נערך ונכתב ע"י מתן דישון

תרגול מספר 7 - כוח לורנץ

הקדמה:

כוח לורנץ = הכוח הפועל על מטען חשמלי Q בעל מהירות $\vec{v}$ בשדה מגנטי $\vec{B}$.

$$\boxed{\vec{F}_{\text{Lorentz}} = Q\left(\vec{v}\times\vec{B}\right)}$$

עד כה למדנו על הכוח קולון = הכוח הפועל על מטען חשמלי Q בשדה חשמלי $\vec{E}$

$$\vec{F}_{\text{Coloumb}} = Q\cdot\vec{E}$$

לכן הכוח הכולל הפועל על מטען Q הוא סופרפוזיציה של לורנץ וקולון:

$$\boxed{\vec{F} = Q\left(\vec{E}+\vec{v}\times\vec{B}\right)}$$

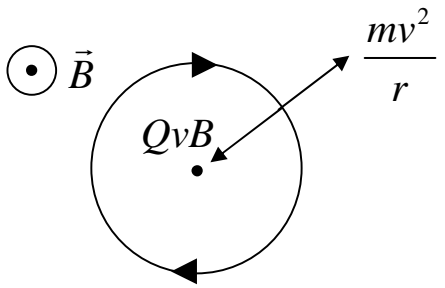
הכוח הפועל על תיל הנושא זרם I:

$$\vec{F} = I\int\left(d\vec{l}\times\vec{B}\right)$$

כאשר המסלול הולך עם כיוון הזרם (עם התיל).

תנועה ציקלוטרונית:

חלקיק בעל מסה m מטען Q ומהירות $\vec{v}$ הניצבת לשדה מגנטי אחיד $\vec{B}$ ינוע בתנועה מעגלית ברדיוס r.



$$\frac{mv^2}{r} = QvB \Rightarrow \boxed{r = \frac{mv}{QB}}$$

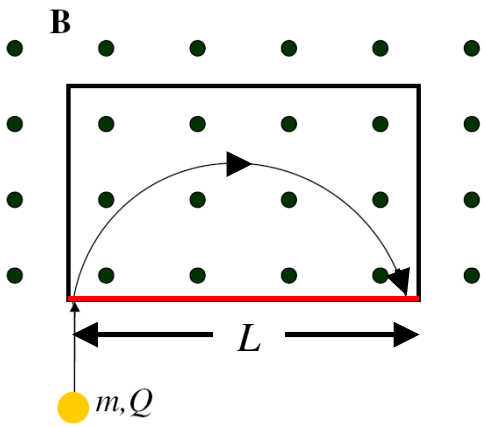
תדירות הציקלוטרון

$$\boxed{\omega = \frac{v}{r} = \frac{QB}{m}}$$

תרגיל 1

יש לתכן "ספקטרומטר חלקיקים" אשר צריך למדוד מסות של חלקיקים טעונים בעלי מסה $m = 197\ \left[m_p\right]$, מטען $Q = 79\ \left[e\right]$ ומהירות $v = 1\times10^{-5}\ \left[\frac{\text{m}}{\text{sec}}\right]$.

- מהו גודלו של השדה המגנטי הדרוש על מנת שאורך המכשיר L לא יעלה על מטר אחד? תנו תשובה בטסלה.



פתרון 1

א) נשתמש במשוואה שקיבלנו לרדיוס הסיבוב

$$r = \frac{mv}{QB}$$

$$B = \frac{mv}{Qr}$$

נציב את הפרמטרים (ביחידות המתאימות)

$$m = 197\ \left[m_p\right] = 197\ \left[m_p\right]\cdot1.67\times10^{-27}\left[\frac{\text{Kg}}{\text{proton}}\right] = 3.28\times10^{-25}\left[\text{Kg}\right]$$

$$Q = 79\ \left[e\right] = 79\ \left[e\right]\cdot1.6\times10^{-19}\left[\frac{\text{C}}{\text{electron}}\right] = 1.26\times10^{-17}\left[\text{C}\right]$$

$$v = 1\times10^{5}\left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{sec}}\right]$$

$$r = 0.5\ [\mathrm{m}]$$

$$B = \frac{mv}{Qr} = \frac{3.28\times10^{-25}[\mathrm{Kg}]\cdot1\times10^{5}\left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{sec}}\right]}{1.26\times10^{-17}[\mathrm{C}]\cdot0.5\ [\mathrm{m}]} = 5.2\times10^{-3}\left[\frac{\mathrm{Kg}}{\mathrm{C}\cdot\mathrm{sec}}\right]$$

האם $\left[\frac{\mathrm{Kg}}{\mathrm{C}\cdot\mathrm{sec}}\right] \overset{?}{=} [\mathrm{Tesla}]$

נבדוק:

נתחיל מלורנץ

$$\vec{F}_{\mathrm{Lorentz}} = Q\left(\vec{v}\times\vec{B}\right)$$

נרשום את המשוואה ביחידות.

