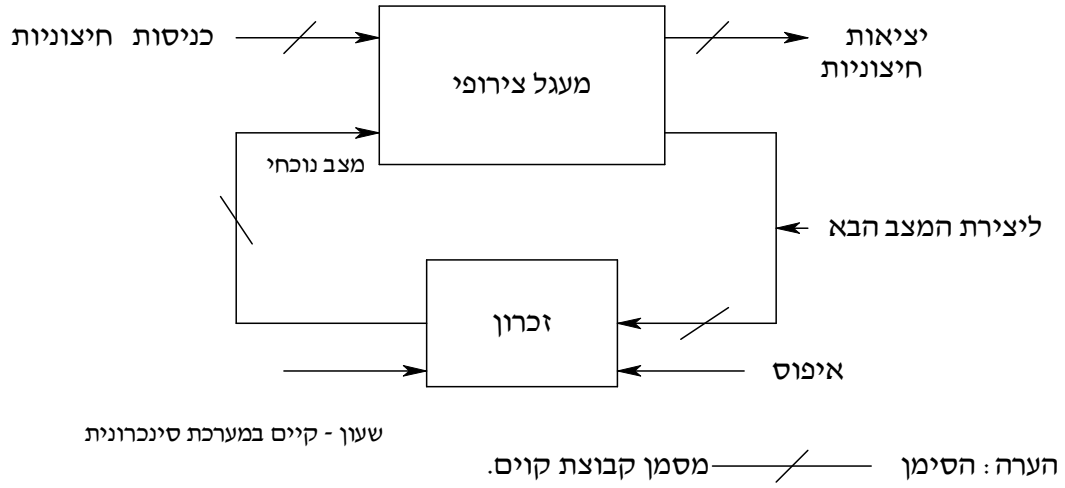
פרק 10

מערכות סדרתיות (או מכונת עקיבה סנכרוניות)

10.1 מבוא.

עד כה למדנו על מעגלים צירופיים כלומר מעגלים (מערכות) שערך היציאות שלהם תלוי בערך הכניסות הנוכחיות בלבד. בדרך כלל כל מערכת ספרתית מכילה גם מעגלים צירופיים , אולם רוב המערכות שנפגוש יכללו גם יחידות זכרון. מערכות כאלו נקראות מערכות סדרתיות.

במילים אחרות תפוקת מערכות סדרתיות תלויה בערכי כניסות נוכחיות וגם בעבר של המערכת . (עבר של המערכת נשמר בזכרון). בצורה גרפית :



כפי שרואים, התרשים מורכב ממעגל צירופי שאליו מחוברות יחידות זכרון (שהן שומרות מידע).

המידע שבזיכרון מגדיר את המצב שבו נמצאת המערכת הסדרתית (נרחיב בהמשך) , כלומר יציאות תלויות בכניסות ובמצב המערכת.

קיימים שני סוגי מערכות סדרתיות :

א. מערכת סינכרונית (שבהן נתמקד) הינה מערכת סדרתית שמושפעת מהכניסות ומהמצב רק בפרקי זמן מסוימים. פרקי זמן אלו נקבעים ע"י שעון שהוא למעשה יקבע את זמן שינוי המערכת (נרחיב בהמשך).

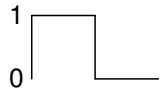
ב. מערכת אסינכרונית הינה מערכת שמושפעת מערכי הכניסות בכל רגע – כלומר המערכת מגיבה בכל זמן לכל שינוי בכניסות (אין מגבלת שעון כמו במערכת סינכרונית)
במסגרת קורס זה נתמקד במערכות סינכרוניות בלבד .

10.2 מבנה הזיכרון:

בשלב זה נדבר על סוג זיכרון שבנוי מדלגלגים (F/F- FLIP FLOP)

בצורה כללית ביותר F/F הינו אלמנט שזוכר אינפורמציה. יש שני סוגי F/F : סנכרוני ואסנכרוני.

F/F סינכרוני – השינויים בו (אם יש שינויים) מתבצעים בזמן הופעת שעון. כאשר שעון זה אות בינרי שיש בו שינויים (מ-0 ל-1 או הפוך) למשל :



בזמן שאין שעון האינפורמציה נשמרת.

