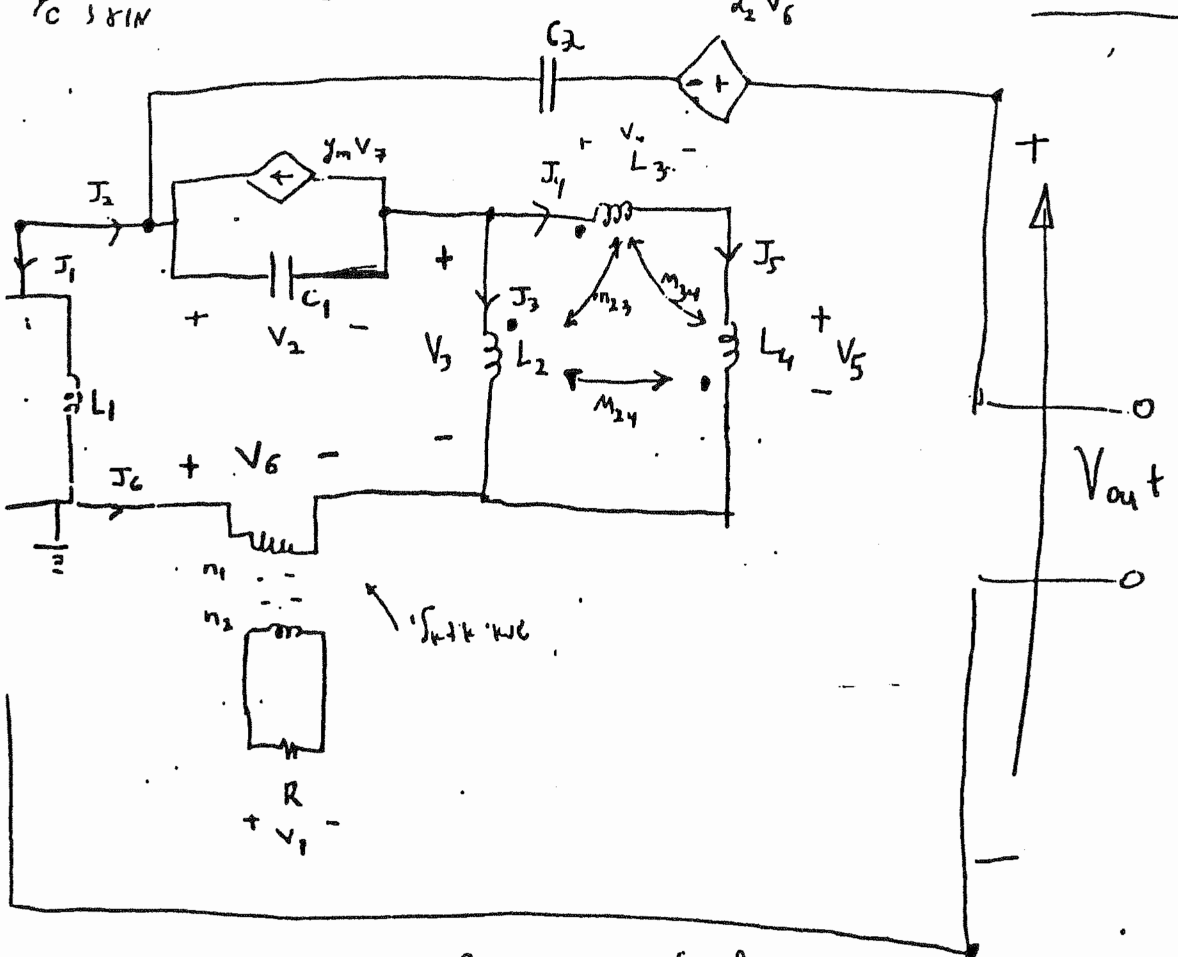
ג. <u>לסעיף זה בלבד</u> נתון כי $b=1/a$. מצא, מתוך תשובתך לסעיף ב', את תגובת המערכת לכניסה של סעיף ב' (כאשר $b=1/a$) עבור $a \to 0$. צייר את האות ביציאה. הסבר את התוצאה שקיבלת.

ד. מצא ישירות מתוך תשובתך לסעיף ב', את תגובת המערכת לכניסה של סעיף ב' כאשר נתון $b=1V$ עבור $a \to \infty$. צייר את התגובה והסבר את התוצאה שקיבלת.

13.7.94

מועד ב'

שאלה בתורת הרשת:



רמז: לפתרון השאלה השתמש בתכונות השקול של השנאי האידיאלי.

א) מצא את מטריצת ההשראות ההדדית של הסלילים: L_2, L_3, L_4

פתרון:

$$\begin{bmatrix} V_3 \\ V_4 \\ V_5 \end{bmatrix} = j\omega \underline{\underline{L}} \begin{bmatrix} J_3 \\ J_4 \\ J_5 \end{bmatrix}$$

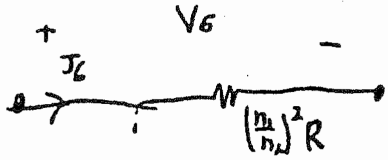
$$V_3 = j\omega L_2 J_3 + j\omega M_{23} J_4 - j\omega M_{24} J_5$$

$$V_4 = j\omega M_{23} J_3 + j\omega L_3 J_4 - j\omega M_{34} J_5$$

$$V_5 = -j\omega M_{24} J_3 - j\omega M_{34} J_4 + j\omega L_4 J_5$$

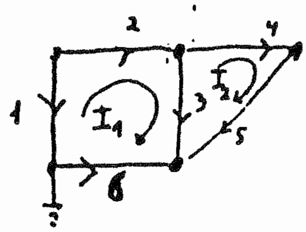
$$\underline{\underline{L}} = \begin{bmatrix} L_2 & M_{23} & -M_{24} \\ M_{23} & L_3 & -M_{34} \\ -M_{24} & -M_{34} & L_4 \end{bmatrix}$$

(א) צייר את המעגל אחרי שימוש בחוקי השיקול של השנאי האידיאלי.



(ב) צייר את סכמת הרשת של המעגל (שכולל את ענפים וצמתים).

~~השוואת הצלב אך~~ נמוך יותר קל יותר למצוא את V_{out} ע"י המטריצה M או ע"י A (למען).



פתרון:

קל יותר לפתור ע"י M (צמתי הורד).

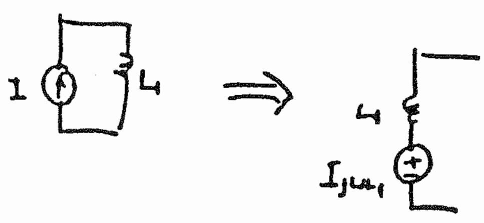
(ג) דרוש להחלטת ק.ב רשום את המטריצה (M או A)

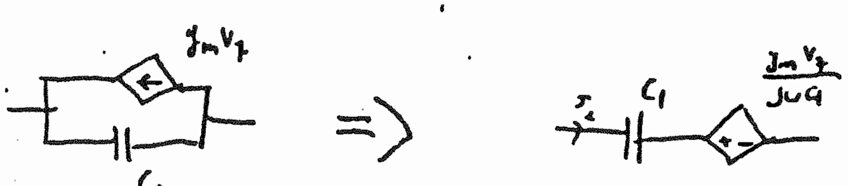
$$M = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

(ד) רשום אז בשימוש בתורת הרשתות — מצא את Z_m ואת מטריצת $\underline{\underline{Z_m}}$

$\underline{\underline{Z_m}}\ \underline{I} = \underline{e_s}$ המקיים:

פתרון:





$$V_x = \left(\frac{n_1}{n_2}\right) R\, J_G$$

$$
\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \\ V_6 \end{pmatrix}
=
\underbrace{\begin{pmatrix}
j\omega L_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & \frac{1}{j\omega C_1} & 0 & 0 & 0 & \frac{g_m}{j\omega C_1}\left(\frac{n_1}{n_2}\right)R \\
0 & 0 & j\omega L_2 & j\omega M_{23} & -j\omega M_{24} & 0 \\
0 & 0 & j\omega M_{23} & j\omega L_3 & -j\omega M_{34} & 0 \\
0 & 0 & -j\omega M_{24} & -j\omega M_{34} & j\omega L_4 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 R
\end{pmatrix}}_{Z_b(j\omega)}
\begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \\ J_4 \\ J_5 \\ J_6 \end{pmatrix}
+
\underbrace{\begin{pmatrix} j\omega L_1 I \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}}
$$

לפי שיקוף של
שני אגפי.

כמו $\underline{V_s}$

או יותר נכון

$-Z_b \underline{J_s}$

כאשר $\underline{J_s} = \begin{pmatrix} -I \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$$
Z_b M^T = \left[\begin{array}{c|c|c:c:c:c}
-j\omega L_1 & \frac{1}{j\omega C_1} & j\omega L_2 & j\omega M_{23} & -j\omega M_{24} & \frac{g_m}{j\omega C_1}\frac{n_1}{n_2}R - \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 R \\
0 & 0 & & & & 0
\end{array}\right]
\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & -1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}
$$

$j\omega(M_{23} - M_{24} - L_2)$

$j\omega(L_3 - M_{34} - M_{23})$

$j\omega(M_{24} - M_{34} + L_4)$

$$
\left[\begin{array}{c|c}
j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1} + j\omega L_2 - \frac{g_m}{j\omega C_1}\frac{n_1}{n_2}R + \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 R & -j\omega L_2 + j\omega M_{23} - j\omega M_{24} \\
\hline
j\omega(M_{23} - M_{24} - L_2) & -j\omega(2M_{23} - 2M_{24} - L_2 - L_3 + 2M_{34} - L_4)
\end{array}\right]
$$

$$= -m\, \underline{V_s} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} j\omega L_1 I_0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j\omega L_1 I_0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

פתרון סופי:

$$(1) \quad \boxed{\underline{\underline{Z_m}} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \underline{e_s}}$$

(ה) הבע את V_{out} כפונק' של הגדלים שניתן למצוא לפי סעיף א' (וקטור זרמי החוגים $\underline{I}$)

פתרון: ממשוואה (1) ניתן למצוא את I_1 ואז:

$$V_{out} = V_1 + \alpha_2 V_6$$

$$V_1 = j\omega L_1 J_1 + j\omega L_1 I \qquad V_6 = \left(\frac{n}{n_2}\right)^2 R \qquad J_6$$

$$J_1 = -I_1 \qquad J_6 = -I_1$$

$$\boxed{V_{out} = j\omega L_1 I - I_1 \left[j\omega L_1 + \alpha_2 \left(\frac{n}{n_2}\right)^2 R \right]}$$

שאלה 2.

א) השנאי אידאלי ולכן נשקף את העכבה הימנית לצד המעגל הראשוני:

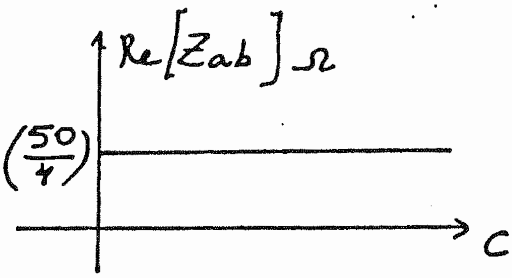
$$Z_{ab}=\left(Z_L+\frac{1}{j\omega C}\right)\cdot\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2$$

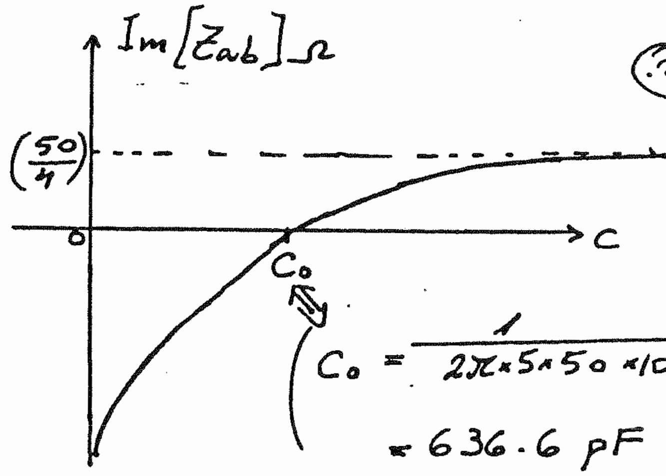
$$=\left[Re(Z_L)+j\times\left\{Im(Z_L)-\frac{1}{\omega C}\right\}\right]\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2$$

הצבת ערכים.

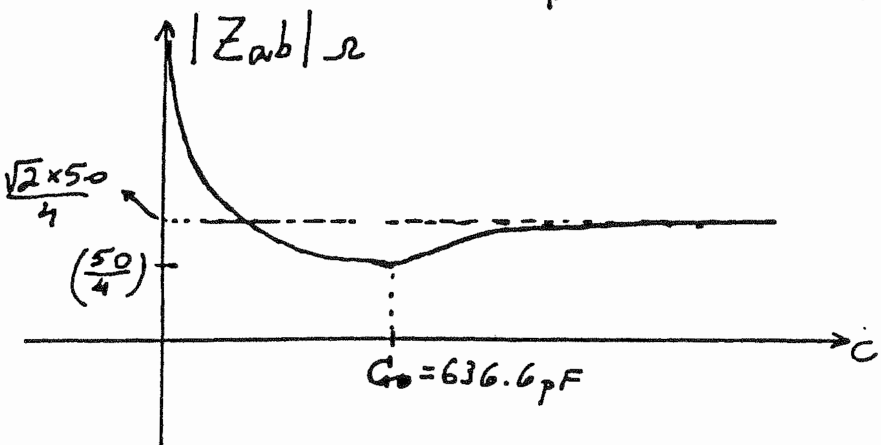
$$=\left[50+j\times\left\{50-\frac{1}{2\pi\times5\times10^6\times C}\right\}\right]\times\frac{1}{4}$$

ב)





$$C_0=\frac{1}{2\pi\times5\times50\times10^6}=636.6\ pF$$



כאשר.

$$|Z_{ab}|=\frac{\sqrt{50^2+\left(50-\frac{1}{2\pi\times5\times10^6\times C}\right)^2}}{4}$$

(2.)

[illegible] $P_L = \frac{1}{2}|I|\cdot Re(Z_L)$

$$\underbrace{\left(-\frac{n_2}{n_1}\right)}_{\text{שקף 338 של:}}\cdot I_L = V_s \cdot \frac{-1}{R_s + \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 Z_L - \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \frac{j}{\omega C}}$$

$$I_L = V_s \times \frac{n_1/n_2}{R_s + \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \cdot Z_L - j\cdot\frac{1}{\omega C}\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2}$$

$$= V_s \cdot \frac{n_2/n_1}{R_{s1} + Z_L - j\cdot\frac{1}{\omega C}} \quad , R_{s1} = R_s \times \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2$$

נכפל ב- $(n_2/n_1)^2$

$$= 2\times V_s \times \frac{1}{50\times 4 + 50 + j50 - j\frac{1}{\omega C}}$$

וקיים $P_L = max$ כאשר החלק

המדומה באימפדנס מתאפס:

$$50 = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow \underline{\underline{C = C_0 = 636.6\,pF}}$$

(3.) עבור מקרה זה

$$I_L = 2\times V_s \times \frac{1}{250}$$

$$= \frac{2\times 100}{250} = 4/5$$

$$P_{L_{max}} = \frac{1}{2}\times\frac{16}{25}\times 50 = \underline{\underline{16\ [Watt]}}$$

שאלה 3.

$$\frac{d}{dt}V_{out}+\frac{1}{T}V_{out}=V_{in}(t)$$

א.

$$V_{in}=\delta(t)$$

כי "לא" פתרון הומוגני $Ae^{-t/\tau}u(t)$ והמקדם

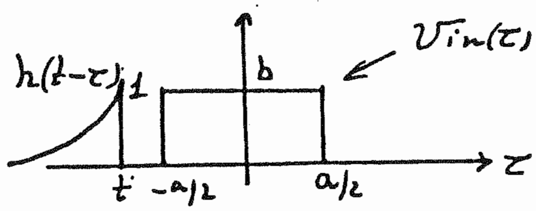
נקבע ע"י תנאי התחלה שהוא:

$V_{out}(0^+)\equiv 1$

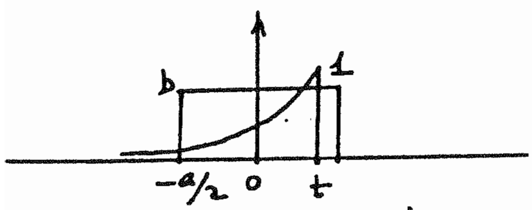
ע"י אינטגרל $\int_{-}^{+} dt$

$$.V_{out}=\boxed{e^{-t/T}\cdot u(t)=h(t)}$$

ב.



$\boxed{t<-a/2} \Leftarrow$ $\underline{\underline{V_{out}=0}}$.

