נערך ונכתב ע"י מתן דישון

תרגול מספר 9

כא"מ וחוק פאראדיי

הקדמה:

כוח אלקטרומניע (כא"מ):

$$\underline{\text{אנרגיה ליחידת מטען}}\ \mathcal{E} = \oint_{\text{Loop}} \vec{f} \cdot d\vec{l}$$

שימו לב שהשם "כוח אלקטרומניע" הוא מטעה מפני שכא"מ אינו כוח.

$\vec{f}$ הוא כוח ליחידת מטען, יכול להיות ממקורות שונים כפי שנראה, לדוגמא שדה חשמלי.

ל $\mathcal{E}$ אותן יחידות כמו למתח חשמלי.

חוק פאראדי:

$$\boxed{\mathcal{E} = -\frac{\partial \Phi_{magnetic}}{\partial t}}$$

כאשר

$$\Phi_{magnetic} = \oiint_{\substack{\text{Area bound}\\ \text{by loop}}} \vec{B} \cdot d\vec{a}$$

תפקיד המינוס הוא להגדיר את כיוון הכא"מ.

חוק לנץ: כיוון הכא"מ הוא תמיד כזה שהזרם שנוצר כתוצאה ממנו, יוצר בעצמו שדה מגנטי שמקטין את שינוי השטף שיצר את הכא"מ.

הדרך הפשוטה לחשב את כיוון הכא"מ הוא ע"י כלל יד ימין נוסף, כלל יד ימין של הכא"מ אומר כך:

בחישוב הכא"מ אנו עוברים דרך חישוב השטף המגנטי ובו הגדרה של שטח. לשטח ($d\vec{a}$) יש כיוון.

על פי כלל יד ימין של הכא"מ, אם נצביע באגודל ימין בכיוון השטח (בכיוון $d\vec{a}$) אז:

אם $\mathcal{E} > 0$ אז הזרם הוא בכיוון אצבעות יד ימין (מטענים חיוביים נטו נעים בכיוון האצבעות).

אם $\mathcal{E} < 0$ אז הזרם הוא נגד כיוון אצבעות יד ימין.

אם נאחד את ההגדרות של כא"מ נקבל:

$$\boxed{\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\oiint_{\substack{\text{area bound}\\ \text{by loop}}} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{a}}$$

משוואה זו מראה לנו ששדה מגנטי אשר משתנה בזמן יוצר שדה חשמלי.

תרגיל 1

נתון תיל אינסופי הנושא זרם I. בסמוך לתיל (אך ללא מגע) שלוש מסגרות מוליכות המסומנות A , B ו C בעלות התנגדות זהה. (הניחו שהמסגרות רחוקות מאוד ואינן משפיעות זו על זו).

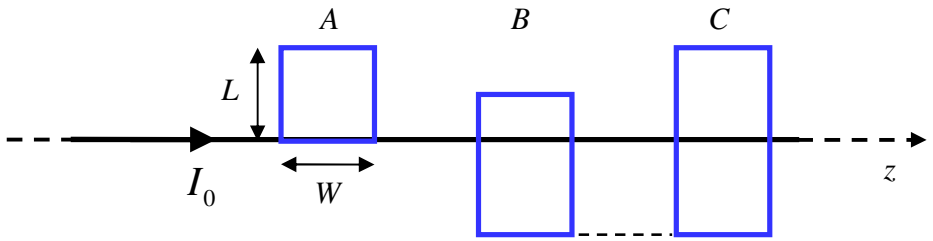
מימדי המסגרות הם:

$$A = L \times W$$

$$B = 1.5L \times W$$

$$C = 2L \times W$$

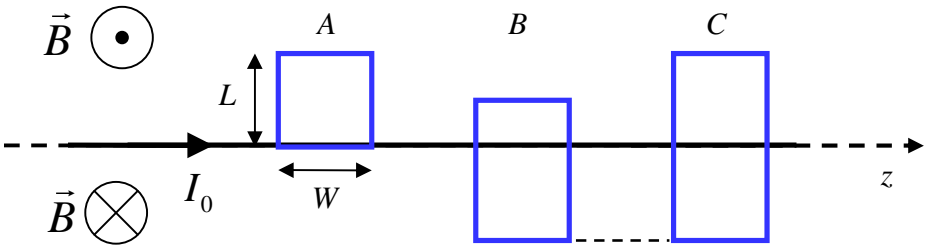
מסגרת C ממוקמת באופן סימטרי ביחס לתיל.