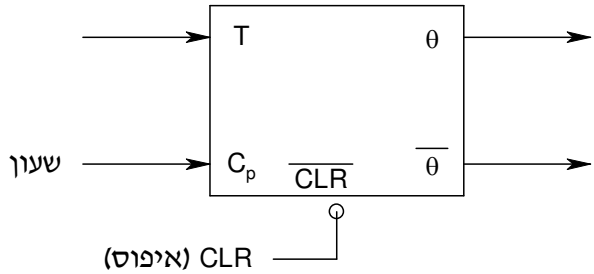
השעון מוגדר כשינוי בעליה, ירידה או רמה של האות .לכל F/F יש את השעון שלו . נתון זה מופיע בדפי הנתונים של הדלגלג.

F.F אסנכרוני –שינויים ביצאת ה F/F אינם תלויים בשעון.

אנו נדון בארבעה סוגי F/F.

10.2.1 דלגלג מסוג T (T – F/F)

זה F/F סינכרוני שתיאורו הינו :



הערה : העיגול בקצה קו ה-CLR מציין שאות זה פעיל ב-0 . **סימון חילופי '(CLR)** במקום העיגול בקצה הקו CLR .

T- הינה כניסת בקרה . Q ו- 'Q יציאות ה- F/F .

הסבר פעולת הדלגלג .

כאשר $CLR = 1$ או $\overline{CLR} = 0$ אזי $\theta = 0$ $\overline{\theta} = 1$ ללא תלות בכניסות וגם לא בשעון.

כאשר $CLR = 0$ או $\overline{CLR} = 1$, אזי :

א. כאשר $T = 1$ אזי כל אות (פולס)שעון ה- F/F הופך את מצבו.

ב. כאשר $T = 0$ ויש פולס שעון אזי ה- F/F שומר על מצבו.

נסמן Q_n - יציאה בזמן n.

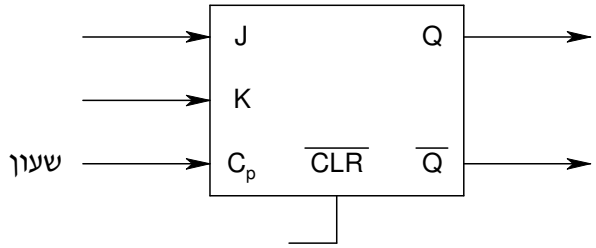
Q_{n+1} - יציאה בזמן $n+1$

טבלת אמת של דלגלג מסוג T

$\overline{CLR}$	T	Q_{n+1}
0	X	0
1	0	Q_n
1	1	$\overline{Q}_n$

10.2.2 דלגלג מטיפוס J-K

דלגלג זה הינו סינכרוני ותיאורו :



הערה : J ו- K הינן כניסות בקרה . Q ו- 'Q יציאות ה- F/F .

כיון ש- F/F זה הנו סינכרוני הרי ששינויים ביציאות (אם יהיו) יתכנו בזמן הופעת שעון **בלבד** .

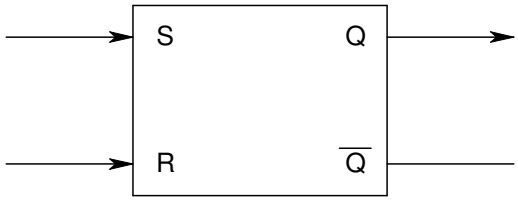
טבלת האמת של F/F :

$\overline{CLR}$	J	K	Q_{n+1}
1	0	0	Q_n
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	$\overline{Q}_n$
0	X	X	0

הערה : אם נחבר את הכניסה J לכניסה- K אזי הדלגלג יתפקד כלדלגלג – T .

10.2.3 דלגלג מסוג S-R

זה F/F אסנכרוני (לא תלוי בשעון)



הערה : S , R הינן כניסות בקרה . Q ו- Q' יציאות ה- F/F .

S- נקראת כניסת SET , R- נקראת כניסת RESET .

S	R	Q_{n+1}	הערות
0	0	Q_n	לא השתנה המצב
0	1	0	
1	0	1	
1	1	X	לא חוקי

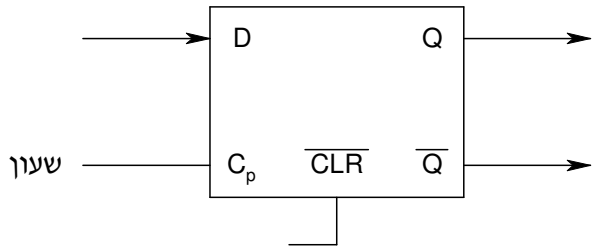
הערה: Q_n – יציאת הדלגלג לפני השינוי בכניסות. Q_{n+1}- יציאת הדלגלג לאחר השינוי בכניסות.