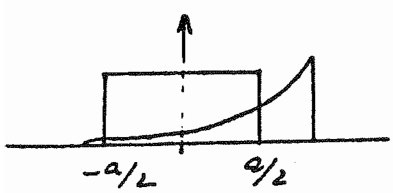


$\boxed{-a/2\le t<a/2}$

$$V_{out}=\int_{-a/2}^{t}e^{-\frac{(t-\tau)}{T}}\cdot b\,d\tau=e^{-\frac{t}{T}}b\cdot\int_{-a/2}^{t}e^{\frac{\tau}{T}}d\tau$$

$$=e^{-\frac{t}{T}}(Tb)\cdot\left[e^{\frac{t}{T}}-e^{\frac{-a/2}{T}}\right]$$

$$=T\cdot b-Tbe^{\frac{-t-a/2}{T}}=\underline{\underline{T\cdot b\left(1-e^{\frac{-(t+a/2)}{T}}\right)}}$$



$\boxed{a/2\le t}$

$$V_{out}=\int_{-a/2}^{a/2}e^{-\frac{(t-\tau)}{T}}\cdot b\,d\tau=e^{-\frac{t}{T}}\cdot T\cdot b\cdot e^{\tau/T}\Big|_{-a/2}^{a/2}$$

$$=e^{-\frac{t}{T}}\cdot T\cdot b\cdot\left[e^{\frac{a}{2T}}-e^{\frac{-a}{2T}}\right]$$

$$=T\cdot b\cdot\left[e^{-\frac{(t-a/2)}{T}}-e^{-\frac{(t+a/2)}{T}}\right]$$

$\underline{\underline{b = 1/a}}$ ב

$$V_{out} = \begin{cases} \emptyset & t < -a/2 \\ \frac{T}{a}\left[1 - e^{-\left[\frac{t+\frac{a}{2}}{T}\right]}\right] & -\frac{a}{2} < t < \frac{a}{2} \\ \frac{T}{a}\left[e^{-\left[\frac{t-a/2}{T}\right]} - e^{-\left[\frac{t+\frac{a}{2}}{T}\right]}\right] & \frac{a}{2} < t \end{cases}$$

$\underline{\underline{0 \leftarrow a}}$

$$V_{out} = \begin{cases} \emptyset \\ \lim\limits_{a \to 0} T \cdot \left(\frac{1 - e^{-\frac{t+a/2}{T}}}{a}\right) \\ \lim\limits_{a \to 0} T \cdot \left(\frac{e^{-\frac{(t-a/2)}{T}} - e^{-\frac{(t+a/2)}{T}}}{a}\right) \end{cases}$$

נפעיל את כלל לופיטל:

$$V_{out} = \begin{cases} \emptyset & t < 0 \\ T \cdot \frac{\frac{1}{2T} e^{t/T}}{1}\Big|_{t=0} (\frac{1}{2}) & 0 < t < 0 \\ \frac{T}{2T}\left[e^{\frac{-t}{T}} + e^{\frac{-t}{T}}\right] = e^{-t/T} & t > 0 \end{cases}$$

$$\Leftarrow \quad V_{out} = \underline{e^{-t/T} \; u(t)}$$

וקיבלנו בדיוק את $h(t)$ כצפוי שכן יצרנו
פולס והקטנו את רוחב הפולס
לאפס ⇐ דלתא.

$$b = 1v \\ a \to \infty \Bigg\}$$ (3)

$$V_{out} = \begin{cases} 0 & t < -a/2 \\ \tau \cdot b \cdot \left[1 - e^{\frac{-(t+\frac{a}{2})}{\tau}}\right] & -\frac{a}{2} < t < a/2 \\ \tau \cdot b \left[e^{\frac{-(t-a/2)}{\tau}} - e^{\frac{-(t+a/2)}{\tau}}\right] & \frac{a}{2} < t \end{cases}$$

לא קיים אינטגרל $t > \infty$ או $t < -\infty$ לכן

כל המעבר נמצא בתחום המרכזי:

$$\underline{V_{out} = \tau \cdot b} \qquad \underset{\text{לכל}}{\forall} t$$

$$\underset{b=1}{=} \underline{\underline{\tau}}$$

ואכן במצב שהאינפוט יהיה ערך קבוע $\Leftarrow V_{out}' = 0$

ולכן מהמשוואה הדיפרנציאלית נקבל:

$$\underbrace{\cancel{V_{out}'}}_{0} + \frac{1}{\tau} V_{out} = \underbrace{b}_{\text{הכניסה}}$$

$$\Leftarrow \quad \underline{V_{out} = b \cdot \tau}$$

אוניברסיטת תל-אביב
הפקולטה להנדסה

מס' ת.ז.

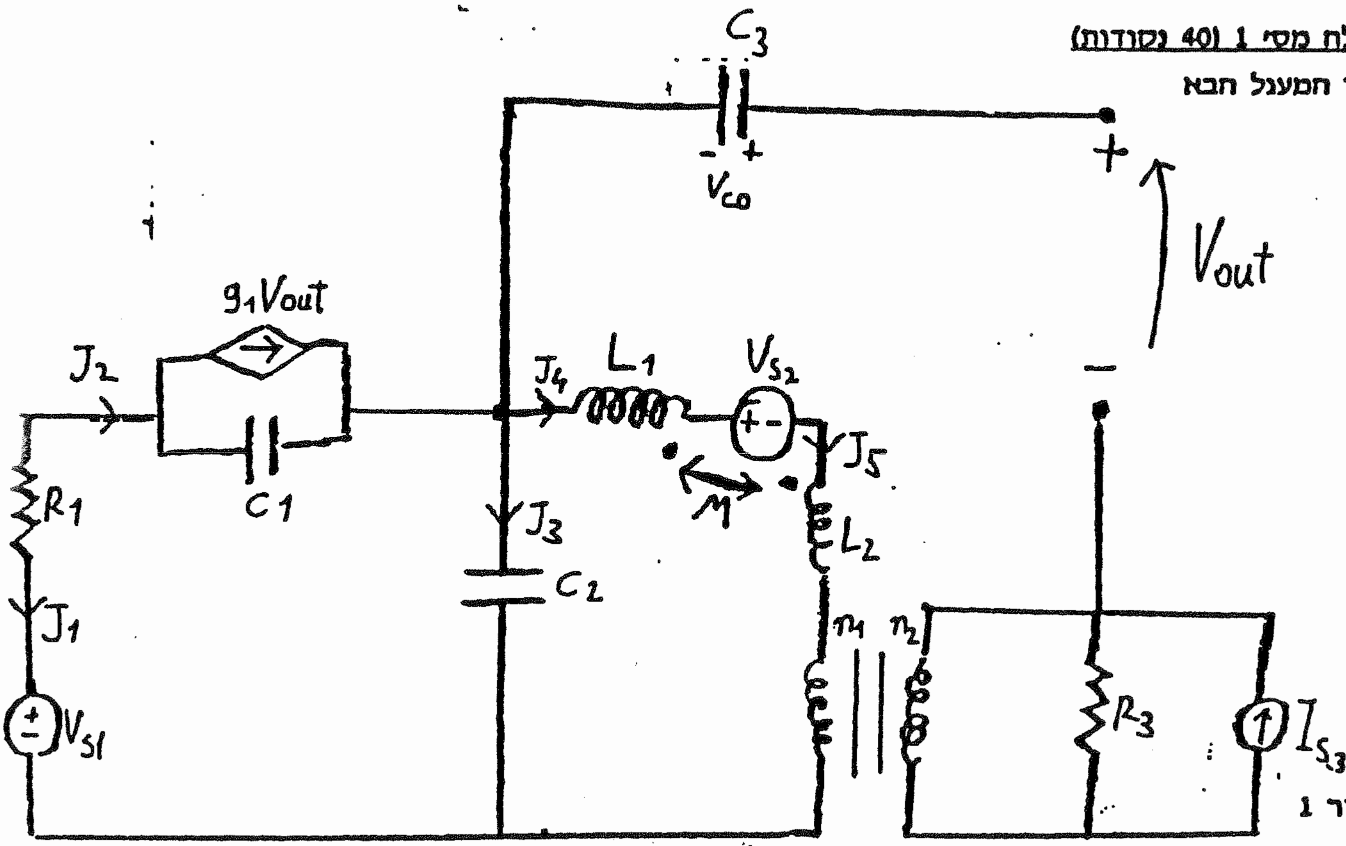
בחינת מעבר מועד ב'
סמסטר ב' תשנ"ד
מועד הבחינה: 1.10.94
משך הבחינה: 3 שעות

<u>מבוא להנדסת חשמל</u>
ד"ר דוד מנדלוביץ

- עליך לענות על כל השאלות
- שים לב: השאלות אינן שוות בערכן
- חומר עזר מותר: 2 דפי נוסחאות אישיים.
- בהצלחה.

<u>שאלה מס' 1 (40 נקודות)</u>

נתון המעגל הבא



ציור 1

נתון כי הרשת במצב סינוסי עמיד וכן $V_{c3}(0)=V_{c0}$.

א. רשום את מטריצת A וצייר את המבנה הסכמתי (ענפים וצמתים) של הרשת.

10

ב. רשום את המשוואה המטריציונית למציאת וקטור זרמי החוגים, $\underline{Z}\,\underline{I}=\underline{e}_s$, אין צורך לפתור המשוואה.

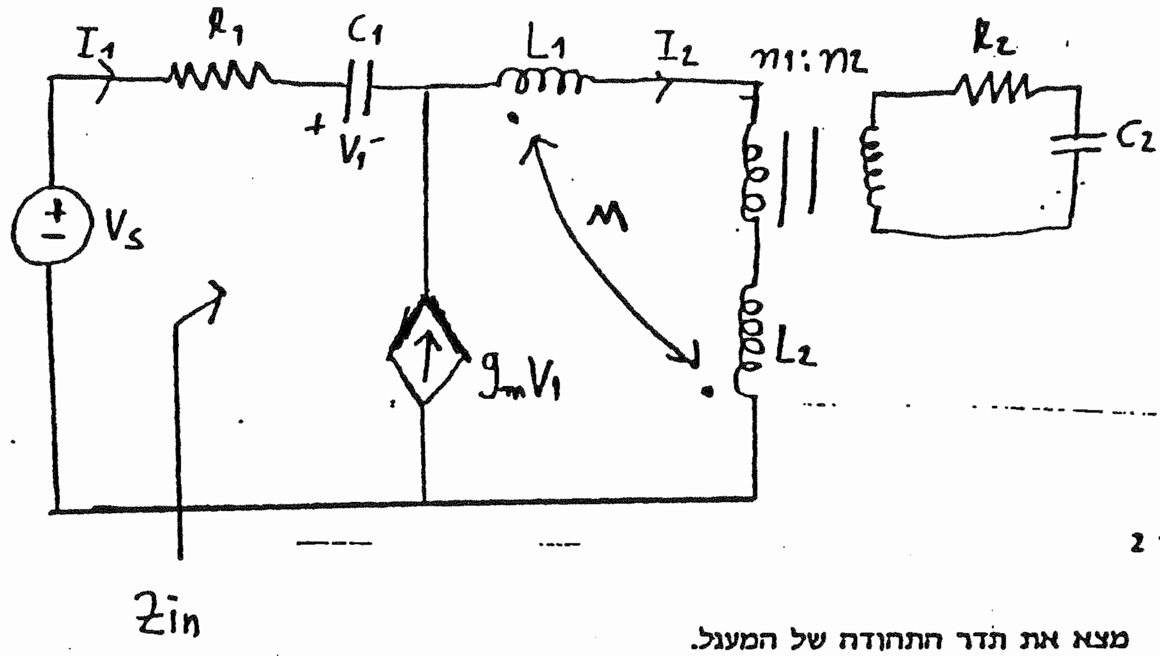
כ2

ג. מצא את Vout כפונקציה של וקטור זרמי החוגים $\underline{I}$.

כ1

<u>שאלה 2 (30 נקודות)</u>

נתון המעגל הבא הנמצא במצב סינוסי עמיד:



ציור 2

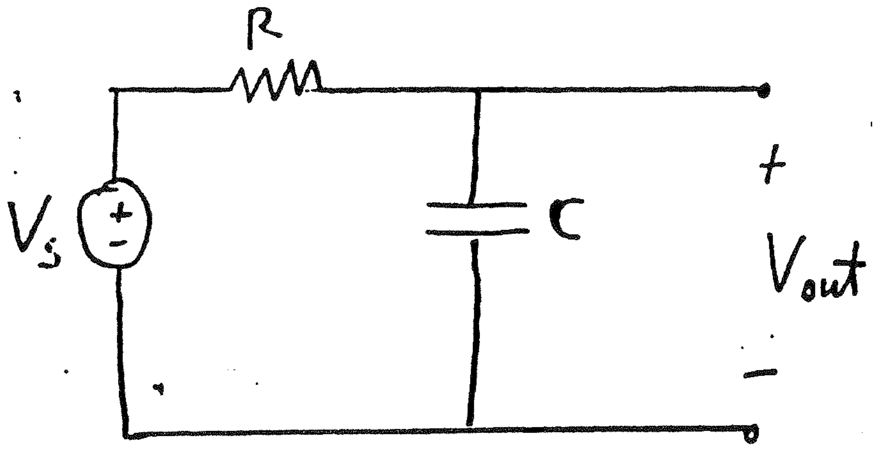
א. מצא את תדר התהודה של המעגל.

ב. מה קורה כאשר $C_2=0$. האם קיים אז תדר תהודה סופי, ואם כן מהו?

ג. חזור על ב' עבור $C_1=0$. מה התנאי לקבלת תדר תהודה סופי עכשיו?

שאלה 3 (30 נקודות)

נתון המעגל הבא:



$RC = 1sec$

ציור 3

הערה: לפתרון חלק מהסעיפים ניתן להשתמש באינטגרל:

$$\int e^{ax}\,\mathrm{Sin}(wx)dx = \frac{e^{ax}}{a^2+w^2}(a\sin(wx) - w\cos(wx))$$

10 א. מצא את המשוואה הדפרנציאלית המקשרת בין מתח הכניסה V_s ומתח היציאה V_{out}.

5 ב. מצא את תגובת המערכת לכניסת הלם בתנאי התחלה אפס. כלומר $V_s(t) = \delta(t)$.

5 ג. מצא ע"י קונבולוציה את תגובת המערכת לכניסת $V_{s1}(t) = \mathrm{Sin}(W_0t)\ u(t)$.

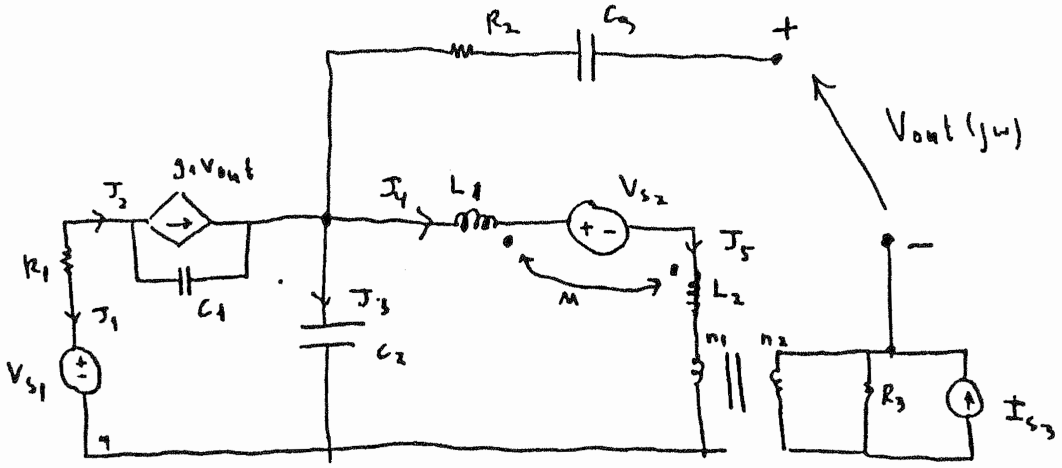
5 ד. מצא ע"י קונבולוציה את תגובת המערכת לכניסה $V_{s2}(t) = \mathrm{Sin}(W_0t)\ u(-t)$.

5 ה. תוך שמוש בתכונות הליניאריות של המעגל ובתשובותיך לסעיפים ג' ו-ד', מצא את תגובת המערכת לכניסה $V_{s1}(t) + V_{s2}(t)$: חשווה את התוצאה שקבלת לפיתרון המעגל במצב סינוסי עמיד.

(1)

תרגיל בתורת הרשתות

1) נתון המעגל הבא:



נתון: הרשת היא במצב מתמיד ו- $V_{C3}(0)=V_{C0}$

א) רשום/י את מטריצת M וצייר את המבנה הסכמתי (ענפים וצמתים) של הרשת

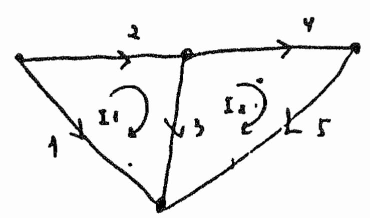
ב) רשום/י את המשוואה המטריציונית למציאת וקטור זרמי החוג $\underline{\underline{Z_m}}\,\underline{I} = \underline{e_s}$

(יש לרשום את $\underline{\underline{Z_m}}$ ו- $\underline{e_s}$ בלבד, אין צורך לפתור ולמצוא את $\underline{I}$ מפורשות)

ג) מצא/י את V_{out} כפונקציה של וקטור זרמי החוג $\underline{I}$.