$$\left[\mathrm{Kg}\cdot\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{sec}^2}\right] = [\mathrm{C}]\left(\left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{sec}}\right]\times[B]\right)$$

$$\left[\mathrm{Kg}\cdot\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{sec}^2}\right] = \left[\mathrm{C}\cdot\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{sec}}\right][B]$$

$$\left[\frac{\mathrm{Kg}}{\mathrm{C}\cdot\mathrm{sec}}\right] = [B]$$

כלומר

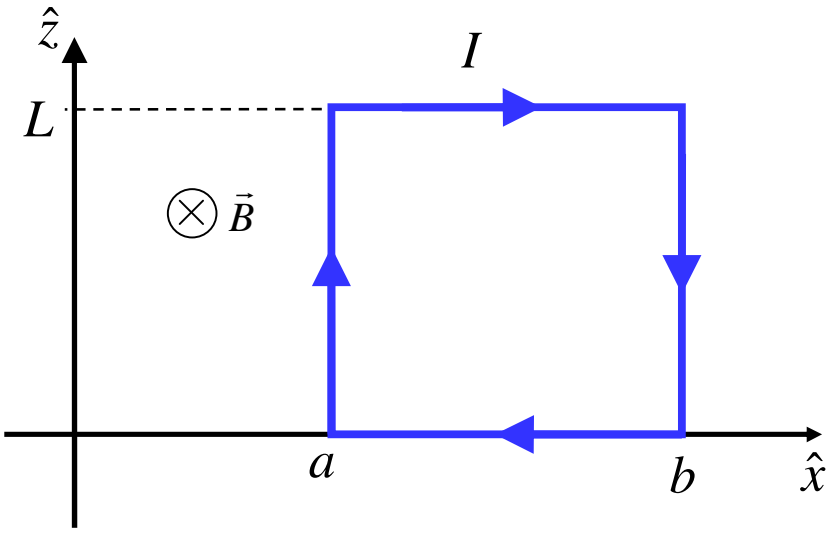
$$B = 5.2\times10^{-3}[\mathrm{T}]$$

תרגיל 2

נתונה מסגרת קשיחה (מסומנת בכחול) הנושאת זרם I. המסגרת נמצאת בשדה מגנטי המשתנה עם המקום לפי:

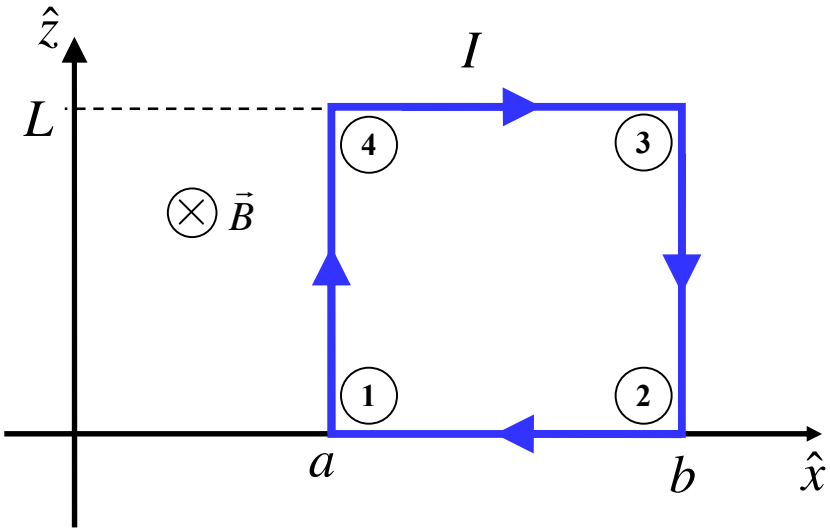
$$\vec{B}(x) = \frac{B_0}{x}\hat{y}$$

- לחשב את הכוח הכולל הפועל על המסגרת



פתרון 2

נמספר את פינות המסגרת.



ראשית נחשב את כיוון הכוח על כל אחת מהצלעות לפי כלל יד ימין. נעשה זאת על מנת לוודא בסוף שלא תעינו בסימנים במהלך החישוב.

הזרם החשמלי ניצב לשדה המגנטי בכל אחת מצלעות המסגרת. לכן לפי כלל יד ימין (או חישוב קרוס):

$$\hat{z}\times\hat{y}=-\hat{x}\ :\ [1,4]$$

$$\hat{x}\times\hat{y}=\hat{z}\ :\ [4,3]$$

$$(-\hat{z})\times\hat{y}=\hat{x}\ :[3,2]$$

$$(-\hat{x})\times\hat{y}=-\hat{z}\ :[2,1]$$

עכשיו נחשב את הכוח (גודל וכיוון) על כל אחת מהצלעות:

$$\vec{F}_{[1,4]}=I\int d\vec{l}\times\vec{B}(x=a)=I\int_0^L dz\hat{z}\times\frac{B_0}{a}\hat{y}=I\int_0^L\frac{dzB_0}{a}(\hat{z}\times\hat{y})=$$