(אין לשעון כפי שראינו בדלגלג הסינכרוני)

10.2.4 דלגלג מטיפוס D

דלגלג זה הינו סינכרוני .

אופן פעולתו : כל אות שעון, אזי יציאה Q תתעדכן בערך כניסה D.



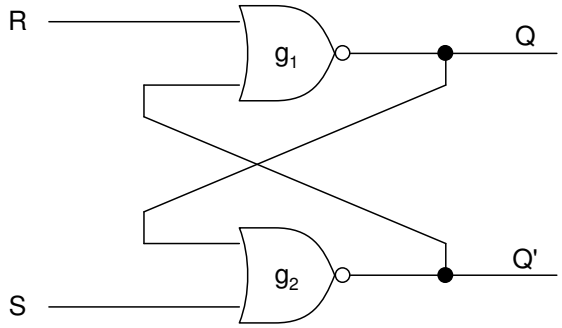
$\overline{CLR}$	D	Q
0	X	0
1	0	0
1	1	1

10.2.5 מבנה פנימי של S-R

מבוא :

כזכור הדלגלג הוא מערכת ספרתית, המהווה התקן זכרון לסיבית אחת. הדלגלג שומר על מצבו הבינארי (0 או 1) לאורך זמן, עד אשר מאלצים אותו לשנות את מצבו באמצעות מבואות מיוחדים המשמשים למטרה זו. מבואות אלו נקראים **מבואות עירור**.

בסעיף זה נדון בדלגלג SR בסיסי (ובקיצור : דלגלג בסיסי), המשמש כחלק עיקרי בכל הדלגלגים שבהם נדון בסעיפים הבאים. לדלגלג SR בסיסי, המתואר באיור הבא שני מבואות עירור (S ו-R) ושני מוצאים (Q ו- $\overline{Q}$).



ניתוח פעולת הדלגלג

כדי לנתח את פעולתו של הדלגלג הבסיסי נזכיר כי מוצאו של שער NOR הוא 1, רק אם שני מבואותיו הם 0. ננתח עתה את ארבעת הצירופים האפשריים במבואות העירור (R– S) של הדלגלג.

מקרה א. $R=0,\quad S=1$

המבוא S של השער g_2 הוא 1, ולכן $\overline{Q}$ הוא 0, בלי תלות במבוא השני של שער זה. הצירוף במבואות השער g_1 הוא $R=0$ ו- $\overline{Q}=0$, ולכן מתקבל 1 במוצא Q של g_1.

מסקנה : כאשר במבואות דלגלג SR בסיסי מופיע הצירוף $R=0,\quad S=1$, אזי $Q=1$ ו- $\overline{Q}=0$.

מקרה ב. $R=1,\quad S=0$

מבוא R של שער g_1 הוא 1 ולכן $Q=0$ ללא תלות במבוא השני של g_1. שער g_2 מקבל $S=0$ וגם כניסתו השניה הינה 0 ולכן $\overline{Q}=0$.

מסקנה : כאשר במבואות דלגלג SR בסיסי מופיע הצירוף $R=1,\quad S=0$, אזי $Q=0$ ו- $\overline{Q}=1$.

הערה : עבור שני צירופי מבואות העירור הקודמים, א' וב' ($R=0,\quad S=1$ ו- $R=1,\quad S=0$ בהתאמה), קבענו את המוצאים Q ו- $\overline{Q}$ בלי תלות במצבו הקודם של הדלגלג. בצירוף הבא, ג, יהיה עלינו לדעת את מצבו הקודם של הדלגלג, כדי לקבוע את מוצאיו.

מקרה ג. $R=0,\quad S=0$

נניח שהדלגלג היה במצב א' שתואר לעיל, כלומר: צירוף מבואותיו היה $R=0,\quad S=1$, ומוצאיו היו $Q=1,\quad \overline{Q}=0$. ננתח עתה את פעולת הדלגלג, כאשר המבוא S יהפוך להיות 0 (המבוא השני $R=0$, כמו קודם לכן). באחד המבואות של השער g_2 יש 1, ומוצאו של השער g_2 הוא $\overline{Q}=0$, בלי תלות ב-S. במבוא השער g_1 מופיע הצירוף 0,0 ומוצא השער הוא $Q=1$. מכאן נסיק כי כאשר מצבם הקודם של מוצאי הדלגלג היה $Q=1$ ו- $\overline{Q}=0$, אזי צירוף המבואות $R=0,\quad S=0$ שומר על ערכי המוצא הקודמים.