פתרון: א)

$$M = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$



ב)

$V_1 = R_1 J_1 + V_{s1}$

$V_2 = (J_2 - g_1 V_{out}) \frac{1}{j\omega C_1}$

$V_{out} = \frac{J_3}{j\omega C_2} + V_{C0} - (J_5 R_3' + R_3' I_{s3}') \cdot \frac{n_2}{n_1}$

ו- פרוש משוקף טוען:

$R_3' = R_3 \cdot \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2$

$I_{s3}' = I_{s3} \cdot \frac{n_2}{n_1}$

$$V_2 = \frac{J_2}{j\omega C_1} + \frac{g_1}{\omega^2 C_1 C_2} J_3 + \frac{g_1}{j\omega C_1} R_3\left(\frac{n_1}{n_2}\right) J_5 - \frac{g_1}{j\omega C_1} V_{C0} + \frac{g_1}{j\omega C_1} R_3 I_{s_3}$$

$$V_3 = \frac{J_3}{j\omega C_2} \qquad V_4 = J_4 j\omega L_1 - J_5 j\omega M + V_{s_2}$$

$$V_5 = J_5 j\omega L_2 - J_4 j\omega M + J_5 R_3' + R_3' I_{s_3}'$$

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} R_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{j\omega C_1} & \frac{g_1}{\omega^2 C_1 C_2} & 0 & \frac{g_1 R_3 \cdot n_1}{j\omega C_1 \cdot n_2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{j\omega C_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & j\omega L_1 & -j\omega M \\ 0 & 0 & 0 & -j\omega M & R_3' + j\omega L_2 \end{pmatrix}}_{Z_b(j\omega)} \begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \\ J_4 \\ J_5 \end{pmatrix} + \underbrace{\begin{pmatrix} V_{C1} \\ -\frac{g_1}{j\omega C_1}(V_{C0} - R_3 I_{s_3}) \\ 0 \\ V_{s_2} \\ R_3' I_{s_3}' \end{pmatrix}}_{\underline{V_s}}$$

$$Z_m = M Z_b M^T \qquad M Z_b = \begin{pmatrix} -R_1 & \frac{1}{j\omega C_1} & \frac{g_1}{\omega^2 C_1 C_2} + \frac{1}{j\omega C_2} & 0 & \frac{g_1 R_3}{j\omega C_1}\frac{n_1}{n_2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{j\omega C_2} & j\omega(L_1 - M) & j\omega(L_2 - M) + R_3' \end{pmatrix}$$

$$\underline{\underline{Z_m}} = \begin{pmatrix} R_1 + \frac{1}{j\omega C_1} + \frac{1}{j\omega C_2} + \frac{g_1}{\omega^2 C_1 C_2} & -\frac{g_1}{\omega^2 C_1 C_2} - \frac{1}{j\omega C_2} + \frac{g_1 R_3}{j\omega C_1}\frac{n_1}{n_2} \\ -\frac{1}{j\omega C_2} & \frac{1}{j\omega C_2} + j\omega(L_1 - M) + j\omega(L_2 - M) + R_3' \end{pmatrix}$$

$$\underline{e_s} = -M\underline{V_s} = \begin{pmatrix} V_{s1} + \frac{g_1}{j\omega C_1}(V_{C0} - R_3 I_{s_3}) \\ -V_{s_2} - R_3' I_{s_3}' \end{pmatrix}$$

$$\underline{\underline{Z_m}}\ \underline{I} = \underline{e_s}$$

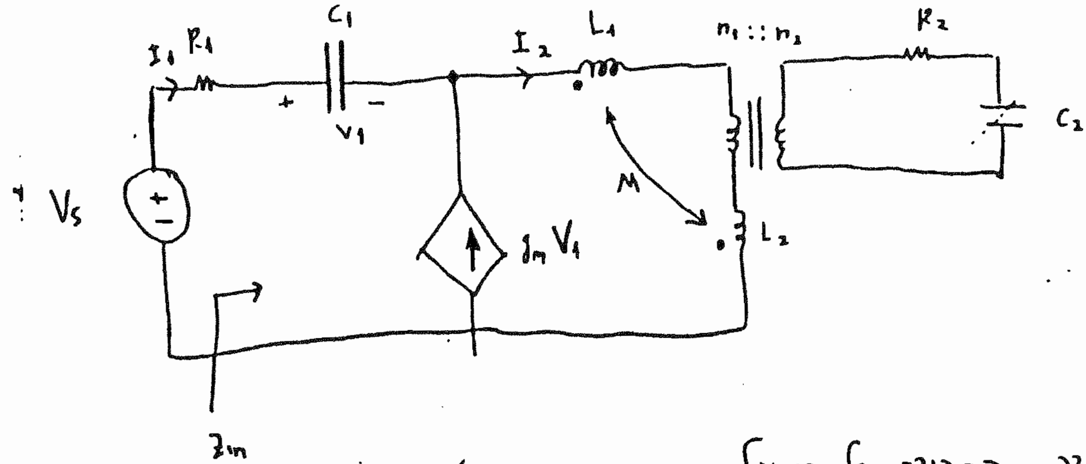
$$J_3 = I_1 - I_2 \qquad J_5 = I_2$$

ie pוס (2)

:ƒopJ

$$V_{out} = \boxed{\frac{I_1 - I_2}{j\omega C_2}} + V_{C0} - I_2 R_3 \frac{n_1}{n_2} - R_3 \cdot I_{s_3}$$

נתון המעגל הבא בגובסמי אמ״ג:



(א) מצא את תדר התהודה של המעגל.

(ב) מה קורה כאשר $C_2=0$, האם קיים אז תדר תהודה סופי ואם כן מהו ?

(ג) עבור $C_1=0$, מה התנאי שחיב להתקיים כדי שהמעגל יעבוד.
(כלומר שיהיה לו תדר תהודה סופי).

1c

$$Z_{in} = \frac{V_s}{I_1}.$$

$$V_s = I_1 R_1 + \frac{I_1}{j\omega C_1} + I_2 j\omega L_1 - I_2 j\omega M + I_2 j\omega L_2 - I_2 j\omega M +$$

$$+ I_2 R_2' + \frac{I_2}{j\omega C_2'}$$

$$R_2' = R_2\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \qquad C_2' = C_2\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2$$. R_2', C_2' - רכיבים מושקפים.

$$I_2 = I_1 + g_m V_1 = I_1 + \frac{g_m I_1}{j\omega C_1} = I_1\left(1 + \frac{g_m}{j\omega C_1}\right)$$

$$\frac{V_s}{I_1} = Z_{in} = R_1 + \frac{1}{j\omega C_1} + \left[j\omega L_1 + j\omega L_2 - 2j\omega M + R_2' + \frac{1}{j\omega C_2'}\right]\left(1 + \frac{g_m}{j\omega C_1}\right)$$

$$= R_1 + \frac{1}{j\omega C_1} + j\omega(L_1 + L_2 - 2M) + R_2' + \frac{1}{j\omega C_2'} + \frac{(L_1 + L_2 - 2M)}{C_1} g_m + \frac{g_m R_2'}{j\omega C_1} - \frac{g_m}{\omega^2 C_1 C_2'}$$

$$= \left[R_1 + R_2' + \left(\frac{L_1 + L_2 - 2M}{C_1}\right) g_m - \frac{g_m}{\omega^2 C_1 C_2'}\right] + j\left[\omega(L_1 + L_2 - 2M) - \frac{1}{\omega C_2'} - \frac{g_m R_2'}{\omega C_1}\right]$$

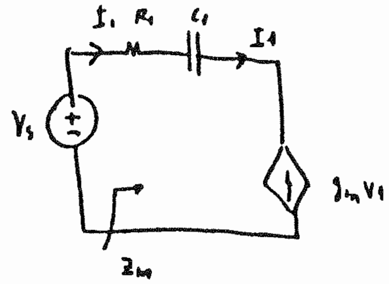
$$L \triangleq L_1 + L_2 - 2M \quad \leftarrow \quad \mathrm{Im}(Z_{in}) = 0$$ תהודה.

$$\omega L = \frac{1}{\omega}\left(\frac{1}{C_2'} + \frac{g_m R_2'}{C_1}\right)$$

$$\boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{L}\left(\frac{1}{C_2'} + \frac{g_m R_2'}{C_1}\right)}}$$

ב) עבור $C_2=0$ $\frac{1}{j\omega C_2}=\infty$ ← הקבל מהווה נתק ולכן לא זורם זרם בענף השני

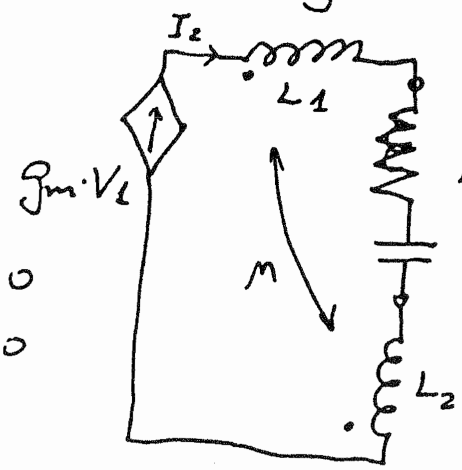
כלומר $I_2=0$ ולכן המעגל השקול הוא כדלקמן:



המעגל מכיל רק קבלים ואין בו סלילים ולכן אין תדר תהודה למעגל.

(לחלופין ניתן לומר שב- $\omega\to\infty$ $\frac{1}{j\omega C_2}\not\to\infty$ ואז I_2 לא 0 ורק יש תדר תהודה שהוא ∞)

ג) הענף השמאלי מנותק ולאחר שיקוף הענף הימני הופך למעגל הבא:



$I_1=0$

$V_1\neq 0$

$R_2\times\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2=R_2'$

$C_2\times\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2=C_2'$

KVL:

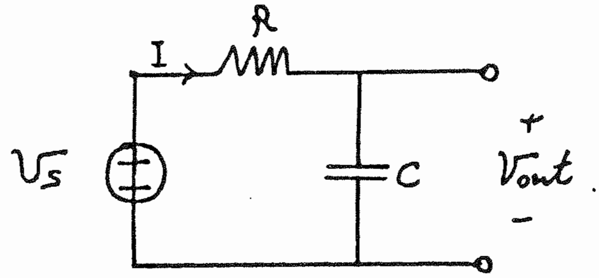
$$0=j\omega L_2\cdot I_2-j\omega M\cdot I_2+\frac{1}{j\omega C_2'}\cdot I_2+R_2'\cdot I_2+j\omega L_1 I_2-j\omega M I_2$$

לכן נקבל:

$$I_2\left\{j\left[\omega(L_1+L_2-2M)-\frac{1}{\omega C_2'}\right]+R_2'\right\}=0$$

⇐נשווה את החלק המדומה לאפס ונקבל:

$$\omega^2=\frac{1}{(L_1+L_2-2M)C_2'}$$



(3)

(א.)

$$V_s = I\cdot\frac{1}{sC} + I\cdot R = I\cdot\left(\frac{1}{sC}+R\right) = \left(\frac{1+sCR}{sC}\right)\cdot I$$

$$I = V_s\cdot\frac{sC}{1+sCR}$$

$$V_{out} = I\cdot\frac{1}{sC} = \frac{V_s}{1+sCR} = \frac{V_s/CR}{1/CR+s} = \frac{V_s}{1+s}$$

$CR=1$

$$\Rightarrow \boxed{V_{out}' + V_{out} = V_s}$$

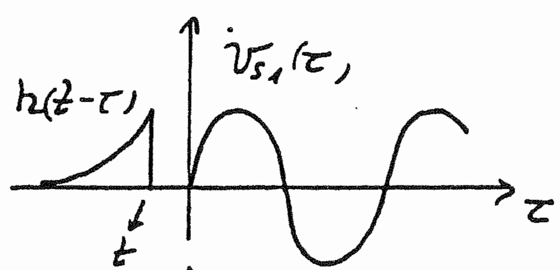
(ב.) תגובה להלם:

$$V_{out}' + V_{out} = \delta(t)$$

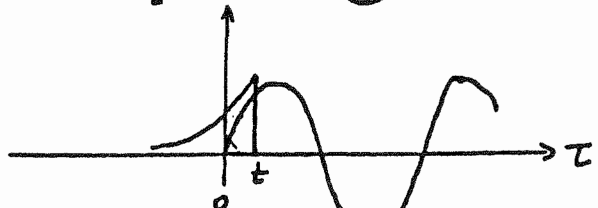
כי פונק' מעלה האקספוננט עם ת.ה. הוא $V_{out}(0^+)=1$

$$\boxed{V_{out} = e^{-t}\cdot u(t)} = \underline{\underline{h(t)}}$$

(ג.)



$V_{out}=0 \qquad t<0$



$t\geq 0$

$$V_{out} = \int_0^t e^{-(t-\tau)}\cdot \sin(\omega_0\tau)\,d\tau$$

$$V_{out} = e^{-t}\cdot\int_0^t e^{+\tau}\sin(\omega_0\tau)\,d\tau =$$

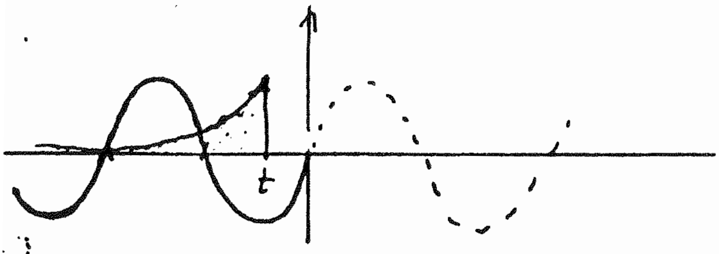
$$= e^{-t}\cdot\left\{\frac{e^{+\tau}}{1+\omega_0^2}\left[+\sin(\omega_0\tau)-\omega_0\cos(\omega_0\tau)\right]\right\}\Bigg|_0^t$$

לפי הנתון:

המשך (ג)

$$V_{out} = \frac{1}{1+\omega_0^2}\left[\sin(\omega_0 t) - \omega_0 \cdot \cos(\omega_0 t) + \omega_0 e^{-t}\right]\cdot u(t)$$ ולכן:

(3.)



$t<0$

$$V_{out} = \int_{-\infty}^{t} e^{-(t-\tau)} \sin(\omega_0 \tau)\, d\tau$$

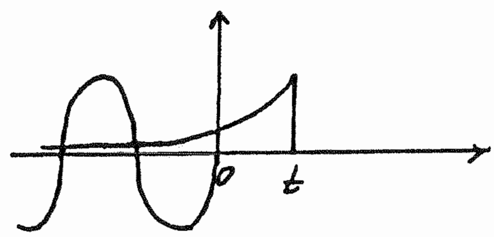
$$= e^{-t}\left\{\frac{e^{\tau}}{1+\omega_0^2}\left[\sin(\omega_0 \tau) - \omega_0 \cos(\omega_0 \tau)\right]\right\}\Big|_{-\infty}^{t}$$

לפי סכום.

$$= e^{-t}\,\frac{e^{t}}{1+\omega_0^2}\left[\sin(\omega_0 t) - \omega_0 \cos(\omega_0 t)\right] - 0$$

$$= \frac{1}{1+\omega_0^2}\left[\sin(\omega_0 t) - \omega_0 \cdot \cos(\omega_0 t)\right] \qquad \underline{t<0}$$

$$V_{out} = \int_{-\infty}^{0} e^{-(t-\tau)} \sin(\omega_0 \tau)\, d\tau$$



$t \geq 0$

$$= \frac{-\omega_0}{\omega_0^2+1}\, e^{-t} \qquad \underline{t \geq 0}$$

(ד) הסכום של ג ו-3 מצב:

$$V_{out} = \frac{1}{1+\omega_0^2}\left[\sin(\omega_0 t) - \omega_0 \cdot \cos(\omega_0 t)\right]$$

← לפני $t<0$ ואין ל $t\geq 0$ (כי ה exp דועך).

<u>פתרון סינוס עמ' ג:</u>

$$V_s(t) = \sin(\omega_0 t) \Rightarrow \underline{\hat{V}_s = -j = 1\angle -90^\circ}$$

$s=j\omega$

$$\hat{V}_{out} = \frac{-j}{1+j\omega_0} = \frac{-j(1-j\omega_0)}{1+\omega_0^2} = \frac{-\omega_0 - j}{1+\omega_0^2} = \frac{-j}{1+\omega_0^2} - \frac{\omega_0}{1+\omega_0^2}$$

אוניברסיטת תל-אביב
הפקולטה להנדסה

מס' ת.ז. ....

בחינת מעבר מועד א'
סמסטר ב' תשנ"ג
מועד הבחינה: 27.6.93
משך הבחינה: 3 שעות

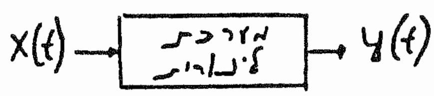
<u>בחינה ב"מבוא להנדסת חשמל"</u>
ד"ר דוד מנדלוביץ

-. חומר עזר: מותר 5 דפים.
-. בהצלחה.

<u>שאלה מס' 1 (30 נק')</u>

מערכת ליניארית (סיבתית וקבועה בזמן) הינה בעלת פונקצית התימסורת:

$$H(s) = \frac{s}{s^2 + 2\alpha s + w_0^2}$$



נתון כי $w_0^2 > \alpha^2$, נסמן $w_d = \sqrt{w_0^2 - \alpha^2}$

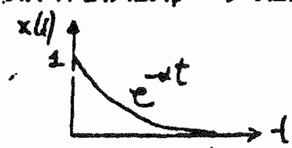
<u>שים לב</u>: אין להשתמש בשאלה זו בטרנספורם לפלס או פורייה.

א. רשום את המשוואה הדיפרנציאלית המקשרת בין הכניסה $x(t)$ ליציאה $y(t)$.

ב. מצא את תגובת המערכת לכניסת הלם בתנאי התחלה אפס: $y(0-)=0$, $y'(0-)=0$.
$x(t)=\delta(t)$

ג. מצא ע"י קונבולוציה את תגובת המערכת לכניסה:

$$x(t) = \begin{cases} 0 & t<0 \\ e^{-\alpha t} & t>0 \end{cases}$$



זהה בתשובתך את איברי הפתרון ההומוגני ואת איבר הפתרון הפרטי של המשוואה.

