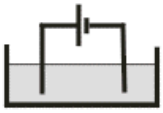
פרק 1: מעגלים מקובצים וחוקי קירכהוף.

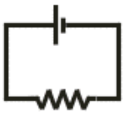
קיימים שני סוגי מעגלים: מקובצים (lumped circuits) ומפולגים (distributed circuits).
אנו נעסוק רק במעגלים מקובצים כיוון שהם פשוטים יותר לניתוח ובעזרתם ניתן לחקור גם מעגלים מפולגים.

אלמנט מקובץ: אלמנט בעל גודל זניח, או ליתר דיוק גודל נקודתי. לדוגמא: נגדים, קבלים, סלילים, מקורות, שנאים.
לאלמנט מקובץ שתיים או יותר יציאות. עבור אלמנט עם שתי יציאות, הזרם הזורם באלמנט והמתח עליו הם חד משמעיים, כלומר חוקי קירכהוף (שנלמד בפירוט בהמשך הפרק) חלים עליהם.

אלמנט לא מקובץ: כל אלמנט מעשי הוא אלמנט לא מקובץ, כיוון שיש לו גודל סופי. חוקי קירכהוף אינם חלים עליהם.
דוגמא:



יהפוך למודל המקובץ

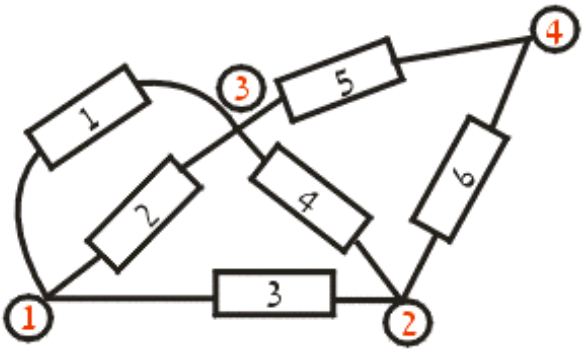


הבא:

מעגל מקובץ: מעגל המורכב מרכיבים מקובצים.

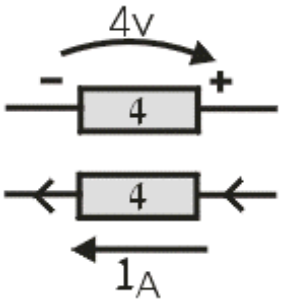
הגדרות: יציאות האלמנט המקובץ נקראות ענפים (Branches), הצטלבויות הענפים נקראות צמתים (nodes).

בדוגמא שלהלן מתוארת שיטת הסימון.
הענפים מסומנים במספרים: 1,2,3,4
והצמתים במספרים עם עיגול.



אנליזה של מעגל: דרך כל ענף עובר זרם ועל כל ענף יש מפל מתח. המידע על המעגל הוא מושלם אם ידועים כל הזרמים והמתחים על כל הענפים בכל רגע נתון.

כיווני יחוס: כדי לציין את הזרמים והמתחים דרושים כיווני יחוס. למשל: כשנמצא שהמתח על ענף 4 הוא 4 volt והזרם 1 Amper, יש לתת כיוון למתח ולזרם. זאת נעשה ע"י:

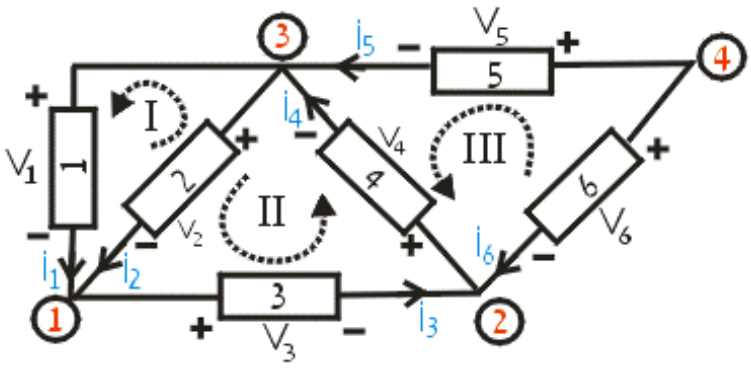


עבור מתח - קביעת סימנים + ו -

עבור זרם קביעת כיוון

למעשה ניתן לקבוע את כיווני הזרם והמתח באופן שרירותי, אבל מקובל לסמן שהזרם זורם מ: + ל: - באלמנט רגיל ולהפך באלמנט שהוא מקור.
במידה ופעלנו לפי ההסכמה הזאת נאמר שהמתח והזרם מתואמים.