נניח עתה, שמוצאי הדלגלג היו $Q=0$ ו- $\overline{Q}=1$. גם במקרה זה, על-פי ניתוח דומה לזה שהובא לעיל, נראה כי צירוף המבואות $R=0,\quad S=0$ שומר על ערכי המוצא הקודמים. בדוק טענה זו!

<u>מסקנה</u>: כאשר במבואות הדלגלג הבסיסי מופיע הצירוף $R=0,\quad S=0$, הדלגלג שומר על מצבו הקודם.

מקרה ד. הצירוף הרביעי של מבואות העירור ($R=1,\quad S=1$) אינו חוקי (יוסבר בהמשך). בטרם נדון בסיבה, שבגללה יש להימנע ממתן צירוף זה במבואות דלגלג SR בסיסי, נסכם את פעולת הדלגלג בשלושת צירופי המבוא החוקיים, שתוארו לעיל.

לדלגלג שני מצבים חוקיים:

- במצב הראשון $Q=1$ ו- $\overline{Q}=0$. זהו מצב 1, הנקרא גם מצב SET.
- במצב השני $Q=0$ ו- $\overline{Q}=1$. זהו מצב 0, הנקרא גם מצב RESET (לעיתים נקרא מצב זה גם Clear).

בשני המצבים החוקיים של הדלגלג, הערך במוצא $\overline{Q}$ הוא ההיפוך הלוגי של הערך במוצא Q, והמוצאים סומנו בהתאם לכך. כאשר המבוא S פעיל (כלומר: $R=0,\quad S=1$) נקבע מצב הדלגלג כ-SET (כלומר: $Q=1,\quad \overline{Q}=0$, בלי תלות במצב הקודם).

כאשר אף אחד מהמבואות S ו-R אינו פעיל ($R=0,\quad S=0$), הדלגלג שומר על מצבו הקודם.

ניתן לסכם את פעולת הדלגלג בטבלת אמת, כמתואר באיור הבא :

מבואות		יציאה
S	R	Q_{n+1}
0	0	Q_n
0	1	0
1	0	1
1	1	לא חוקי

כאשר : Q_n - ערך יציאה לפני שינוי כניסות S-R

Q_{n+1} - ערך יציאה לאחר שינוי כניסות S-R

הצירוף האסור: $R=1,\ \ S=1$

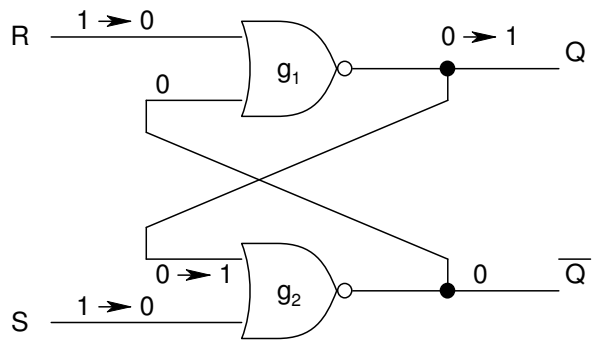
עד כה ניתחנו את פעולתו של דלגלג SR בסיסי עבור שלושת הצירופים החוקיים. נבחן עתה את הצירוף הרביעי ($R=1,\ \ S=1$) במבואות העירור של הדלגלג. כאמור, ערכו של R במבוא השער g_1 הוא 1, ולכן מוצא השער הוא 0, בלי תלות במבואו השני. $S=1$ במבוא השער g_2, ולכן גם מוצא שער זה הוא 0.

<u>מסקנה</u>: כאשר צירוף המבואות הוא $R=1,\ \ S=1$, מוצאי הדלגלג הם $Q=0$ ו- $\overline{Q}=0$. במצב זה, יש לשני המוצאים $\left(\overline{Q},Q\right)$ אותה רמה לוגית.

נניח, לצורך דיוננו, כי התקבל הצירוף האסור במבואות העירור של הדלגלג. במעבר של צירוף המבואות מ- $R=1,\ \ S=1$ ל- $R=0,\ \ S=0$ **לא ניתן לדעת מה יהיה ערכו של Q.** נבהיר את הטענה האחרונה.