- לסדר את המסגרות לפי גודל השטף המגנטי דרכם.

פתרון 1

השטף המגנטי דרך המסגרת הגדולה הוא 0. מפני שהשטף דרך חלק המסגרת שמעל התיל מתקזז עם השטף דרך החלק התחתון.



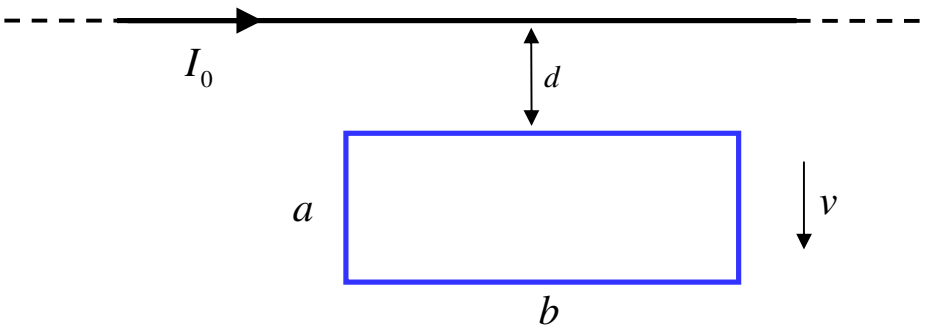
במסגרת הבינונית השטף המגנטי דרך חלקה התחתון שווה לשטף המגנטי דרך המסגרת הקטנה. מהגודל הזה יש לחסר את השטף דרך החלק העליון ולכן סה"כ השטף דרך המסגרת הבינונית קטן מהשטף דרך המסגרת הקטנה.

בסה"כ קיבלנו שהשטף במסגרת הקטנה הוא הגדול ביותר, אחר כך השטף בבינונית ובסוף השטף בגדולה (=0).

$$|\Phi_A| > |\Phi_B| > |\Phi_C| = 0$$

תרגיל 2

נתונה מסגרת תיל מלבנית $a \times b$ בעלת התנגדות R. המסגרת מתרחקת במהירות קבועה, v, מתיל אינסופי ישר הנושא זרם (קבוע וחיובי) I_0 כמוראה בציור.



ברגע $t=0$ המרחק בין המסגרת לתיל הוא d.

לחשב את כיוונו ואת גודלו של הזרם המושרה במסגרת כתוצאה מהשד"מ של התיל האינסופי.

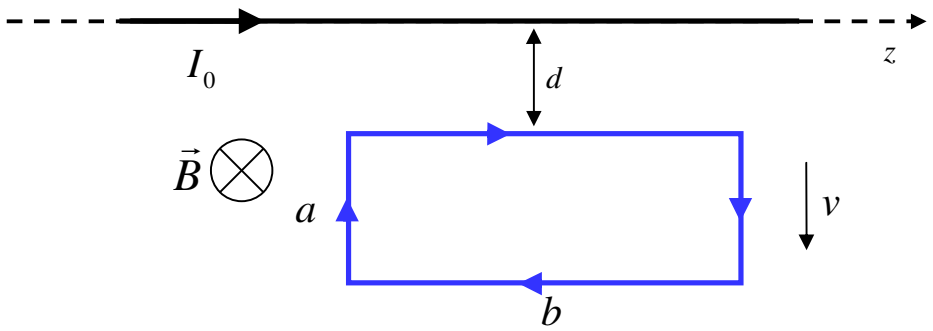
פתרון 2

השדה המגנטי שיוצר התיל האינסופי הוא:

$$\vec{B}(r) = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi r}\hat{\theta}$$

השד"מ הולך וקטן ככל שמתרחקים מהתיל ולכן השטף המגנטי דרך המסגרת קטן גם כן.