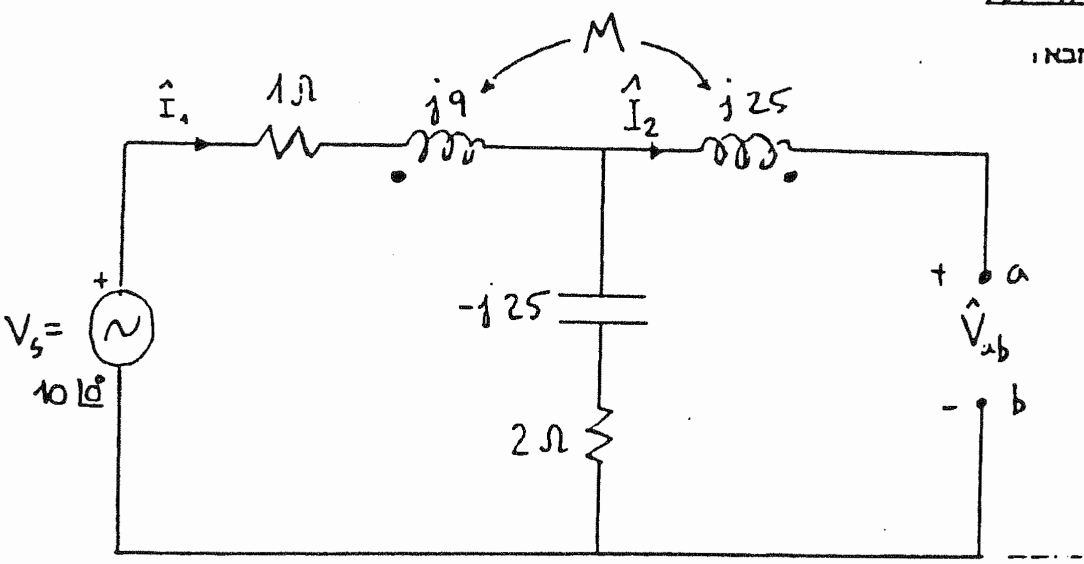
ד. מצא בדרך כלשהי את תגובת המערכת לכניסה $(t_0>0)$

$$x(t) = \begin{cases} 0 & t<0 \\ e^{-\alpha t} & 0<t<t_0 \\ 3e^{-\alpha t} & t_0<t \end{cases}$$

ה. מצא בדרך כלשהי את תגובת המערכת לכניסה הנתונה <u>בסעיף ג'</u> כאשר $w_0^2 = \alpha^2$ $(w_d \to 0)$.

שאלה מס' 2 (40 נק')

נתון המעגל הבא:



שים לב: שאלה זו מתייחסת למצב סינוסי עמיד.

א. מהו שקול תבנין האקויולנטי בין ההדקים (a-b) (אשר ביניהם נתק) כאשר נתון שמקדם הצימוד בין הסלילים $K = 3/5$, $K = M / \sqrt{L_1 L_2}$.

ב. בסעיף זה, בניגוד לסעיף הקודם, K הינו פרמטר. מחברים נגד עומס $R_L = 3\Omega$ בין ההדקים a-b.

1. מצא את ערכו של K אשר עבורו יהיה המעגל בתהודה (כלומר: הזרם $\hat{I}_1$ יהיה בפאזה עם המתח $\hat{V}_s$).

2. חשב במצב זה את ההספק הממוצע המתבזבז על R_L.

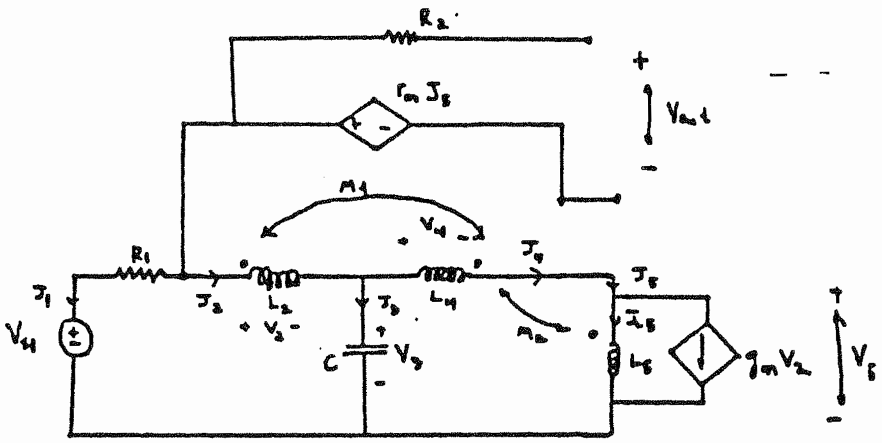
$$X_m = \omega |M| = k \sqrt{X_{L_1} X_{L_2}}$$

שאלה מס׳ 3 (30 נקודות)

א. בעזרת תורת הרשתות מצא את $Vout/Vs_1$ במעגל הנתון.

הנח מצב סינוסי עמיד. נתון כי הסלילים המצומדים הינם בעלי ההשראות ההדדית הבאה: 24

$$\begin{pmatrix} V_2 \\ V_4 \\ V_5 \end{pmatrix} = j\omega L \begin{pmatrix} j2 \\ j4 \\ jL_5 \end{pmatrix} \qquad \text{כאשר} \qquad j\omega L = \begin{pmatrix} 4j & -3j & 0 \\ -3j & 5j & -3j \\ 0 & -3j & 7j \end{pmatrix}$$



נתון:

$j\omega L_2 = 4j\,[\Omega]$

$j\omega L_4 = 5j$

$j\omega M_1 = j\omega M_2 = 3j$

$j\omega L_5 = 7j$

$R_1 = R_2 = 5(\Omega)$

$j\omega C = \frac{1}{2}j$

$g_m = \frac{1}{2}$

$r_m = 5$

$\omega = 2\pi \cdot 1kHz$

ב. עבור המעגל הבא, מצא מהו Vout כאשר נתון $Vs=10\underline{|0^\circ}$. 6

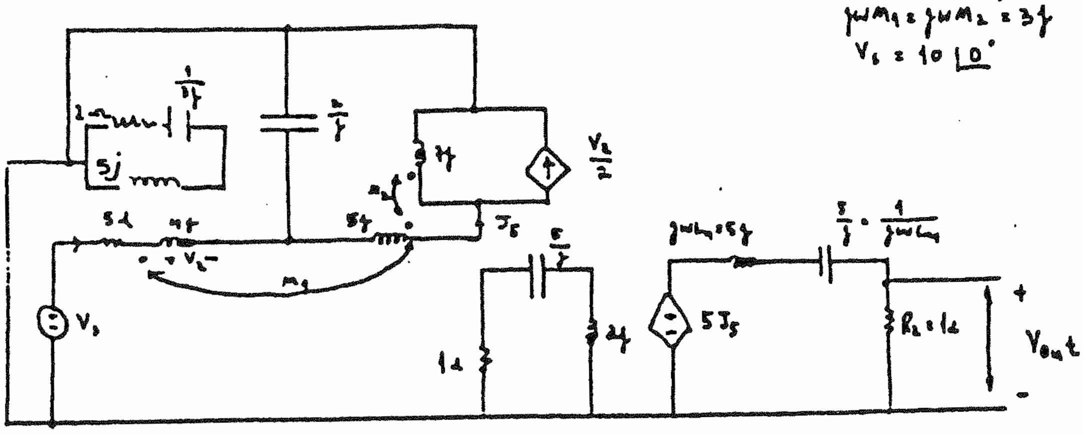
שים לב לקשר בין מעגל זה לבין המעגל מסעיף א׳. הינך רשאי להשתמש בתוצאה מסעיף א׳.

נתון:

$\omega = 2\pi \cdot 1kHz$

$j\omega M_1 = j\omega M_2 = 3j$

$V_s = 10\underline{|0^\circ}$



סמסטר ב' תשנ"ג
27.6.93
מועד א'

שאלה 1

$$x(t) \to \boxed{\text{מע' דינמית}} \to y(t)$$

פונק' תמסורת

$$H(s)=\frac{s}{s^2+2\alpha s+\omega_0^2}$$

נתון . $\omega_0^2>\alpha^2$ ונסמן

$$\omega_d=\sqrt{\omega_0^2-\alpha^2}$$

1) מציאת מד"ר:

$$H(s)=\frac{Y(s)}{X(s)}=\frac{s}{s^2+2\alpha s+\omega_0^2}$$

$$(s^2+2\alpha s+\omega_0^2)\,Y(s)=s\cdot X(s)$$

ולכן במעבר לתחום הזמן:

$$\underline{\underline{y''_{(t)}+2\alpha y'_{(t)}+\omega_0^2 y_{(t)}=x'_{(t)}}}$$

2) מציאת תגובת הלם:

$$y''(t)+2\alpha y'_{(t)}+\omega_0^2 y_{(t)}=x'(t)=\frac{d}{dt}[\delta(t)]=\delta'(t)$$

⇐ כניסה ל הלם ותגובה.

$$\begin{cases} y''+2\alpha y'+\omega_0^2 y=\delta(t) \\ y(0^-)=y'(0^-)=0 \end{cases}$$

נעבור לבעיה ההומוגנית עם ת.ה.:

$$y''+2\alpha y'+\omega_0^2 y=0$$

$$y'(0^+)+2\alpha y(0^+)=1$$

בנגזרת כי y'' מכילה
את הנגזרת מסדר 2.

$$y(0^+)=y(0^-)=0$$

$$\Downarrow$$

$$y'(0^+)=1$$

פולינום אופייני: כאשר: $s^2+2\alpha s+\omega_0^2=0$

$$s=\frac{-2\alpha\pm\sqrt{4\alpha^2-4\omega_0^2}}{2}=-\alpha\pm\sqrt{\alpha^2-\omega_0^2}$$

$$=-\alpha\pm j\omega_d$$

$$y(t)=e^{-\alpha t}\left[A\sin(\omega_d t)+B\cos(\omega_d t)\right]\cdot u(t) \Leftarrow \text{כ' פתרון}$$

אפס.

ת.ה. ראשון: $y(0^+)=e^0\left[B\cos(0)\right]=0 \Rightarrow \boxed{B=0}$

$$\underline{y(t)=Ae^{-\alpha t}\sin(\omega_d t)\cdot u(t)} \Leftarrow$$

ת.ה. שני: $y'(t)=A\left[-\alpha e^{-\alpha t}\sin(\omega_d t)+\omega_d\cdot e^{-\alpha t}\cos(\omega_d t)\right]u(t)$

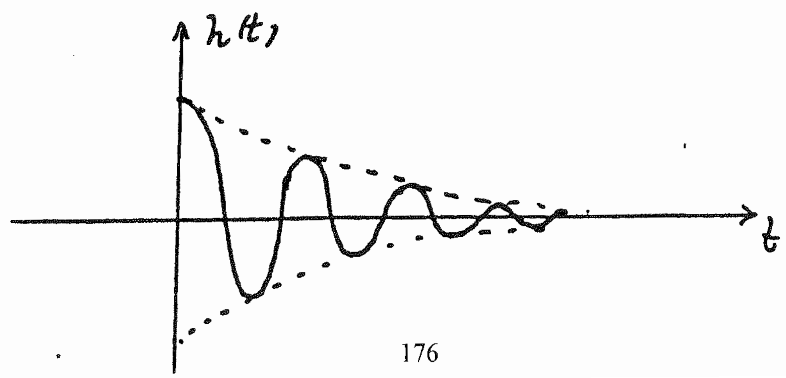
$$+\cancel{Ae^{-\alpha t}\sin(\omega_d t)\cdot\delta(t)} \rightarrow 0\Big|_{t=0} \qquad \Big|_{t=0^+}=1$$

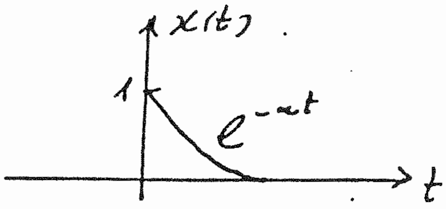
$$A\left[-\alpha e^0\cdot 0+\omega_d\cdot e^0\cdot 1\right]=A\cdot\omega_d=1 \Rightarrow \boxed{A=\left(\frac{1}{\omega_d}\right)}$$

$$\underline{y(t)=\frac{1}{\omega_d}e^{-\alpha t}\sin(\omega_d t)u(t)} \Leftarrow$$ פתרון להלם.

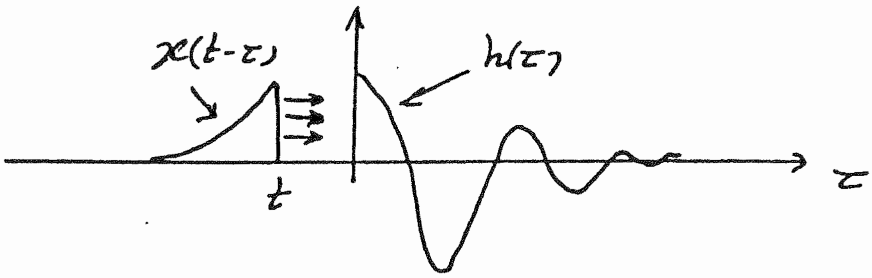
אחרי גזירה [illegible] $\Leftarrow$ נקבל.

$$y'(t)=h(t)=\left[e^{-\alpha t}\cos(\omega_d t)-\frac{\alpha}{\omega_d}e^{-\alpha t}\sin(\omega_d t)\right]u(t)$$



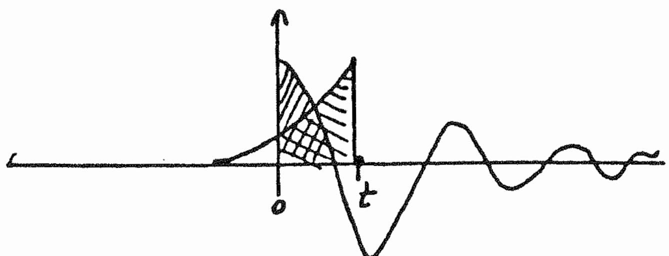


$$x(t) = \begin{cases} 0 & t<0 \\ e^{-\alpha t} & t>0 \end{cases}$$



$\underline{t<0}$ אין חפיפה בין הפונקציות: $\underline{y(t)=0}$

$\underline{t \geq 0}$



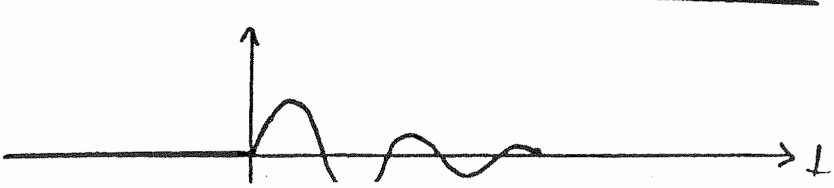
$$y(t) = \int_0^t h(\tau)\, x(t-\tau)\, d\tau = \int_0^t \left[e^{-\alpha \tau} \cos(\omega_d \tau) - \frac{\alpha}{\omega_d} e^{-\alpha \tau} \cdot \sin(\omega_d \tau) \right] \cdot e^{-\alpha(t-\tau)} \cdot d\tau$$

$$= e^{-\alpha t} \int_0^t \left[\cos(\omega_d \tau) - \frac{\alpha}{\omega_d} \sin(\omega_d \cdot t) \right] d\tau$$

$$= e^{-\alpha t} \cdot \left\{ \frac{\sin(\omega_d \cdot \tau)}{\omega_d} \Big|_0^t + \frac{\alpha}{\omega_d^2} \cos(\omega_d \tau) \Big|_0^t \right\} =$$

$$= \underline{e^{-\alpha t} \left[\frac{\sin(\omega_d t)}{\omega_d} + \frac{\alpha}{\omega_d^2} \{ \cos(\omega_d t) - 1 \} \right]}$$

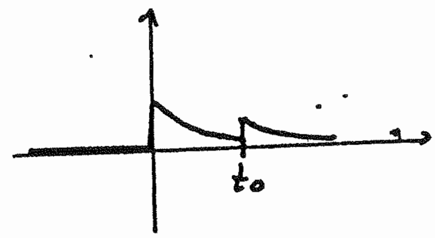
$\alpha < \omega_0$



$$\Downarrow$$

$$y(t) = \Big[\underbrace{-\frac{\alpha}{\omega_d^2}e^{-\alpha t}}_{y_p} + \underbrace{e^{-\alpha t}\Big[\frac{1}{\omega_d}\sin(\omega_d t) + \frac{\alpha}{\omega_d^2}\cos(\omega_d t)\Big]}_{y_h}\Big]u(t)$$

$$x(t) = \begin{cases} 0 & t<0 \\ e^{-\alpha t} & 0<t<t_0 \\ 3e^{-\alpha t} & t_0<t \end{cases}$$



$$x(t) = e^{-\alpha t}[u(t) - u(t-t_0)] + 3e^{-\alpha t}u(t-t_0)$$

$$= e^{-\alpha t}\cdot u(t) - e^{-\alpha t}u(t-t_0) + 3e^{-\alpha t}u(t-t_0)$$

$$= e^{-\alpha t}\cdot u(t) - (e^{-\alpha t_0}e^{+\alpha t_0})e^{-\alpha t}u(t-t_0) + 3(e^{-\alpha t_0}e^{+\alpha t_0})e^{-\alpha t}u(t-t_0)$$

$$= e^{-\alpha t}u(t) + [\underbrace{2e^{-\alpha t_0}}]e^{-\alpha(t-t_0)}u(t-t_0)$$

$$= x(t) + 2\times e^{-\alpha t_0}\cdot x(t-t_0)$$

$$\Downarrow$$

$$y = y(t) + 2\times e^{-\alpha t_0}\times y(t-t_0)$$

$$y(t) = e^{-\alpha t}\left[\frac{\sin(\omega_d t)}{\omega_d} + \frac{\alpha}{\omega_d^2}\left\{\cos(\omega_d t) - 1\right\}\right]$$ ②