נסמן את זמן השהיה של שער g_1 כ- $t_{pd}(g_1)$ ואת השהית שער 2 כ- $t_{pd}(g_2)$ נבחין בשני מקרים :

א. **<u>נניח</u> עתה שמתקיים** $t_{pd}(g_1) < t_{pd}(g_2)$.



עם ירידות הכניסות S, R מ- (1, 1) ל-(0, 0) מתרחשים הדברים הבאים :

על-פי הנחתנו, $t_{pd}(g_1) < t_{pd}(g_2)$, הרי ש- g_1 מגיב מהר יותר מ- g_2. יציאת g_1 הופכת להיות 1 כיון ששתי כניסותיו הן 0. כתוצאה מכך בכניסה העליונה של g_2 מתקבל ערך 1, דבר הגורם ליציאת g_2 להשאר בערך 0. מצב זה נשמר (כי $R = S = 0$).

<u>מסקנה</u> : כאשר נתון $t_{pd}(g_1) < t_{pd}(g_2)$ ו- R, S מבצעים מעבר מ- 1, 1 ל- (0, 0) אזי $Q = 1$.

ב. כעת <u>נניח</u> $t_{pd}(g_2) < t_{pd}(g_1)$ אזי g_2 מגיב יותר מהר מ- g_1 ואזי $\overline{Q} = 1$ (כלומר יציאת g_2 שווה ל-1) דבר זה גורם ליציאת g_1 להשאר בערך 0. מצב זה נשמר (כי $R = S = 0$).

<u>מסקנה</u> : במקרה זה כאשר (R,S) מבצעים מעבר מ- (1, 1) ל- (0, 0) אזי $Q = 0$.

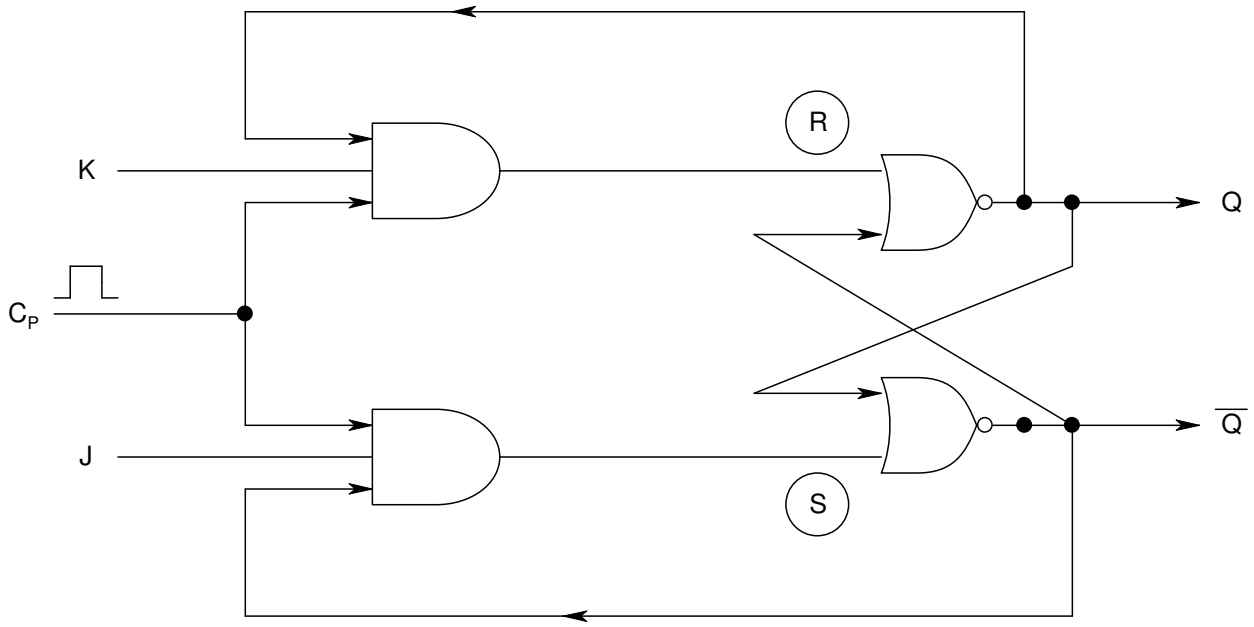
<u>מסקנה מניתוח מקרים א' ו-ב'</u> :

לא ניתן לקבוע את היחס בין $t_{pd}(g_1)$ ל- $t_{pd}(g_2)$ ולכן לא ניתן לדעת מה יהיה מצבו של Q כתוצאה משינוי הכניסות (R, S) מערך (1, 1) ל- (0, 0) ולכן הצירוף : $R = S = 1$ איננו חוקי.