$$=\frac{IB_0}{a}(-\hat{x})\int_0^L dz=\boxed{\frac{IB_0L}{a}(-\hat{x})}$$

$$\vec{F}_{[3,2]}=I\int d\vec{l}\times\vec{B}(x=b)=I\int_L^0 dz\hat{z}\times\frac{B_0}{b}\hat{y}=I\int_L^0 dz\frac{B_0}{b}(\hat{z}\times\hat{y})=$$

$$=\frac{IB_0}{b}(-\hat{x})\int_L^0 dz=\boxed{\frac{IB_0L}{b}(\hat{x})}$$

$$\vec{F}_{[4,3]}=I\int d\vec{l}\times\vec{B}(x)=I\int_a^b dx\hat{x}\times\frac{B_0}{x}\hat{y}=I\int_a^b dx\frac{B_0}{x}(\hat{x}\times\hat{y})=$$

$$=IB_0(\hat{z})\int_a^b\frac{1}{x}dx=\boxed{IB_0\ln\left(\frac{b}{a}\right)(\hat{z})}$$

$$\vec{F}_{[2,1]} = I\int d\vec{l} \times \vec{B}(x) = I\int_b^a dx\hat{x} \times \frac{B_0}{x}\hat{y} = I\int_a^b dx\frac{B_0}{x}(\hat{x}\times\hat{y}) =$$

$$= IB_0(\hat{z})\int_b^a \frac{1}{x}dx = \boxed{IB_0 \ln\left(\frac{b}{a}\right)(-\hat{z})}$$

הכוח הכולל הפועל על המסגרת הוא סכום הכוחות הפועלים על הצלעות.

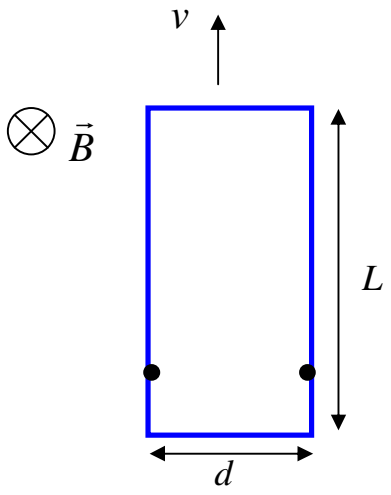
$$\vec{F} = \vec{F}_{[1,4]} + \vec{F}_{[4,3]} + \vec{F}_{[3,2]} + \vec{F}_{[2,1]}$$

$$\vec{F} = \frac{IB_0L}{a}(-\hat{x}) + \cancel{IB_0 \ln\left(\frac{b}{a}\right)(\hat{z})} + \frac{IB_0L}{b}(\hat{x}) + \cancel{IB_0 \ln\left(\frac{b}{a}\right)(-\hat{z})} =$$

$$= \boxed{IB_0L\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right)(\hat{x})}$$

תרגיל 3

נתון פס מתכת באורך L, רוחב d ועובי w הנע במהירות קבועה v בניצב לשדה מגנטי B כמוראה בציור.

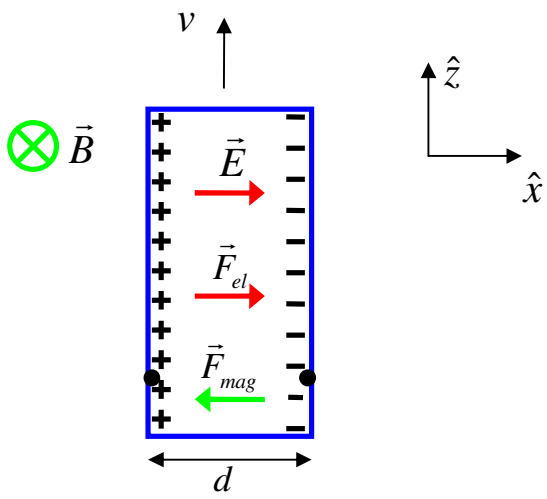


בין שני צידי הפס (המגעים מסומנים בנקודות שחורות) נמדד הפרש פוטנציאלים V

- לחשב את מהירות הפס v.

פתרון 3

בשיווי משקל (לאחר מספיק זמן) יצטברו מטענים חיוביים בצד שמאל של הפס ומטענים שליליים בצד ימין של הפס. מספר המטענים יהיה כזה שהכוח החשמלי שיפעל על מטענים נוספים במתכת יאפס בדיוק את הכוח המגנטי הפועל עליהם.



הכוח החשמלי הפועל על מטען במתכת הוא:

$$\vec{F}_{el} = eE\hat{x}$$

כאשר E הוא כמובן השדה החשמלי ו e הוא מטען האלקטרון.

הכוח המגנטי הפועל על מטען במתכת הוא:

$$\vec{F}_{mag} = e\vec{v} \times \vec{B} = evB\left(-\hat{x}\right)$$

בשיווי משקל סכום הכוחות הוא 0 ולכן:

$$E = vB$$

את E נחשב מתוך הפרש הפוטנציאלים המדוד:

$$E = \frac{V}{d}$$

לבסוף קיבלנו ביטוי למהירות:

$$v = \frac{E}{B} = \frac{V}{Bd}$$