כדי להמחיש זאת בואו נסמן את המעגל שבדוגמא:



הספקים: סיבה טובה לעבוד בתאום היא לטובת חישוב ההספק המסופק לענף/מהענף הנדון: כאשר המתח והזרם מתואמים, ההספק שווה בדיוק ל V*I.
סימן ההספק: עבור מקורות, הספק המסופק ע"י המקור הוא חיובי. עבור שאר האלמנטים, הספק שנצרך ע"י האלמנט הוא חיובי.
נאמר שרכיב מספק הספק אם כיוון הזרם והמתח עליו זהים, וצורך הספק אם כיוון הזרם דרכו מנוגד לכיוון המתח עליו.
לדוגמא: בנגד תמיד נקבל V*I>0 (הוא תמיד צורך הספק) ואילו במקור, קבל וסליל נקבל: V*I>0 או V*I<0 (הם יכולים גם לספק וגם לצרוך הספק).

כעת נראה מהם החוקים הבסיסיים המתקיימים במעגל מקובץ.

חוק הזרמים של קירכהוף: KCL Kirchhof s Current Law

ידוע גם בשם חוק הצמתים.

עבור כל מעגל מקובץ, בכל צומת ובכל זמן הסכום האלגברי של כל זרמי הענפים היוצאים מהצומת - הוא אפס.

נחזור למעגל שבדוגמא לעיל:
ניתן לרשום את ארבעת המשוואות הבאות המתייחסות לכל אחד מהצמתים לפי מספרם:

$$\left.\begin{array}{ll} 1) & i_3 - i_1 - i_2 = 0 \\ 2) & i_4 - i_3 - i_6 = 0 \\ 3) & i_1 + i_2 - i_4 - i_5 = 0 \\ 4) & i_5 + i_6 = 0 \end{array}\right\} \text{בכל זמן } t$$

נשים לב כי משוואה אחת תלויה. במקרה זה:

$$-(1)-(3) \Rightarrow \quad i_4 - i_3 + i_5 = 0$$
$$(2) \Rightarrow \quad i_4 - i_3 - i_6 = 0$$
$$-(1)-(3)-(2) \Rightarrow \quad i_5 + i_6 = 0 \Rightarrow (4)$$

ולכן משוואה (4) היא המשוואה התלויה.

הוכחת החוק נעשית תוך שימוש בחוק שמור המטען בנקודות הצומת: $\nabla J = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$, כאשר J הוא שטף הזרם,

ρ הוא המטען וברור כי ρ הוא קבוע, כלומר $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ בצמתים.

או בניסוח האינטגרלי: $\oiint \bar{J} \cdot dn = -\frac{d\rho}{dt}$ (נובע ממשואות מקסוול).

חוק המתחים של קירכהוף: KVL Kirchhof s Voltage Law

ידוע גם בשם חוק העניבות.

הגדרה: **עניבה (חוג)** היא כל מסלול סגור במעגל (Loop).

עבור כל מעגל מקובץ, בכל עניבה ובכל זמן הסכום האלגברי של כל מתחי הענפים הוא אפס.