10.2.6 מבנה פנימי של דלגלג J-K

כללית : דלגלג JK הוא דלגלג SR (בתוספת שעון כמובן) שתוכנן באופן שהמצב הלא מוגדר של דלגלג S-R $(S = R = 1)$ הינו מוגדר בדלגלג J-K. כאשר $J = K = 1$ נראה שהדלגלג הופך מצב כלומר : $Q_{n+1} = \overline{Q}_n$.

מבנה הדלגלג :



הערה : שים לב כי חלקו הימני של האיור הינו דלגלג מסוג SR .

השעון כאן הינו C_P והוא ברמה של '1'. כלומר כאשר $C_P=1$ ויש שינויים ב- JK אזי יציאות ישתנו .

נסמן : Q_n - יציאה בזמן שעון n.

Q_{n+1} - יציאה בזמן שעון $n+1$.

ברור שכשאין שעון כלומר $C_P = 0 \Leftarrow SR = 00 \Leftarrow$ דלגלג שומר על מצבו (הוכחנו שב-SR כאשר $S = R = 0$ אזי שמירת מצב) .

ננתח את פעולת הדלגלג כאשר יש שעון $C_P = 1$.

א. אם $JK = 00$ (וכמובן $C_P = 1$) $\Leftarrow S = R = 0$ ולכן (לפי מה שלמדנו בדלגלג $S - R$) $\Leftarrow$ שומר על מצב כלומר : $Q_{n+1} = Q_n$.

ב. $JK = 01$ (וכמובן $C_P = 1$)

- אם $Q_n = 0 \Leftarrow SR = 00 \Leftarrow Q_{n+1} = 0$ (כי דלגלג SR שומר על מצבו כאשר $SR = 00$).
- אם $Q_n = 1 \Leftarrow SR = 01 \Leftarrow Q_{n+1} = 0$.

מסקנה : עבור $JK = 01$ נקבל $Q_{n+1} = 0$.

ג. $JK = 10$ (וכמובן $C_P = 1$)

- אם $Q_n = 0 \Leftarrow S = 1 \quad R = 0 \quad (SR = 10) \Leftarrow Q_{n+1} = 1$ (עפ"י דלגלג SR).
- אם $Q_n = 1 \quad \left(\overline{Q}_n = 0\right) \Leftarrow SR = 00$ (שומר מצב) $Q_{n+1} = 1$

מסקנה : עבור $JK = 10 \Leftarrow Q_{n+1} = 1$

ד. $JK = 11$ (וכמובן $C_P = 1$)

- $\begin{cases} \text{אם} \quad Q_n = 0 \quad \left(\overline{Q}_n = 1\right) \Leftarrow R = 0 \quad S = 1 \Leftarrow Q_{n+1} = 1 \\ \text{אם} \quad Q_n = 1 \quad \left(\overline{Q}_n = 0\right) \Leftarrow R = 1 \quad S = 0 \Leftarrow Q_{n+1} = 0 \end{cases}$

מסקנה : עבור $JK = 11 \Leftarrow Q_{n+1} = \overline{Q}_n$

שים לב : בגלל חיבור המשוב שבדלגלג JK הרי במצב בו $J = K = 1$ (כאשר $CP = 1$) ישתנו היציאות. אולם לאחר שהשתנו היציאות הרי אם ישאר $CP = 1$ אזי יתחלפו פעם נוספת היציאות (למרות שאנו רוצים בכל שעון שינוי אחד). כדי למנוע פעולה בלתי רצויה זו משך דופק שעון ('1' – ב-CP) חייב להיות קצר מזמן השהיה של ה- F/F. הדרישה מגבילה כיוון שפעולת המעגל תלויה ברוחב הדפקים (אות השעון).

יש פתרון לכך אולם מפאת קוצר הזמן לא נתעסק בפתרון זה.