נעזר בכלל לופיטל כאשר $\omega_d \to 0$

$$\lim_{x\to 0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to 0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

$$\lim_{\omega_d\to 0} \frac{\sin(\omega_d t)}{\omega_d} = \lim_{\omega_d\to 0} \frac{t \cdot \cos(\omega_d t)}{1} = t$$

$$\lim_{\omega_d\to 0} \alpha\frac{\cos(\omega_d t) - 1}{\omega_d^2} = \lim_{\omega_d\to 0} \alpha\frac{-t\sin(\omega_d t)}{2\omega_d} = \lim \alpha\frac{-t^2\cos(\omega_d t)}{2} = \frac{-t^2}{2}\alpha$$

$$\Downarrow$$

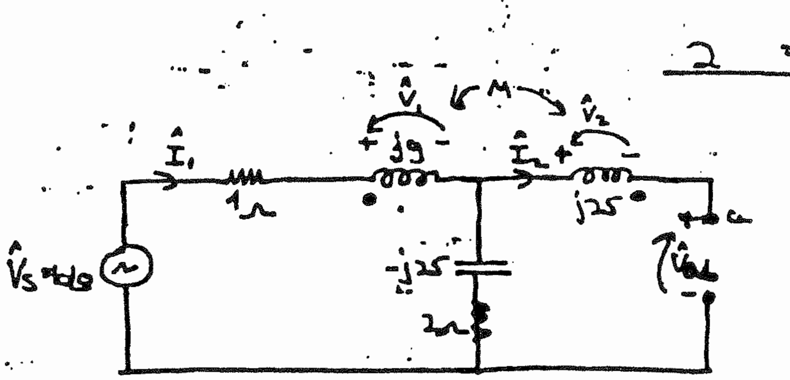
$$y(t) = e^{-\alpha t}\left[t - \frac{t^2}{2}\alpha\right]u(t)$$

$$\underset{\alpha=\omega_0}{=} e^{-\omega_0 t}\left[t - \frac{\omega_0}{2}t^2\right]u(t)$$

פתרון ב' מבחן
27.6.93
מועד א'

שאלה 2

א)



$$\begin{cases}\hat V_1 = j\omega L_1\hat I_1 - j\omega M\hat I_2\\ \hat V_2 = -j\omega M\hat I_1 + j\omega L_2\hat I_2\end{cases}$$

לחישוב V_{th} (מתח במעגל פתוח): $\hat I_2 = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases}\hat V_1 = j9\hat I_1\\ \hat V_2 = -j\omega M\hat I_1 = -j9\hat I_1\end{cases}$$

$$M = K\sqrt{L_1L_2}$$

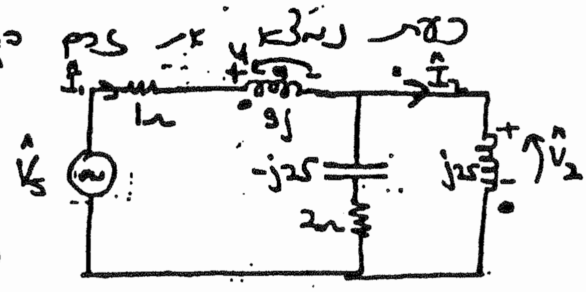
$$M\omega = K\sqrt{(\omega L_1)(\omega L_2)} = \frac{3}{5}\cdot\sqrt{9\cdot 25} = \underline{\underline{9}}$$

$$\hat V_s = 1\cdot\hat I_1 + \hat V_1 - j25\cdot\hat I_1 + 2\hat I_1 = \hat I_1(3-j16)$$

$$\Rightarrow \hat I_1 = \frac{10}{3-j16} = 0.113+j0.604$$

$$\hat V_{th} = -\hat V_2 - j25\hat I_1 + 2\hat I_1 = (2-16j)\hat I_1 = 9.89 - j0.604 = 9.91\angle{-3.49^\circ}$$

כעת נחשב את זרם הקצר: $\hat I_2$



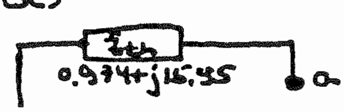
$$\hat V_1 = j9\hat I_1 - j9\hat I_2 = j9(\hat I_1 - \hat I_2)$$

$$\hat V_2 = -j9\hat I_1 + j25\hat I_2$$

$$\begin{cases}\hat V_s = 1\cdot\hat I_1 + \hat V_1 - j25(\hat I_1-\hat I_2) + 2(\hat I_1-\hat I_2)\\ \hat V_2 = (2-j25)(\hat I_1-\hat I_2)\end{cases}$$

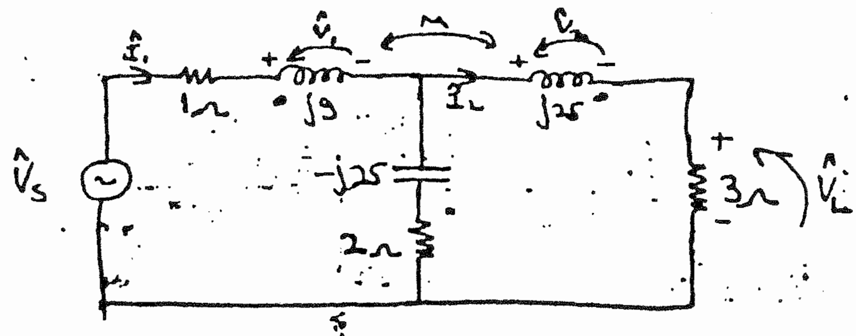
$$\Rightarrow \begin{cases}10 = (3-16j)\hat I_1 + (-2+16j)\hat I_2\\ 0 = (2-16j)\hat I_1 - 2\hat I_2\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\hat I_1 = 0.076 - 9.47\cdot 10^{-3}j\\ \hat I_2 = -\underline{0.62}j\end{cases}$$

$$\Rightarrow \hat Z_{th} = \frac{\hat V_{th}}{\hat I_{2(sc)}} = \frac{9.89-j0.604}{-0.62j} = 0.974 + j15.95$$



לכן, שקול תבנין יהיה:

1 (ב



נרכיב משוואות KVL על חוג:

$$\hat V_s = 1\cdot\hat I_1 + \hat V_1 + (2-25j)(\hat I_1-\hat I_2)$$

$$0 = \hat V_2 + 3\hat I_2 - (2-25j)(\hat I_1-\hat I_2)$$

$$\begin{cases} 10 = \hat I_1 + j9\hat I_1 - j\omega M\hat I_2 + (2-25j)(\hat I_1-\hat I_2) \\ 0 = -j\omega M\hat I_1 + j25\hat I_2 + 3\hat I_2 - (2-25j)(\hat I_1-\hat I_2) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 10 = (3-16j)\hat I_1 + [-2+(25-\omega M)j]\hat I_2 \\ 0 = [-2+(25-\omega M)j]\hat I_1 + 5\hat I_2 \end{cases}$$

$$10 = (3-16j)\hat I_1 - 0.2[-2+(25-\omega M)j]^2\hat I_1$$

$$\hat I_1 = \frac{10}{2.2+0.2(25-\omega M)^2 + j[0.8(25-\omega M)-16]}$$

כיוון ש- $\hat V_s$ ממשי אזי בכדי ש- $\hat I_1$ ממשי נחוץ.

מספיק שנדרוש $0.8(25-\omega M) = 16$

$$\Downarrow$$

$$\omega M = 5 \Rightarrow k = \frac{\omega M}{\sqrt{\omega L_1 \omega L_2}} = \frac{1}{3}$$

$$\hat I_1 = 98mA \Rightarrow |\hat I_2| = 0.2\sqrt{2^2+(25-\omega M)^2}\,|\hat I_1| = 0.106A$$ 2

$$P_{L_{av}} = \frac{1}{2}|\hat I_2|^2 R_L = 16.72\,mW$$

אוניברסיטת תל-אביב
הפקולטה להנדסה

מס' ת.ז.

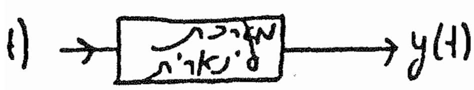
בחינת מעבר מועד ב'
סמסטר ב' תשנ"ג
מועד הבחינה: 29.8.93
משך הבחינה: 3 שעות

<u>בחינה ב"מבוא להנדסת חשמל"</u>
ד"ר דוד מנדלוביץ

- חומר עזר מותר: 5 דפים.
- בהצלחה.

<u>שאלה מס' 1</u>

מערכת לינארית סיבתית וקבועה בזמן חינה בעלת פונקצית התמסורת:



$$H(s)=\frac{2}{s^2+\omega_0^2}\ ,\quad \omega_0>0$$

<u>שים לב:</u> אין להשתמש בשאלה זו בטרנספורם לפלס או פוריה.

עבור המערכת הנ"ל:

א. מצא את המשוואה הדיפרנציאלית המקשרת בין הכניסה $x(t)$ והיציאה $y(t)$.

ב. מצא את תגובת המערכת לכניסת הלם $x(t)=\delta(t)$ בתנאי התחלה אפס: $Y(0-)=0,\ Y'(0-)=0$.

ג. מצא ע"י קונבולוציה את תגובת המערכת לכניסה:

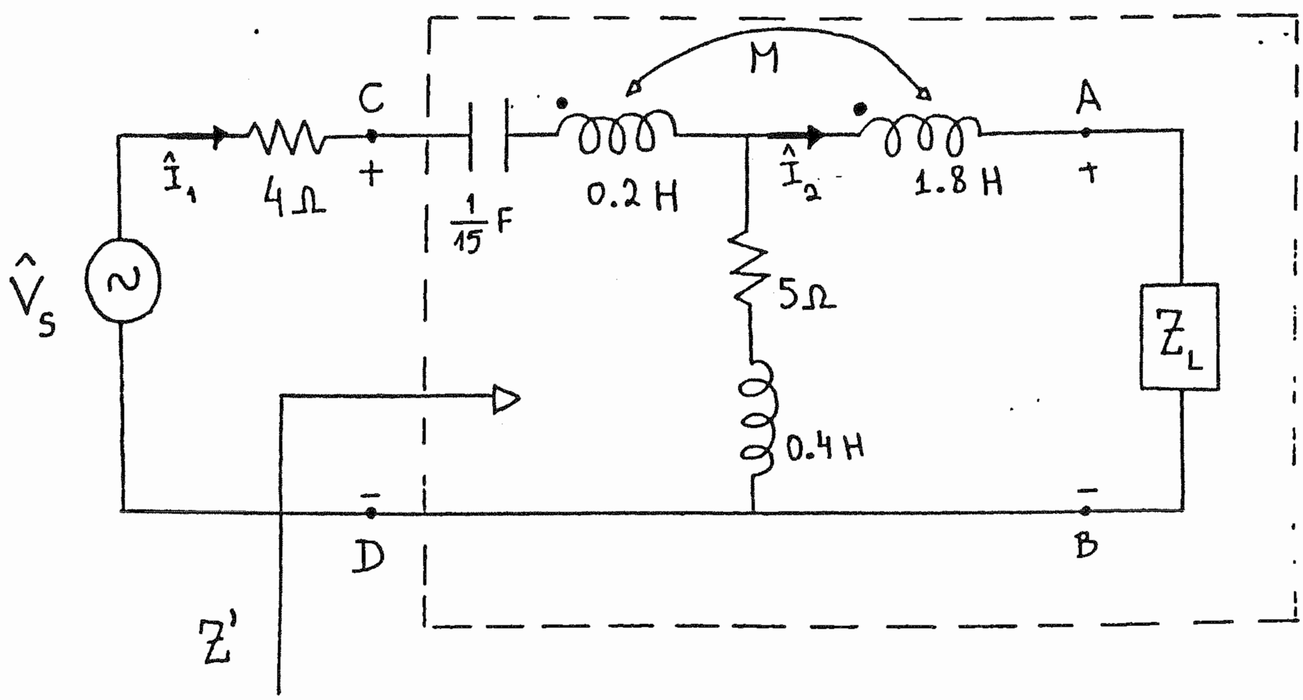
$$x(t)=\begin{cases}0 & t\le 0\\ \cos\omega_0 t & 0<t<T\\ 0 & T\le t\end{cases}$$

ד. חזור על ג' עבור $T \to \infty$. מהי תגובת המערכת למצב סינוסי עמיד בתדר W_0. הסבר את תשובתך.

ה. מצא בדרך כלשהי את תגובת המערכת לכניסה

$$x(t) = \delta(t-{}^{2\pi}/w_0) - \delta(t-{}^{4\pi}/w_0)$$

<u>שאלה מס' 2 (40 נק')</u>

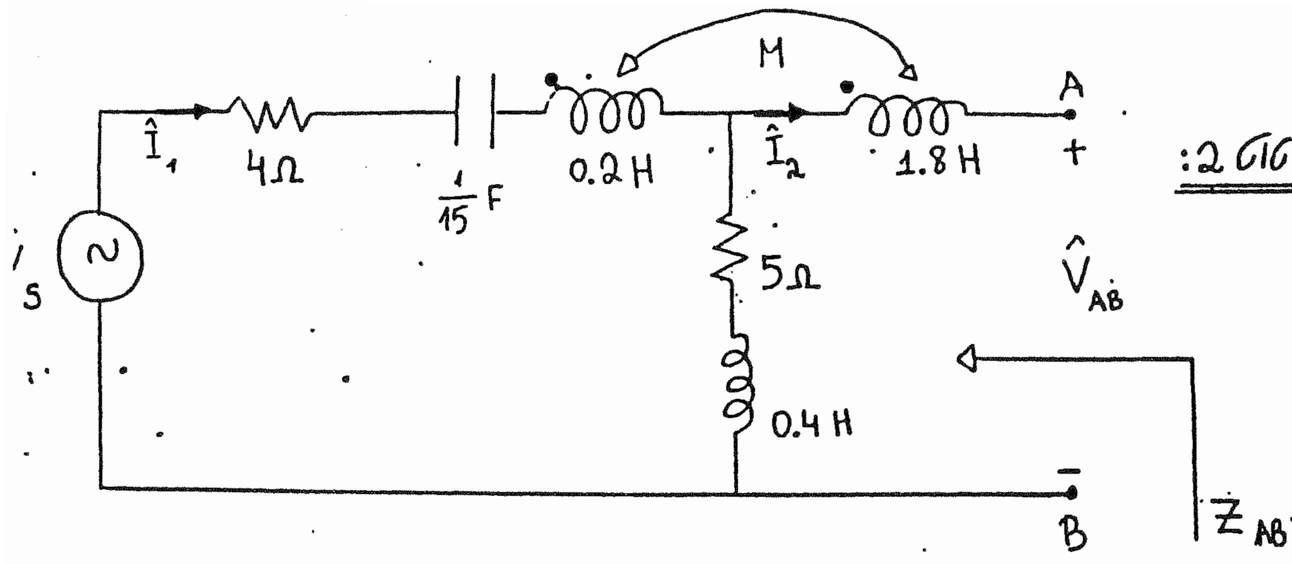


ציור 1:

נתון כי מקדם הצימוד בין הסלילים $K=2/3$, $K=M/\sqrt{L_1 \cdot L_2}$ ואות הכניסה הינו $V_s=10\angle 0^\circ$.
תדר המערכת הוא $W=5$ rad/sec.

א. מהו האימפדנס Z_L שיש לחבר בין ההדקים A-B כך שיתבזבז הספק מקסימלי על האימפדנס Z' בין ההדקים C-D (ראה שרטוט 1).

ב. חשב ההספק המתבזבז על האימפדנס Z' במצב המחושב בסעיף א'.



שרטוט 2:

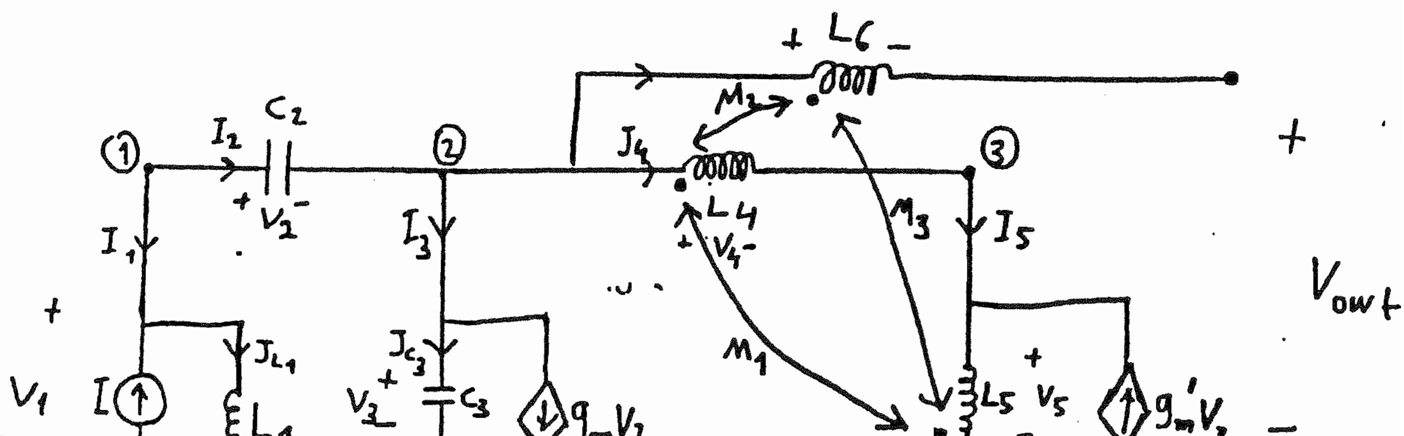
בהתייחס לשרטוט 2 מנתקים את Z_L כך שיש נתק בין A-B.