לפי חוק לנץ ייווצר במסגרת זרם כך שהשד"מ שהוא יוצר גם כן בכיוון $\hat{\theta}$ כלומר:



עכשיו נחשב את גודל הזרם

$$I = \frac{\varepsilon}{R}$$

$$\varepsilon = -\frac{\partial \Phi_{magnetic}}{\partial t}$$

$$\Phi_{magnetic}(t)=\iint\limits_{\substack{\text{area of}\\ \text{loop}}}\vec{B}\cdot d\vec{s}=b\int\limits_{r(t)}^{r(t)+a}Bdr'=b\int\limits_{r(t)}^{r(t)+a}\frac{\mu_0 I_0}{2\pi r'}dr'=$$

$$=\frac{b\mu_0 I_0}{2\pi}\int\limits_{r(t)}^{r(t)+a}\frac{dr'}{r'}=\frac{b\mu_0 I_0}{2\pi}\ln\left(\frac{r(t)+a}{r(t)}\right)$$

כאשר למעשה בשלב זה בחרנו את כיוון השטח שלנו בכיוון $\hat{\theta}$ (בכיוון $\vec{B}$).

$$\mathcal{E}(t)=-\frac{\partial}{\partial t}\left\{\Phi_{magnetic}\right\}=-\frac{\partial}{\partial t}\left\{\frac{b\mu_0 I_0}{2\pi}\ln\left(\frac{r(t)+a}{r(t)}\right)\right\}=$$

$$=-\frac{b\mu_0 I_0}{2\pi}\frac{\partial}{\partial t}\left(\ln\left(\frac{r(t)+a}{r(t)}\right)\right)=-\frac{b\mu_0 I_0}{2\pi}\left(\frac{1}{r(t)+a}-\frac{1}{r(t)}\right)\frac{\partial r(t)}{\partial t}=$$

$$=\frac{b\mu_0 I_0}{2\pi}\left(\frac{1}{r(t)}-\frac{1}{r(t)+a}\right)v$$

עבור תנועה במהירות קבועה ולפי תנאי ההתחלה הנתונים:

$$r(t)=d+vt$$

$$\mathcal{E}(t)=\frac{b\mu_0 I_0}{2\pi}\left(\frac{1}{d+vt}-\frac{1}{d+vt+a}\right)v$$

ניתן אכן לראות ש$\mathcal{E}(t)$ חיובי ולכן הכא"מ בכיוון הצפוי.

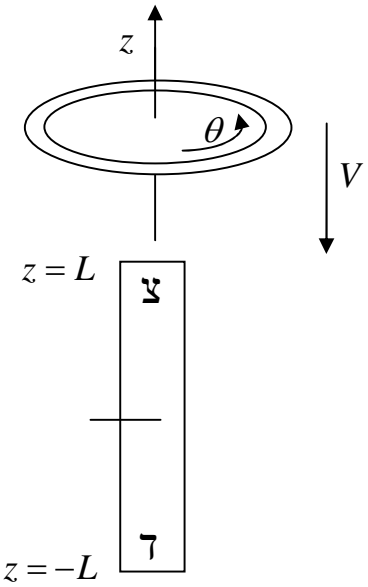
$$I(t)=\frac{b\mu_0 I_0}{R2\pi}\left(\frac{1}{d+vt}-\frac{1}{d+vt+a}\right)v$$

<u>הארה לגבי כיוון הזרם:</u>

עבור זרם בכיוון השעון (כמו בפתרון) רכיב הכוח הרדיאלי (לורנץ) הכולל הפועל על המסגרת כתוצאה מהתיל האינסופי הוא בכיוון $(-\hat{r})$ כלומר **כוח כולל נגד כיוון המהירות**. עבור זרם נגד כיוון השעון הכוח הוא בכיוון המהירות.

1) וודאו זאת בחישוב.
2) ניתן לדעת זאת אפילו ללא חישוב. מתוך העיקרון הפיסיקלי הידוע "אין ארוחות (אנרגיה) חינם".