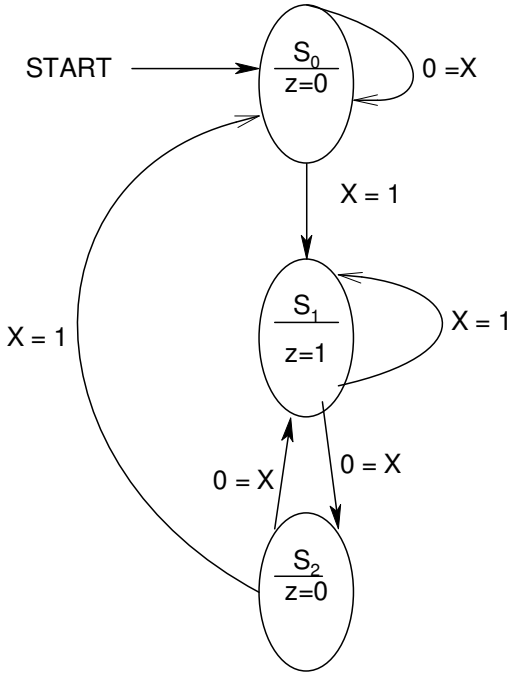
<u>פתרון שנמצא בספרות</u> : דלגלג מסוג MASTER SLAVE (אדון-עבד) .

10.3 מושגי יסוג בתכנון מערכות סדרתיות (מערכות עקיבה סינכרוניות)

10.3.1 דיאגרמת מצבים וטבלת מצבים .

דיאגרמת מצבים מתארת באופן גרפי את פעולתה של מערכת סדרתית. כזכור, פעולת מערכת צירופית תוארה באמצעות טבלת אמת. דיאגרמת מצבים משמשת כטבלת אמת של מערכת סדרתית. מוצאי מערכת סדרתית תלויים לא רק בכניסות המערכת אלא גם במצבה. (ראה במבנה כללי שמופיע במבוא).

דוגמא לדיאגרמת מצבים של מערכת סדרתית:(מערכת זו הינה מסוג MOORE. יוסבר בהמשך)



הסבר: למערכת שמתוארת בדיאגרמת המצבים יש שלושה מצבים שונים שמסומנים: S_0, S_1, S_2 . בכל עיגול בחציו העליון רשום שם המצב ובחציו התחתון מסומנת תפוקת (או יציאת) המערכת באותו מצב. "קשת" מציינת מעבר ממצב למצב. המספר על הקשת מציין את ערך הכניסה (הקלט או התנאי) שיעביר אותו למצב הבא. מצב התחלתי מסומן ע"י START. יש להגדיר מצב התחלתי בכל מערכת סדרתית. למערכת בדוגמא יש כניסה אחת x ויציאה אחת Z . ניתן להסיק זאת מדיאגרמת המצבים כי על הקשת יש ביט אחד וזה מתאים לכניסה אחת ויש תפוקה אחת (רשומה בחצי תחתון של העגול).

נניח שהמערכת נמצאת במצב S_0 , במצב זה התפוקה הינה z=0 . הקשתות שיוצאות ממצב מסוים למשל S_0 מתארות את התנהגות המערכת עם הופעת שעון. (אנו מדברים על מערכות סינכרוניות). ברגע שיש אות שעון הדלגלגים מדורבנים (מופעלים) ומוצאם (לאחר אות השעון) מגדיר את המצב הבא של המערכת או מצב המערכת. נרחיב בהמשך) .

המצב הבא, זהו המצב של המערכת לאחר מצב נוכחי כאשר יש כניסה מסוימת (וכמובן יש אות שעון).

לדוגמא: אם נמצאים במצב S_0 , תפוקה $z = 0$ ויש קלט $x = 0$ אזי המצב הבא הינו S_0 כלומר נשארים באותו מצב. כאשר $x = 1$ המצב הבא הוא S_1 ופלט במצב זה הינו z=1 .

הערה :כמובן מעבר ממצב למצב מתרחש בעת הופעת אות שעון **בלבד.**

לעיתים נוח לתאר את דיאגרמת המצבים בצורת טבלה. לטבלה זו קוראים טבלת מצבים.

דוגמא : טבלת מצבים שמתאימה לדיאגרמת המצבים דלעיל .