1. מצא את פאזור מתח הנתק V_{AB}.

2. מצא את האימפדנס Z_{AB} בין A-B.

<u>שאלה מס' 3 (30 נק')</u>

פתור בעזרת תורת הרשתות:



א. מהו הערך המספרי של המתח בין צומת 2 והארקה (e_2), כאשר נתון $I=1\angle 0^\circ$,

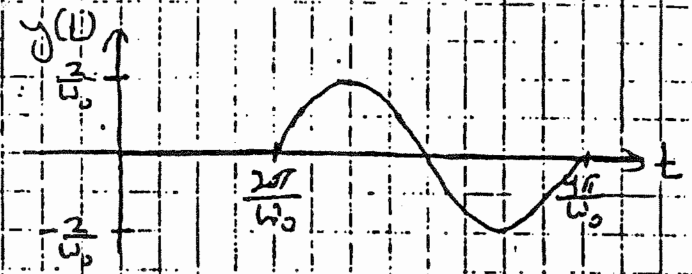
$L_1=L_4=L_5=1mH$, $C_1=C_2=1mF$

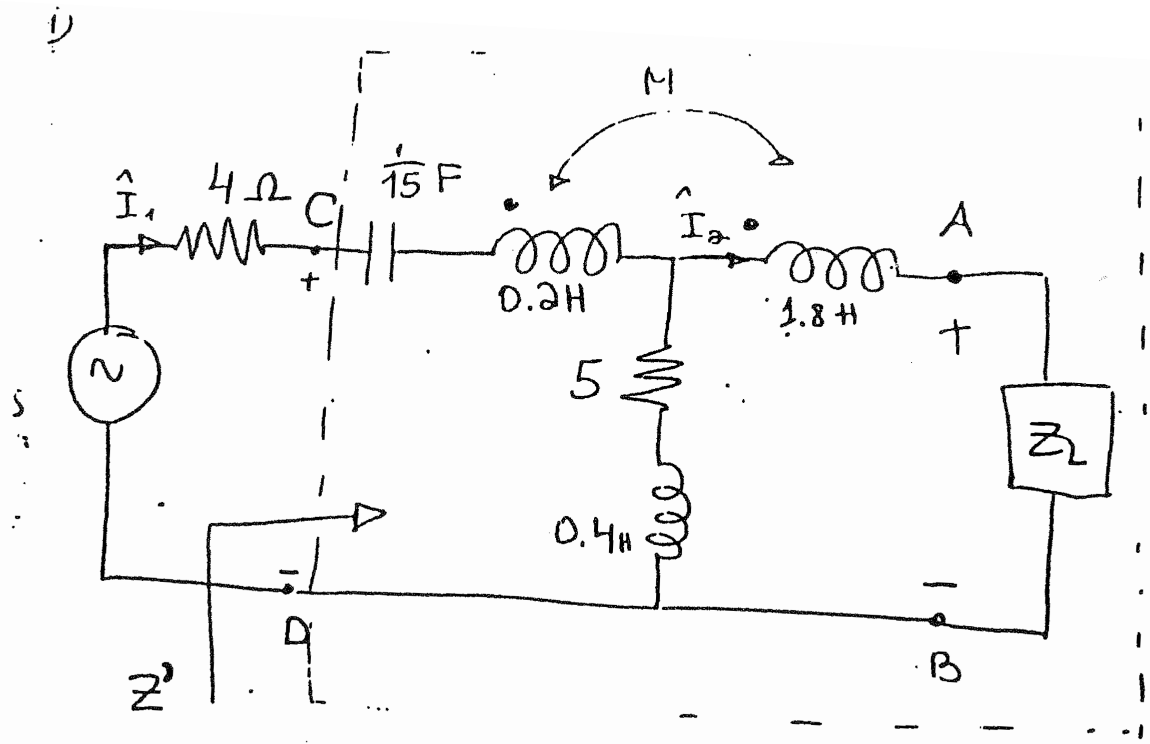
$w=1000$ rad/s , $g_m=2$, $g'_m=10$

ב. רשום את המשוואה למציאת V_{out}. (אין צורך בתוצאה מספרית).

בהצלחה!

$$y(t) = h\left(t - \frac{2\pi}{\omega_0}\right) - h\left(t - \frac{4\pi}{\omega_0}\right)$$





נתונים:

$\hat{V}_s = 10\angle 0°$

$K = \frac{2}{3}$

$\omega = 5 \ \frac{rad}{sec}$

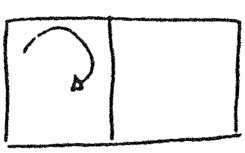
שאלה 1

$j\omega \cdot 0.2 = j \cdot 1 \ , \ j\omega \cdot 1.8 = j \cdot 9 \ , \ j\omega \cdot 0.4 = j \cdot 2$

$M = K\sqrt{L_{11} \cdot L_{22}} = \frac{2}{3}\sqrt{0.2 \cdot 1.8} = \frac{2}{3} \cdot 0.6 = 0.4 \ , \ j\omega M = j \cdot 2$

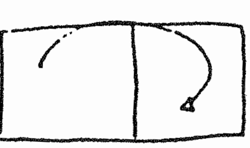
$\frac{1}{j\omega c} = -j\frac{1}{5 \cdot \frac{1}{15}} = -j \cdot 3$

$\frac{\hat{V}_s}{\hat{I}_1} = 2 \cdot 4\Omega = 8\Omega$ e IIc , $Z' = 4\Omega$: e



$\hat{V}_s = \hat{I}_1(4 - j3 + j + 5 + j2) + \hat{I}_2(j2 - 5 - j2)$

$= \hat{I}_1 \cdot 9 - \hat{I}_2 \cdot 5$



$\hat{V}_s = \hat{I}_1(4 - j3 + j + j2) + \hat{I}_2(j2 + j9 + Z$

$= \hat{I}_1 \cdot 4 + \hat{I}_2(Z_L + j11)$

מתוך : $\hat{I}_2 = \frac{1}{5}\left(\hat{I}_1 \cdot 9 - \hat{V}_s\right)$

הצבה : $\hat{V}_s = \hat{I}_1 \cdot 4 + (Z_L + 11j) \cdot \frac{1}{5}\left(\hat{I}_1 \cdot 9 - \hat{V}_s\right) =$

$$= \hat{I}_1 \cdot 4 + \hat{I}_1 \cdot 9 \cdot \frac{(Z_L + 11j)}{5} - \hat{V}_s \cdot \left(\frac{Z_L + 11j}{5}\right)$$

$$\hat{V}_s\left(1 + \frac{Z_L + 11j}{5}\right) = \hat{I}_1 \cdot \left[4 + \frac{9}{5}(Z_L + 11j)\right]$$

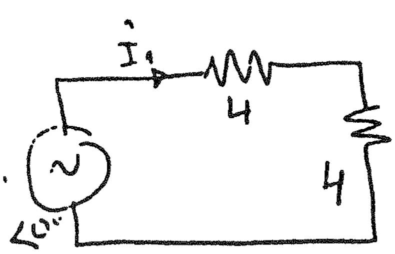
$$\hat{V}_s\left(\frac{Z_L + 11j + 5}{\cancel{5}}\right) = \hat{I}_1\left[\frac{20 + 9(Z_L + 11j)}{\cancel{5}}\right]$$

$$\frac{\hat{V}_s}{\hat{I}_1} = \frac{20 + 9(Z_L + 11j)}{Z_L + 5 + 11j} = 2 \cdot 4 = 8$$

$$20 + 9(Z_L + 11j) = 8(Z_L + 11j) + 40$$

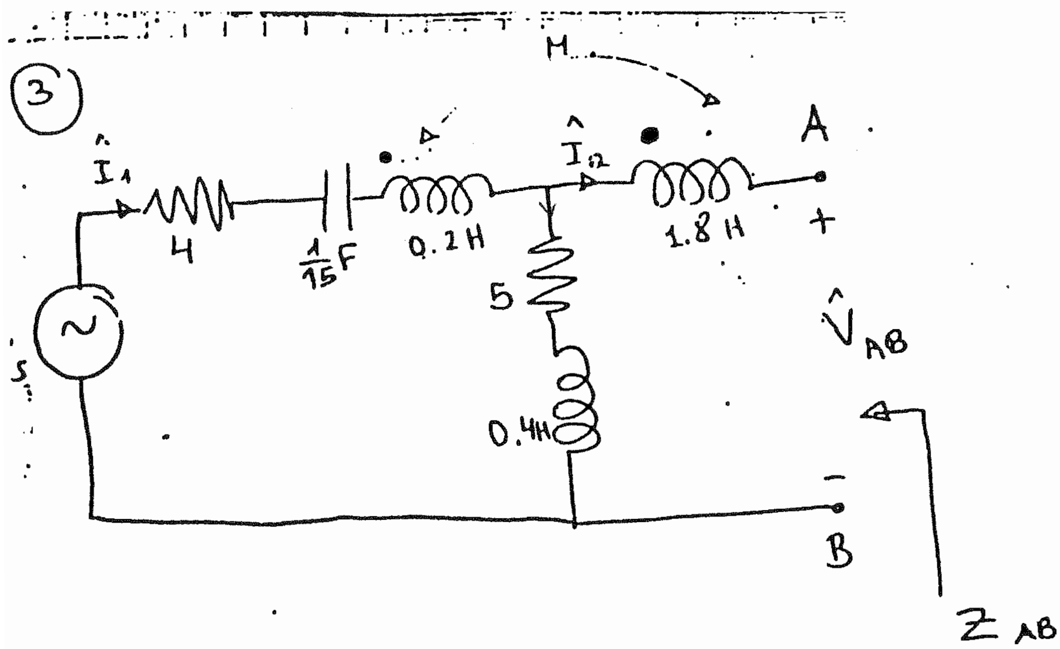
$$(Z_L + 11j) = 20 \quad \rightarrow \quad \boxed{Z_L = 20 - 11j}$$

ב) ההספק המתבזבז על Z' הינו :



$$\hat{I}_1 = \frac{\hat{V}_s}{8} = \frac{10}{8} = 1.25 \text{ A}$$

$$P_{av} = \frac{1}{2}\left|\hat{I}_1\right|^2 \cdot 4 = 2 \cdot 1.25^2 = 3.125$$



סעיף 2

(1) $\hat V_{AB}$.

נעזר במעגל (1c) .

נתק: $\hat I_2 = 0$.

$$\hat V_s = \hat I_1 \cdot 9 - \cancel{\hat I_2} \cdot 5 = \hat I_1 \cdot 9$$

אפס

$$\to \hat I_1 = \frac{\hat V_s}{9}$$

$$\hat V_s = \hat I_1 (4 - j3 + j + j2) + \cancel{\hat I_2 (j2 + j9)} + \hat V_1$$

אפס

$$= \hat I_1 \cdot 4 + \hat V_{AB}$$

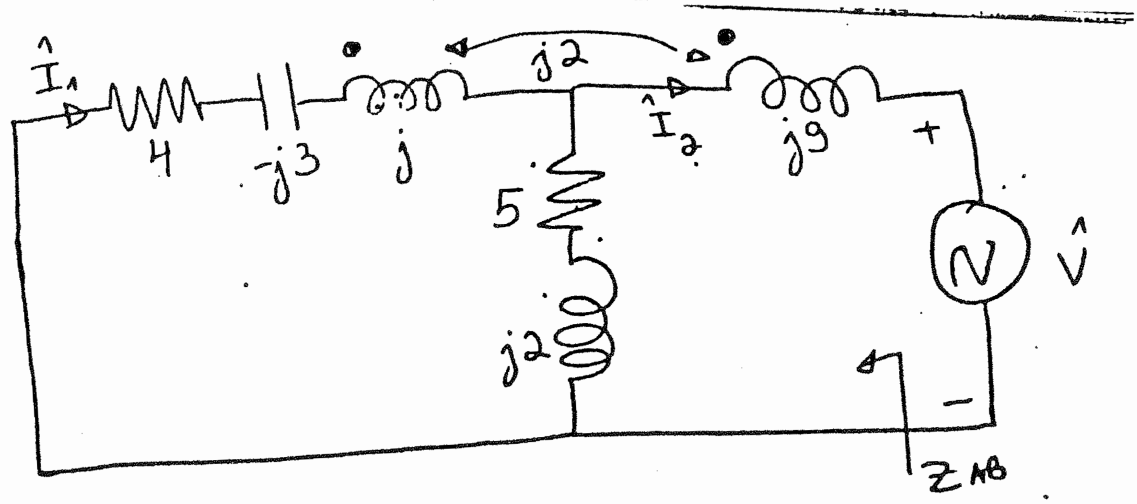
$$\to \hat V_{AB} = \hat V_s - 4 \cdot \hat I_1 = \hat V_s - 4 \cdot \frac{\hat V_s}{9} = \hat V_s \cdot \frac{5}{9} = 10 \cdot \frac{5}{9} =$$

$$\boxed{\hat V_{AB} = 5.56 \text{ volt}}$$

(2) Z_{AB} . כדי למצוא Z_{AB} מקצרים מקור $\hat V_s$ ומחברים מקור $\hat V$ בין הדקים A-B .

$$Z_{AB} = \frac{\hat V}{(-\hat I \ldots)}$$

(4)



$$0 = \hat{I}_1 \cdot 9 - \hat{I}_2 \cdot 5 \quad \rightarrow \quad \hat{I}_1 = \hat{I}_2 \cdot \frac{5}{9}$$

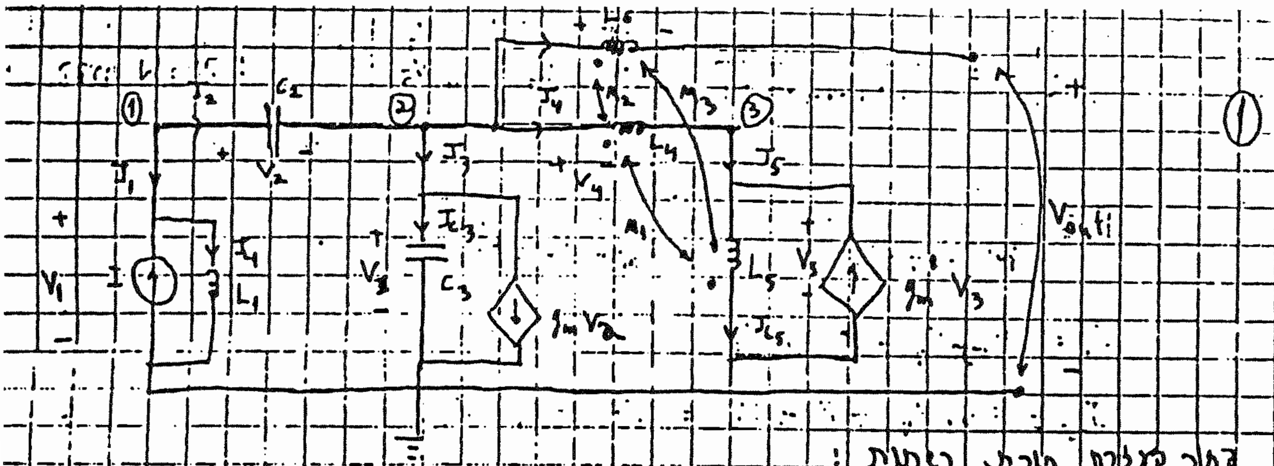
$$0 = \hat{I}_1 \left(4 \cancel{-j3} \cancel{+j} \cancel{+j2}\right) + \hat{I}_2 \left(j9 + j2\right) + \hat{V} =$$

$$= \hat{I}_1 \cdot 4 + \hat{I}_2 \cdot 11j + \hat{V}$$

$$\rightarrow \hat{V} = -\hat{I}_1 \cdot 4 - \hat{I}_2 \, 11j = -\left(\frac{5}{9}\hat{I}_2 \cdot 4 + 11j \cdot \hat{I}_2\right) = -\hat{I}_2 \left(2.22 + 11j\right)$$

$$\frac{\hat{V}}{(-\hat{I}_2)} = 2.22 + 11j$$

$$\boxed{Z_{AB} = 2.22 + 11j}$$



(1)

פתור בעזרת תורת הרשתות:

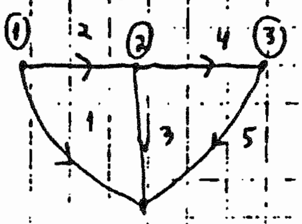
(א) מהו ערך המספרי של I_2 בפתרון $\quad I = 1\angle 0$

$$K_1 = \frac{|M_1|}{\sqrt{L_4 L_5}} = \frac{1}{2} \qquad K_2 = \frac{|M_2|}{\sqrt{L_4 L_6}} = 1 \qquad K_3 = \frac{|M_3|}{\sqrt{L_5 L_6}} = \frac{3}{4}$$

$$L_1 = L_4 = L_5 = 1\,(mH) \qquad C_1 = C_2 = 1\,(mF)$$

$$\omega = 1000 \left[\frac{rad}{s}\right] \qquad g_m = 2 \qquad g_m' = 10$$

(ב) רשום המשוואה למציאת V_{out} (אין צורך להגיע לתוצאה מספרית)