החוק נובע מחוק שימור האנרגיה משום שהשדה החשמלי בתוך המעגל הוא שדה משמר.
בדוגמא שלנו: ראשית נקבע את כיוון העניבות באופן שרירותי (ראה שרטוט המעגל). לאחר מכן רושמים משוואה עבור כל עניבה לפי מספרה:

1) $V_1 - V_2 = 0$

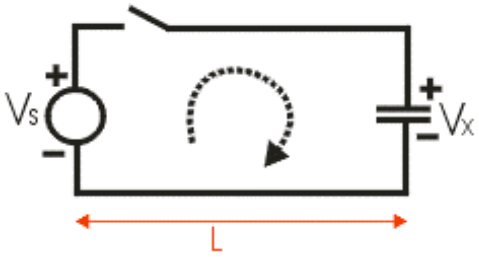
2) $V_2 + V_3 + V_4 = 0$

3) $V_5 - V_6 = 0$

ניתן כמובן לקבוע עניבות נוספות אך כל המשוואות הנוספות יהיו תלויות, כלומר ניתן לרשום רק 3 משוואות בלתי תלויות במקרה זה.

כמה נעלמים יש בבעיה זו? 6 זרמים ו- 6 מתחים. סה"כ 12 נעלמים.
כמה משוואות? מ- KCL קיבלנו 4 משוואות (אבל אחת מהן תלויה!)
מ- KVL קיבלנו עוד 3 משוואות ב"ת.
את שאר המשוואות נשיג מהמשוואות האופייניות המקשרות בין המתח לזרם בענף.

תנאי הכרחי לקיום החוקים:
ניקח את המעגל הפשוט הבא:



מיד בסגירת המתג, הקבל עדיין לא מרגיש את המתח ולכן חוק המתחים אינו מתקיים. ננסח זאת מספרית:
לפי חוק המתחים:

$$V_x - V_s = 0 \quad \Rightarrow \quad V_x = V_s$$

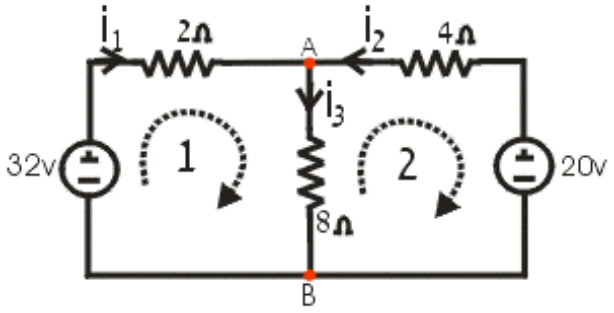
אבל זה לא נכון בזמן $t = 0+$.

עבור $t >> \frac{L}{c}$ כאשר c = מהירות האור, כמובן שאין בעיה (הרי מהירות התפשטות המתח ודאי קטנה/שווה למהירות האור) וחוק המתחים מתקיים. נסמן זמן זה ב: $t=T$.

אם ניקח $L=3m$ $\Leftarrow$ $T >> \frac{L}{c} = \frac{3}{3 \cdot 10^8} = 10^{-8}_{sec}$, כלומר מעל 10 nsec ניתן להניח כי מתקיימים חוקי קירכהוף.

נציין שבמתקן אלקטרוני העובד בתדר של 250MHz, זמני המיתוג הינם 4 nsec.

<u>דוגמא לסיכום חוקי קירכהוף</u>:



נתבונן במעגל הבא:

נרצה למצוא את כל הזרמים במעגל.

פתרון:

KCL

$$\Sigma i_a = 0 \quad \Rightarrow \quad i_1 + i_2 - i_3 = 0$$
$$\Sigma i_b = 0 \quad \Rightarrow \quad -i_1 - i_2 + i_3 = 0$$

KVL

$$-32 + 2i_1 + 8i_3 = 0 \qquad (1)$$
$$-4i_2 - 8i_3 + 20 = 0 \qquad (2)$$
$$-12 + 2i_1 - 4i_2 = 0 \qquad (1) + (2)$$
$$-24 + 4i_1 - 8i_2 = 0 \qquad ((1)+(2))*2 = (3)$$

נציב: $i_3 = i_1 + i_2$ במשוואה (1) ונקבל:

$$-32 + 10i_1 + 8i_2 = 0 \qquad (4)$$

נחבר את (3) + (4) ונקבל:

$$-56 + 14i_1 = 0$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{i_1 = 4_A \qquad i_2 = -1_A \qquad i_3 = 3_A}$$