תרגיל 3



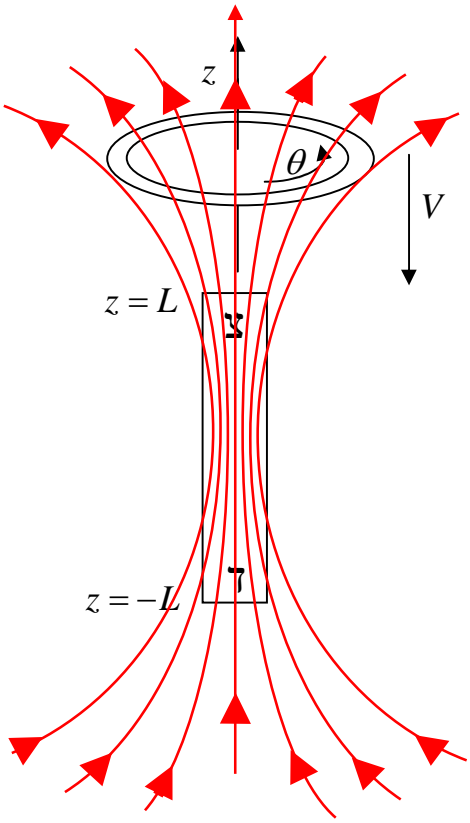
נתון מגנט מוט בעל אורך $2L$ המקביל לציר z . מרכז המגנט נמצא ב- $z=0$ (השדה המגנטי של המגנט על ציר z הוא בכוון $\hat{z}$).
טבעת מוליכה ואופקית שמרכזה על ציר z מאולצת לנוע במהירות קבועה V בכוון $-\hat{z}$. תחילה הטבעת נמצאת ב- $z>L$ ולאחר זמן הטבעת נמצאת ב- $z<-L$. בטבעת עשוי לזרום זרם מושרה $I(t)$ כתוצאה מתנועת הטבעת. הזרם $I(t)$ ייחשב חיובי כאשר הוא במגמה של θ המתוארת בתרשים (ושלילי במגמה ההפוכה). נסמן ב- $F(t)\hat{z}$ את הכוח המגנטי שהמגנט מפעיל על הטבעת
(F חיובי כאשר הוא בכוון $\hat{z}$).

איזו מהטענות המפורטות בטבלה היא הנכונה?

	$z>L$	$z<-L$
א	$F(t)>0 \quad ,I(t)>0$	$F(t)<0 \quad ,I(t)<0$
ב	$F(t)>0 \quad ,I(t)>0$	$F(t)>0 \quad ,I(t)<0$
ג	$F(t)<0 \quad ,I(t)>0$	$F(t)>0 \quad ,I(t)<0$
ד	$F(t)>0 \quad ,I(t)<0$	$F(t)<0 \quad ,I(t)>0$
ה	$F(t)>0 \quad ,I(t)<0$	$F(t)<0 \quad ,I(t)<0$
ו	$F(t)>0 \quad ,I(t)<0$	$F(t)>0 \quad ,I(t)>0$

פתרון 3

השדה (המגנטי) של דיפול מגנטי מצויר באדום.

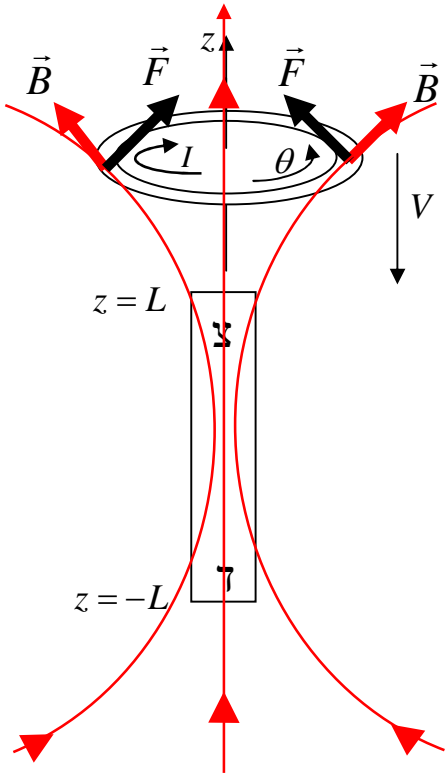


ב $z > L$ כאשר הטבעת נעה במהירות V כלפי מטה ($-\hat{z}$) השטף המגנטי גדל (צפיפות קווי השדה גדלה, כלומר מספר קווי השדה בתוך הטבעת גדל).

מחוק לנץ נקבל שהזרם המושרה חייב להיות בכיוון $-\hat{\theta}$ כלומר $I(t) < 0$.

בעזרת כלל יד ימין מוצאים שלכוח המגנטי הפועל על זרם זה יש רכיב בכיוון $+\hat{z}$ (הרכיבים בכיוון $-\hat{r}$ יתבטלו).

כלומר ב $z > L$ $I(t) < 0$ ו $F(z) > 0$



משיקולים דומים ניתן למצוא שעבור: $z < -L$ $I(t) > 0$ ו $F(z) > 0$