$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} V_1 = j\omega L_1 J_{L_1} & J_1 = J_{L_1} - I \\ J_2 = j\omega C_2 V_2 & \\ J_{C_3} = j\omega C_3 V_3 & J_3 = J_{C_3} + g_m V_2 \\ V_4 = j\omega L_4 J_4 - j\omega M_1 J_{L_5} & \\ V_5 = j\omega L_5 J_{L_5} - j\omega M_1 J_4 & J_{L_5} = J_5 + g_m' V_3 \\ V_{out} = V_3 - [j\omega M_2 J_4 - j\omega M_3 J_{L_5}] & \end{cases}$$

$$V_1 = j\omega L_1 J_1 + j\omega I \longrightarrow \boxed{J_1 = \frac{1}{j\omega L_1} V_1 - I}$$

$$\boxed{J_2 = j\omega C_2 V_2}$$

$$\boxed{J_3 = j\omega C_3 V_3 + g_m V_2}$$

$$\left[\; L_4 \;\; M_1 \; \right] \left[\; J_4 \; \right]$$

$$\begin{pmatrix} J_4 \\ J_{L_5} \end{pmatrix} = \frac{1}{j\omega\,(L_4 L_5 - M_1^2)} \begin{bmatrix} L_5 & M_1 \\ M_1 & L_4 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} V_4 \\ V_5 \end{pmatrix}$$ שתי הדיכת שניבב:

$$P \triangleq \frac{1}{j\omega\,(L_4 L_5 - M_1^2)} = \frac{1}{j\omega L_4 L_5\,(1 - K_1^2)}$$

$$J_4 = P L_5 V_4 - P M_1 V_5$$

$$J_{L_5} = P M_1 V_4 + P L_4 V_5 = J_5 + g_m' V_3$$

$$J_5 = P M_1 V_4 - g_m' V_3 + P L_4 V_5$$

$$\underbrace{\begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \\ J_4 \\ J_5 \end{pmatrix}}_{J} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{j\omega L_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & j\omega C_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & g_m & j\omega C_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P L_5 & P M_1 \\ 0 & 0 & -g_m' & P M_1 & P L_4 \end{bmatrix}}_{Y_b(j\omega)} \underbrace{\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \end{bmatrix}}_{V} + \underbrace{\begin{bmatrix} -I \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{J_s}$$

$$\longrightarrow \quad V_s = 0$$

$$Y_n = A\, Y_b(j\omega)\, A^T$$

$$Y_{n} = \begin{bmatrix} \frac{1}{j\omega L_1} & j\omega C_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & g_m - j\omega C_2 & j\omega C_3 & P L_5 & P M_1 \\ 0 & 0 & -g_m' & P M_1 - P L_5 & P L_4 - P M_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} j\omega C_2 + \frac{1}{j\omega L_1} & -j\omega C_2 & 0 \\ g_m - j\omega C_2 & j\omega C_2 - g_m + j\omega C_3 + P L_5 & P M_1 - P L_5 \\ 0 & P M_1 - P L_5 + g_m' & P L_4 - 2 P M_1 + P L_5 \end{bmatrix}$$

$$V: \quad A\, Y_b(j\omega)\, V_s - A\, J_s = 0 \qquad A\, J_s = \begin{bmatrix} -I \\ 0 \end{bmatrix}$$

לאחר הצבת המספרים $p = -\frac{4}{3} j \cdot 10^3$

$$Y_n = \begin{bmatrix} 0 & -j & 0 \\ 2-j & \frac{2}{3}j - 2 & \frac{2}{3}j \\ 0 & \frac{2}{3}j - 10 & -\frac{4}{3}j \end{bmatrix}$$

$$Y_n \underline{e} = \underline{i} \rightarrow \quad = j e_2 = I = 1\angle 0 \rightarrow \quad e_2 = 1\angle 90$$

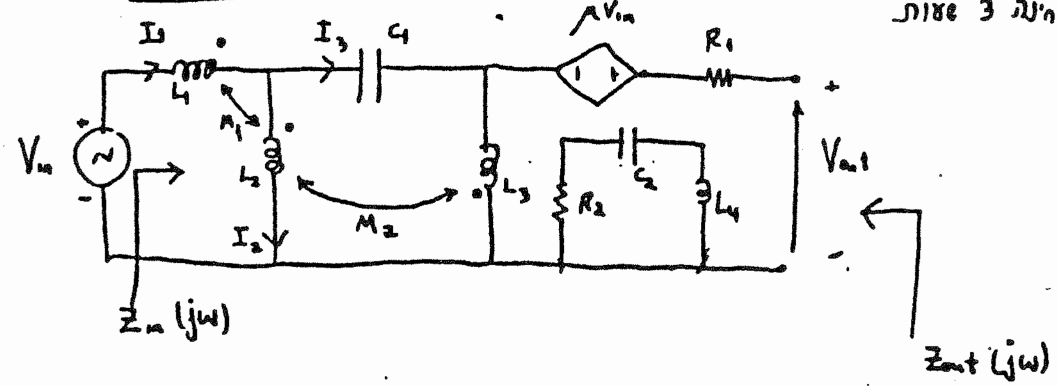
$$V_{out} = V_2 - \left[j\omega M_2 J_4 - j\omega M_3 J_5 \right] =$$

$$= V_3 - j\omega M_2 J_4 + j\omega M_3 J_5 + j\omega M_3 g_m V_3$$

להלן עותק מבחינה בהנדסת חשמל

- כל חומר עזר מותר
- כל השאלות שוות בציון
- משך הבחינה 3 שעות

1



$A=1$ $\quad L_1 = L_2 = L_3 = 1\,(mH)$ $\quad C_1 = \frac{1}{2}\,mF$

$K_1 = \frac{M_1}{\sqrt{L_1L_2}} = \frac{1}{2}$ $\quad K_2 = \frac{M_2}{\sqrt{L_2L_3}} = \frac{1}{2}$

$L_4 = 2\,(mH)$ $\quad C_2 = 2\,(mF)$

$R_1 = R_2 = 1\ (\Omega)$

$\omega = 500\,(hz)$

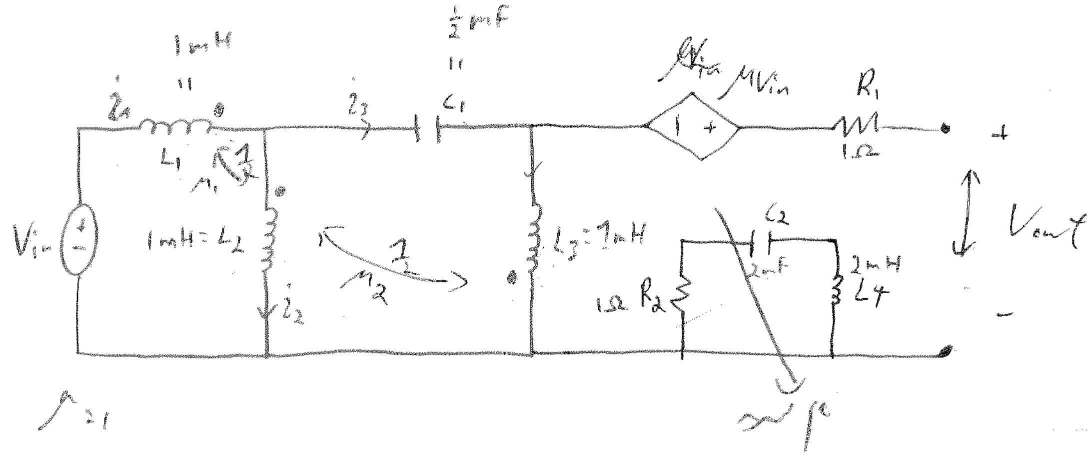
לגבי סעיפים א, ב, ג:

א) מצא את המתח הפזורי $\hat{V}_{out}$ ואת המתח כפונקציה של הזמן $V_{out}(t)$.

ב) מה ההספק הממוצע שמספק מקור המתח V_{in}?

ג) מהו התדר ω_0 בו מקור המתח בכניסה רואה קצר?

ד) מה גודל העכבה שצריך לחבר במוצא כך שמקסימום הספק יצא לעומס?



$\omega = 500$ (Hz)

(c) $V_{in} + \hat{V}_1 + \hat{V}_2 = 0 \to V_{in} + j\omega L_1 \hat{I}_1 - j\omega M I_2 + j\omega L_2 \hat{I}_2 - j\omega M \hat{I}_1 = 0$

① $V_{in} = \underbrace{j\omega L_1 \hat{I}_1 - j\omega M \hat{I}_2 + j\omega L_2 \hat{I}_2 - j\omega M \hat{I}_1}$

② $i_1 = i_2 + i_3$

③ $j\omega L_2 \hat{I}_2 - j\omega M_1 \hat{I}_1 = \frac{\tilde{I}_3}{j\omega C_1} + j\omega L_3 \tilde{I}_3$

④ $V_{out} = j\omega L_3 \hat{I}_3 - j\omega M_2 \hat{I}_3 + \mu V_{in}$

$\cancel{V_{in} = j\omega L_1 \hat{I}_1 - j\omega M \tilde{I}_2 + j\omega L_2 \tilde{I}_2 + \frac{I_3}{j\omega C_1} + j\omega L_3 \tilde{I}_3 - j\omega L_2 I_2}$

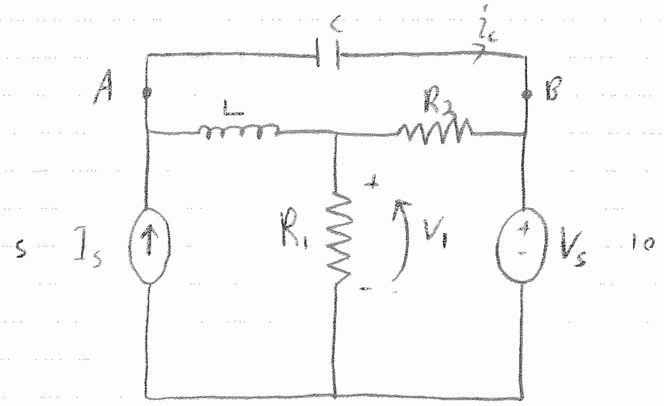
$V_{in} = j\omega L_1 (I_2 + I_3) - j\omega M I_2 + j\omega L_2 I_2 - j\omega M (I_2 + I_3)$

$V_{in} = j\omega L_1 I_2 + j\omega L_1 I_3 - j\omega M I_2 + j\omega L_2 I_2 - j\omega M I_2 - j\omega M I_3$

$V_{in} = j\omega I_2 (L_1 - M - j\omega L_2 - j\omega M) + j\omega I_3 (L_1 - M)$

$I_2 (L_2 - M_1) = I_3 \left(L_3 + M_1 - \frac{1}{\omega^2 C_1}\right)$

$I_2 = \left(\frac{L_3 + M_1 - \frac{1}{\omega^2 C_1}}{L_2 - M_1}\right) I_3 = \beta I_3$



$\tilde{V}_1 = I_s\, x + V_s\, y$

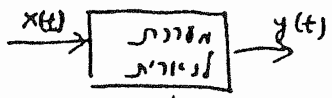
$\tilde{V}_{1_1} = 11.18\angle -26.56 = \cancel{1.6 - 11i} = \cancel{10.17 - 4.68i}$ $10.55 - 5.2i$

$\tilde{V}_{1_2} = 28.28\angle -45 = \cancel{14.85 - 24.06i}$ $20 - 20i$

---

①

② נתונה מערכת לינארית וקבועה בזמן :



התגובה לכניסת מדרגה (בתנאי התחלה אפס) הינה:

$$y_u(t) = \begin{cases} \sin\omega_0 t & |t| < \frac{T}{2} \\ 0 & \text{אחרת} \end{cases}$$

נתון כי $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$

בפתרון של שאלה זו אין להשתמש בטרנספורם פוריה או לפלס או דומיהם.

א) מצאו את תגובת המערכת לכניסת הלם. צייר את התגובה. האם המערכת סיבתית? נמק!

ב) מצא את תגובת המערכת לכניסה: $x(t) = \sin\omega_0 t\,[u(t+T) - u(t-T)]$

בתנאי התחלה אפס $\left(T = \frac{2\pi}{\omega_0}\right)$,

ג) עבור תשובתך לסעיף ב': צייר סכמתית את התגובה. בחן את התגובה שקבלת והשוה לתאוריה עבור: 1: האם הפונקציה רציפה

2: מהו רוחב הפולס (דהינו התחום בו התגובה שונה מאפס)?

③ מצא את תגובת המערכת לכניסה $x_2(t) = \sum_{n=0}^{\infty} u(t-nT)$

(בתנאי התחלה אפס).

צייר את התגובה. נמק כל שלב.

ניתן להשתמש ב-:

$$\sin\alpha\sin\beta = \tfrac{1}{2}\cos(\alpha-\beta) - \tfrac{1}{2}\cos(\alpha+\beta)$$
$$\cos\alpha\cos\beta = \tfrac{1}{2}\cos(\alpha-\beta) + \tfrac{1}{2}\cos(\alpha+\beta)$$
$$\sin\alpha\cos\beta = \tfrac{1}{2}\sin(\alpha+\beta) + \tfrac{1}{2}\sin(\alpha-\beta)$$

$M_1 = \frac{1}{2}(mH)$ לכ הנחנו: (1c)

$$\begin{cases} V_{in} = j\omega L_1 I_1 - j\omega M_1 I_2 + j\omega L_2 I_2 - j\omega M_1 I_1 \\ j\omega L_2 I_2 - j\omega M_1 I_1 = \frac{I_3}{j\omega C_1} + j\omega L_3 I_3 \end{cases}$$

$$I_1 = I_2 + I_3$$

$$V_{out} = j\omega L_3 I_3 - j\omega M_3 I_3 + \mu V_{in}$$

$$V_{in} = j\omega L_1 I_2 + j\omega L_1 I_3 - j\omega M_1 I_2 + j\omega L_2 I_2 - j\omega M_1 I_2 - j\omega M_1 I_3$$

$$= j\omega I_2 (L_1 - 2M_1 + L_2) + j\omega I_3 (L_1 - M_1)$$

$$j\omega L_2 I_2 - j\omega M_1 I_2 - j\omega M_1 I_3 = \frac{I_3}{j\omega C_1} + j\omega L_3 I_3$$

$$\cancel{j\omega} I_2 (L_2 - M_1) = \cancel{j\omega} I_3 \left(L_3 + M_1 - \frac{1}{\omega^2 C_1}\right)$$

$$I_2 = \underbrace{\left[\frac{L_3 + M_1 - \frac{1}{\omega^2 C_1}}{L_2 - M_1}\right]}_{B} I_3 = B I_3$$

$$I_3 = \frac{V_{in}}{j\omega}\left[\underbrace{\frac{1}{(L_1 - 2M_1 + L_2)B + (L_1 - M_1)}}_{A}\right] = \frac{V_{in}}{j\omega} \cdot A$$

$$I_2 = B I_3 = \frac{V_{in}}{j\omega} A \cdot B$$

$$\underline{V_{out}} = L_3 A V_{in} - M_3 V_{in} A + \mu V_{in} = \underline{V_{in}(L_3 A - M_3 A + \mu)}$$

נציב נתונים:

$$M_1 = M_3 = \tfrac{1}{2}\ mH$$

$$B = \frac{2 - 8}{1} = -6 \qquad A = \frac{1}{-6 + 0} = -\frac{1}{6}$$

$$V_{out} = V_{in}\left(-\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + 1\right) = \frac{11}{12} V_{in}$$

$$\rightarrow V_{out}(t) = \frac{11}{12} \cos(\omega t)$$

(ב) ההספק גדול אפס

(ג)

$$Z_{in} = \frac{V_{in}}{I_1} = \frac{V_{in}}{\frac{V_{in}}{j\omega} AB + \frac{V_{in}}{j\omega} A} = \frac{j\omega}{A(B+1)}$$

ב- ω_0 נגדיר $Z_{in} = 0$ $\leftarrow$ $A = \infty$ $\leftarrow$ $(L_1 - 2M_1 + L_2) B + L_1 - M_1 = 0$

$\Rightarrow \ldots$, $L_3 + M_1 - \frac{1}{\omega^2 C_1} = \ldots (L_2 \; M_1)$

$\Rightarrow \frac{Z}{\ldots} = \frac{1}{\ldots} \Rightarrow \ldots$

$V_{in} = L_1 \frac{d}{dt} I_1 + L_2 \frac{d}{dt} I_2$ ← $\frac{d}{dt}$ (3)

$L_2 \frac{d}{dt} I_2 = V_{c_1} + L_3 \frac{d}{dt} I_3$

$I_3 = C_1 \frac{dV_{c_1}}{dt}$

$I_1 = I_2 + I_3$

$L_2 = L_1 = L_3 = L$

$$\begin{cases} V_{in} = L \frac{d}{dt} (I_3 + 2I_2) \\ L \frac{d}{dt} (I_2 - I_3) = V_{c_1} \end{cases}$$

$\rightarrow V_{in} = L \frac{d}{dt} I_3 + 2V_{c_1} + 2L \frac{d}{dt} I_3 = 3L \frac{d}{dt} I_3 + 2V_{c_1}$

$$\boxed{V_{in} = 3LC_1 \ddot{V}_{c_1} + 2V_{c_1}}$$

$V_{out} = L_3 \frac{d}{dt} I_3 = L_3 C_1 \ddot{V}_{c_1}$

ZSR

$$\begin{cases} V_{c_1}(0^-) = 0 \\ \dot{V}_{c_1}(0^-) = \frac{1}{C_1} I_{L_3}(0^-) = 0 \end{cases}$$

$$\ddot{V}_{c_1} + \frac{2}{3LC_1} V_{c_1} = \frac{\delta(t)}{3LC_1}$$

$$\begin{cases} V_c(0^+) = 0 \\ \dot{V}_c(0^+) = \frac{1}{3LC_1} \\ \ddot{V}_{c_1} + \frac{2}{3LC_1} V_{c_1} = 0 \end{cases}$$

$\lambda^2 + \frac{2}{3LC_1} = 0 \qquad \lambda = \sqrt{\frac{2}{3LC_1}}\, j$

$V_{c_1}(t) = A \sin\left(\sqrt{\frac{2}{3LC_1}}\, t\right) + B \cos\left(\sqrt{\frac{2}{3LC_1}}\, t\right)$

$V_{c_1}(0^+) = 0 \rightarrow B = 0$

$\dot{V}_{c_1}(0^+) = \frac{1}{\ldots} \rightarrow \sqrt{\frac{2}{3LC_1}}\, A = \frac{1}{3LC_1}$ $\quad \boxed{A = \sqrt{\frac{1}{6LC_1}}}$

$\boxed{V_{c_1}(t) = \sqrt{\frac{1}{6LC_1}} \sin\left(\sqrt{\frac{2}{3LC_1}}\, t\right) u(t)} \rightarrow \dot{V}_{c_1} = \frac{1}{3LC_1} \cos\left(\sqrt{\frac{2}{3LC_1}}\, t\right) u(t)$

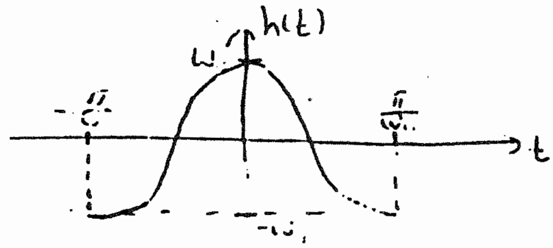
$$\boxed{\ddot{V}_{C_1} = \left[-\sqrt{\frac{2}{3LC_1}}\left(\frac{1}{3LC_1}\right) \sin\left(\sqrt{\frac{2}{3LC_1}}\, t\right) u(t) + \frac{1}{3LC_1}\, \delta(t)\right] L_f}$$

$$\sqrt{\frac{2}{3LC_1}} = \sqrt{\frac{4}{3}} \times 10^{?}$$

2 א)

$$h(t) = \frac{d}{dt} y_u(t) = \begin{cases} \omega_0 \cos(\omega_0 t) & |t| < \frac{T}{2} - \frac{\pi}{\omega_0} \\ 0 & \text{אחרת} \end{cases}$$

לכן $y_u(t)$



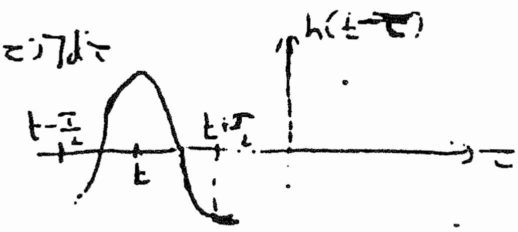
המערכת לא סיבתית כיוון ש מתקיים:

$h(t<0) \neq 0$!

ב) עבור $t < -\frac{3T}{2}$, $y(t) = 0$

עבור $-\frac{3T}{2} < t < -\frac{T}{2}$:

$$y(t) = \int_{-T}^{t+\frac{T}{2}} \omega_0 \sin(\omega_0 \tau) \cos[\omega_0(t-\tau)] d\tau$$



נשתמש ב: $\sin\alpha \cos\beta = \frac{1}{2}[\sin(\alpha-\beta) + \sin(\alpha+\beta)]$

$$\Rightarrow y(t) = \frac{\omega_0}{2} \int_{-T}^{t+\frac{T}{2}} \sin[\omega_0(2\tau - t)] d\tau + \frac{\omega_0}{2} \int_{-T}^{t+\frac{T}{2}} \sin(\omega_0 t) d\tau = \left(t + \frac{3T}{2}\right) \frac{\omega_0}{2} \sin(\omega_0 t)$$

עבור $-\frac{T}{2} < t < \frac{T}{2}$

$$y(t) = \frac{\omega_0}{2} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} [\sin[\omega_0(2\tau - t)] d\tau + \sin(\omega_0 t)] d\tau = \pi \sin(\omega_0 t)$$

ניתן לראות שיש רציפות ב- $t = -\frac{T}{2}$!

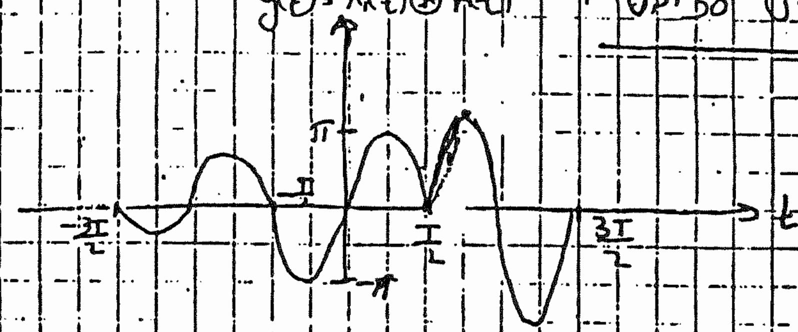
עבור $\frac{T}{2} < t < \frac{3T}{2}$

$$y(t) = \frac{\omega_0}{2} \int_{t-\frac{T}{2}}^{T} [\sin[\omega_0(2\tau - t)] d\tau + \sin(\omega_0 t)] d\tau = \left(\frac{T}{2} - t\right) \frac{\omega_0}{2} \sin(\omega_0 t)$$

וגם ב- $t = \frac{T}{2}$ $y(t)$ רציפה !

עבור $t > \frac{3T}{2}$, $y(t) = 0$

ג) שרטוט סופי: $y(t)=x(t)\circledast h(t)$



ד) הפונקציה רציפה זה בגלל כיוון שעשינו קונבולוציה
בין שתי פונקציות שרק יש אי רציפות מסדר ראשון
אינטגרל הקונבולוציה, מחליק אי רציפות מסדר ראשון
והופך אותה לרציפה.

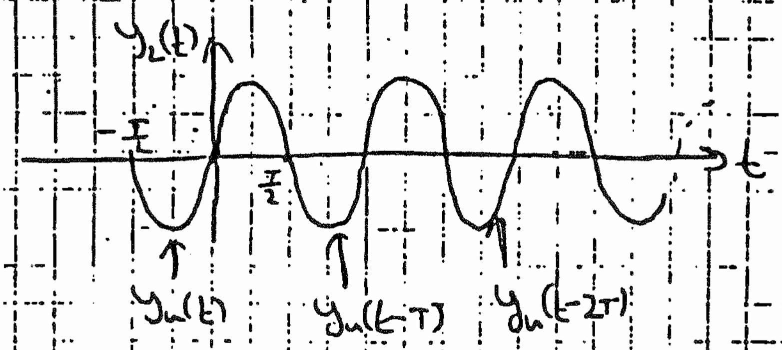
ה) קיבלנו שהרוחב הכולל הוא: $\frac{3T}{2}+\frac{3T}{2}=3T$

וזה בגלל שרוחב המשולב קטן מ T

והמקום הכולל הוא $2T$ ולא $3T$

ו)

$$y_2(t)=\sum_{n=0}^{\infty} y_u(t-nT)$$



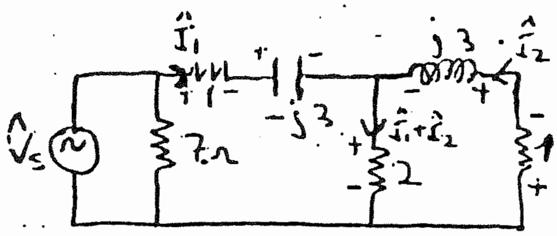
$$\Rightarrow y_2(t)=\sin(\omega_0 t)\,u\!\left(t+\frac{T}{2}\right)$$

פתרון שאלה 3

א) סופרפוזיציה

עבור $\hat{V}_s$:

$\hat{V}_s = 14$



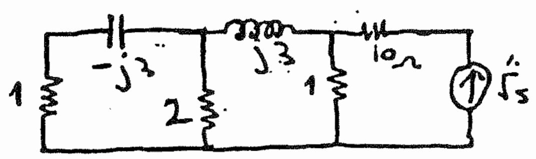
$$\begin{cases} \hat{V}_s = \hat{I}_1(1-j3) + 2(\hat{I}_1+\hat{I}_2) \\ 0 = \hat{I}_2(1+j3) + 2(\hat{I}_1+\hat{I}_2) \end{cases}$$

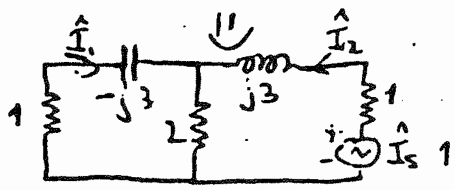
$$\begin{bmatrix} 3-3j & 2 \\ 2 & 3+j3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \hat{I}_1 \\ \hat{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \hat{I}_1 = 3+j3 \\ \hat{I}_2 = -2 \end{cases}$$

$$\rightarrow \hat{I}_{R_1} = \hat{I}_1 + \hat{I}_2 = 1+j3 = 3.16\angle 71.57^\circ$$

עבור $\hat{I}_s$:

$\hat{I}_s = 14$





$$\begin{cases} 0 = \hat{I}_1(1-j3) + 2(\hat{I}_1+\hat{I}_2) \\ 1\cdot\hat{I}_s = \hat{I}_2(1+j3) + 2(\hat{I}_1+\hat{I}_2) \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 3-j3 & 2 \\ 2 & 3+j3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \hat{I}_1 \\ \hat{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 14 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \hat{I}_1 = -2 \\ \hat{I}_2 = 3-j3 \end{cases}$$

$$\hat{I}_{R_2} = \hat{I}_1 + \hat{I}_2 = 1-j3$$

כיוון שהגדלים באותו תדר!

$$\hat{I}_R = \hat{I}_{R_1} + \hat{I}_{R_2} = 2 \Rightarrow i_R(t) = 2\cos(5t)$$

ב) ההספק הממוצע על הנגד R!

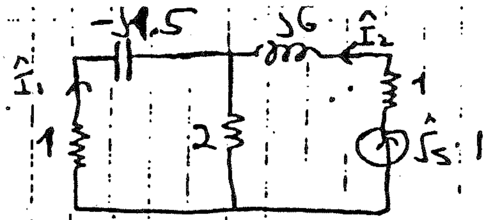
$$P_{R_{avg}} = \frac{1}{2}|\hat{I}_R|^2 \cdot R = 4W$$

ג) ① כאשר $I_s(t)$ הוא בתדר כפול וכן:

(עבור $\hat{V}_s$ דבר לא השתנה).

$j3 \rightarrow j6$

$-j3 \rightarrow -j1.5$



$$\begin{cases} 0 = \hat{I}_1(1-j1.5) + 2(\hat{I}_1+\hat{I}_2) \\ 1\cdot\hat{J}_S = \hat{I}_2(1+j6) + 2(\hat{I}_1+\hat{I}_2) \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 3-j1.5 & 2 \\ 2 & 3+j6 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \hat{I}_1 \\ \hat{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 14 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \hat{I}_1 = -1.04 + j1 \\ \hat{I}_2 = 0.81 - j2.28 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \hat{I}_{R_2} = -0.23 - j1.28 = 1.3\angle{-100.27^\circ}$$

$$i_{R_2}(t) = 1.3\cos(10t - 100.27^\circ)$$

$$\Rightarrow i_R(t) = 3.16\cos(5t + 71.57^\circ) + 1.3\cos(10t - 100.27^\circ)$$

(ב) מאחר שמדובר בתדר שונה (תדר שכפול מזה),
אזי ישנו בין מחובר משולב של שני מוגדר כמוגדר
(כפי שכן המחובר הראשון וגם המתאים ל- $\omega = 5 \frac{rad}{sec}$)

עבור $\omega = 5\frac{rad}{sec}$ $P_{R_{av}} = \frac{1}{2}3.16^2 \cdot 2 = 9.99_W$
(רגילה

עבור $\omega = 10\frac{rad}{sec}$ $P_{R_{av}} = \frac{1}{2}1.3^2 \cdot 2 = 1.69$

$$P_{R_{av}}^{total} = 11.68\,W$$

אוניברסיטת תל-אביב
הפקולטה להנדסה

21

ת.ז. [redacted]

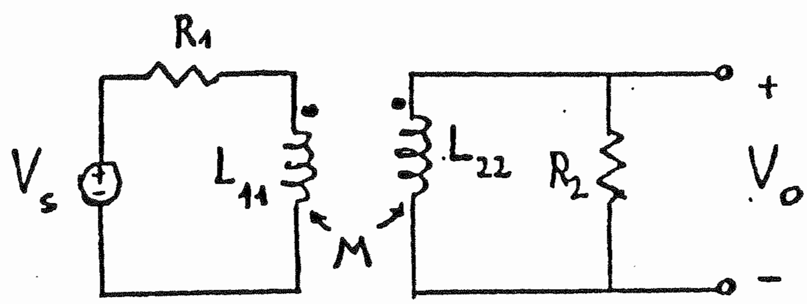
בחינת מעבר מועד ב׳
סמסטר ב׳ תשנ״ב
מועד הבחינה: 16.8.92
משך הבחינה: 3 שעות

<u>בחינה ב״מבוא להנדסת חשמל״</u>
פרופ׳ שי רושין

עליך לענות על כל השאלות.
הבחינה ללא חומר עזר למעט דף נוסחאות פוליו יחיד ואישי.
יש לרשום את שם ומספר הסטודנט על דף הנוסחאות.

<u>אלה מס׳ 1 (40%)</u>

נון מעגל המורכב משני משרנים צמודים ושני נגדים כמצוייר



א. רשום משוואה דיפרנציאלית המקשרת בין מתח המקור (מבוא) - V_s והתגובה - V_o.

ב. חשב את האנרגיה האצורה במערכת המשרנים כפונקציה של הזמן, עבור מבוא מדרגה $V_s = u(t)$ ועבור הערכים הבאים:

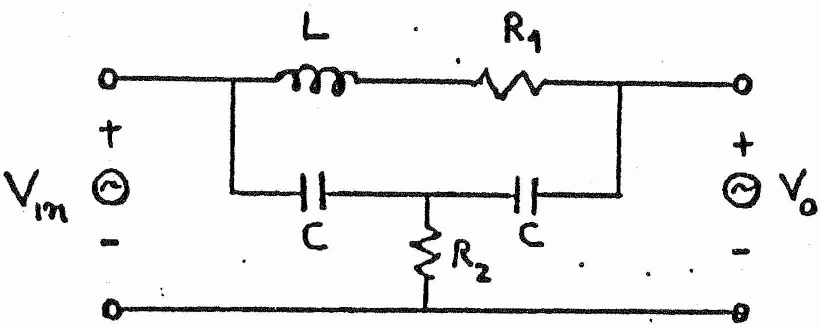
$L_{11}=5H,\ L_{22}=2H,\ M=3H,\ R_1=2\Omega,\ R_2=2\Omega$.

ג. הוכח שעבור צימוד מלא בין 2 המשרנים, $(k=1)$, המעגל הופך למעגל מסדר ראשון.
שרטט סכימה של מעגל שקול (מסדר I), למקרה זה. (אין צורך לחשב את ערכי הרכיבים).

22

<u>שאלה מס' 2 (30%)</u>

א. במעגל שלפניך מצא את פונקצית התמסורת



$$H(w) = \left|\frac{V_o}{V_{in}}\right|$$

ב. מה ערכו של מתח המוצא $|V_0|$, אם נתון:

$|V_{in}|=1V,\ w=100\ rad/s,\ C=0.01F,\ L=1H,\ R_1=10\Omega,\ R_2=20\Omega$

ג. הוכח כי כדי שמתח היציאה ישווה לאפס ($V_0=0$), חייבים להתקיים התנאים הבאים:

$$w^2C^2R_1R_2=1 \quad ; \quad w=\sqrt{2/LC}$$

כאשר w הינו תדר מתח הכניסה.

<u>שאלה מס' 3 (30%)</u>

במעגל המתואר בציור הבא, מצא את הזרמים:

$I_0,\ I_1,\ I_2,\ I_3$ (כמסומן), כתלות בזמן.

<u>נתונים:</u>

$I_s=1A$ (מקור DC)

$U_0=10V$ (מקור DC)

$U_1=100\cos(300t)\ V$

$U_2=100\cos(300t-30^\circ)\ V$

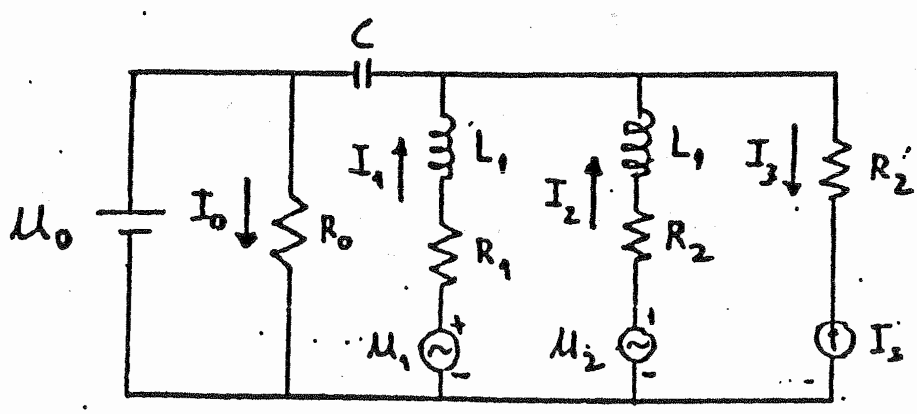
$C_0=33\frac{1}{3}\ \mu F$

$R_0=10\Omega$

$R_1=50\Omega$

$R_2=100\Omega$

$L_1=100mH$



בהצלחה!