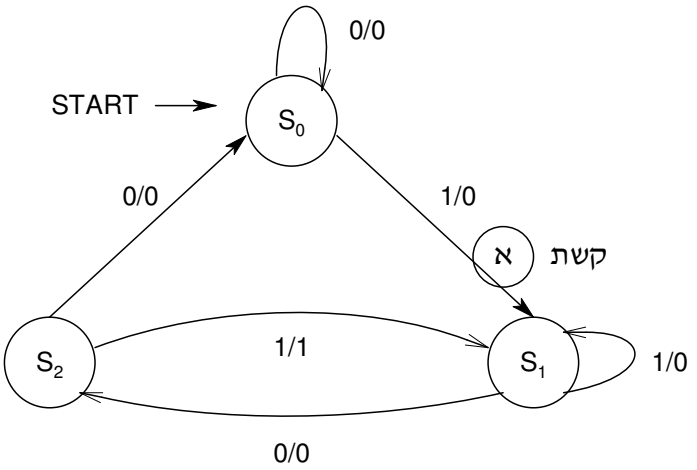
	PS	NS $x=0$	NS $x=1$	תפוקה ← Z
מצב התחלתי →	S_0	S_0	S_1	0
	S_1	S_2	S_1	1
	S_2	S_1	S_0	0

הסבר :בעמודה השמאלית של הטבלה מתוארות האפשרויות השונות למצב הנוכחי (PRESET – STATE P.S).
בעמודה הימנית Z רשום ערך התפוקה Z בהתאם למצב הנוכחי. העמודה האמצעית מתארת את המצבים הבאים (NEXT – STATE – N.S) כתלות בערך הקלט (מבוא) כאשר נמצאים במצב מסוים.
למשל: אם נתבונן בשורה הראשונה של הטבלה אזי משמעות: במצב S_0 התפוקה היא $z=0$ (כלומר $z=0$ מתאר את התפוקה במצב S_0) כאשר נמצאים ב-S_0 ויש קלט $x=0$ עוברים למצב הבא (N.S) שנקרא S_0, אם $x=1$ עוברים ל-S_1 וכן הלאה.

10.3.2 מערכות סדרתיות מסוג MOORE ו- MEALY

במערכות סדרתיות שתיארנו עד כה התפוקה z הייתה פונקציה של המצב בלבד (ולא של כניסה x) .
בטבלת המצבים של הדוגמא דלעיל: במצב S_1 תפוקה $z=1$ ללא תלות בערך x. (ערך x מעביר למצב הבא).
מערכות אלו הינן קלות למימוש ונקראות מערכות מסוג MOORE.
לעיתים, התפוקה הינה פונקציה גם של מצב וגם של כניסה x. מערכת כזו נקראת מערכת מסוג MEALY.
תאור מערכת זו יעשה גם ע"י דיאגרמת מצבים וטבלת מצבים (אולם בצורה שתתאים ל-MEALY).

דוגמא של מכונת MEALY .



הסבר: סימון x/z על הקשתות משמעותו : x-קלט , z-פלט . למשל $0/0$ פירושו שיש קלט $x=0$ ואז הפלט הוא $z=0$. ההבדל בין דיאגרמה זו לדיאגרמת MOORE הוא שתפוקה Z היא פונקציה של קלט X (שגורם למעבר ממצב למצב) ושל מצב נוכחי . (ולכן אי אפשר לרשום בתוך מצב מסוים את התפוקה , כי תלוי ע"י איזה קלט הגענו למצב זה).

נתאר מצב אחד של המערכת:

כאשר המערכת נמצאת במצב S_2 והכניסה (הקלט) הינה $x=0$, אזי המערכת תעבור למצב S_0 ומוצאה יהיה $z=0$. כאשר $x=1$ (אזי ב- S_2) המערכת תעבור ל- S_1 ומוצאה (תפוקתה) תהיה 1.

טבלת מצבים של המערכת הינה :

PS	NS		Z	
	$x=0$	$x=1$	$x=0$	$x=1$
S_0	S_0	S_1	0	0
S_1	S_2	S_1	0	0
S_2	S_0	S_1	0	1

S_0 -מצב התחלתי .

הפעם משמעות התפוקה שונה מזו שבטבלה של מערכת מסוג MOORE . התפוקה מתיחסת למצב N.S (המצב הבא) .למשל בהתייחס לטבלה דלעיל : ערך 0 שמופיע בשורה הראשונה ועמודה אחרונה בטבלה מציין את התפוקה ב מצב חדש (N.S) אליו עברנו והוא : S_1 , ערך התפוקה הינו 0 .

במכונת MOORE התפוקה שנרשמה בטבלת המצבים היתה פונקציה של המצב נוכחי.

10.3.3 צמצום מצבים (אם יש מספיק זמן , אחרת רשות)

הקדמה: בהמשך נראה שדיאגרמת המצבים תמומש ע"י דלגלגים (F/F) ושערים לוגיים. כמו כן נראה שכל דלגלג (F/F) "יוצר" שני מצבים (יש לו יציאה שערכה 0 או 1).

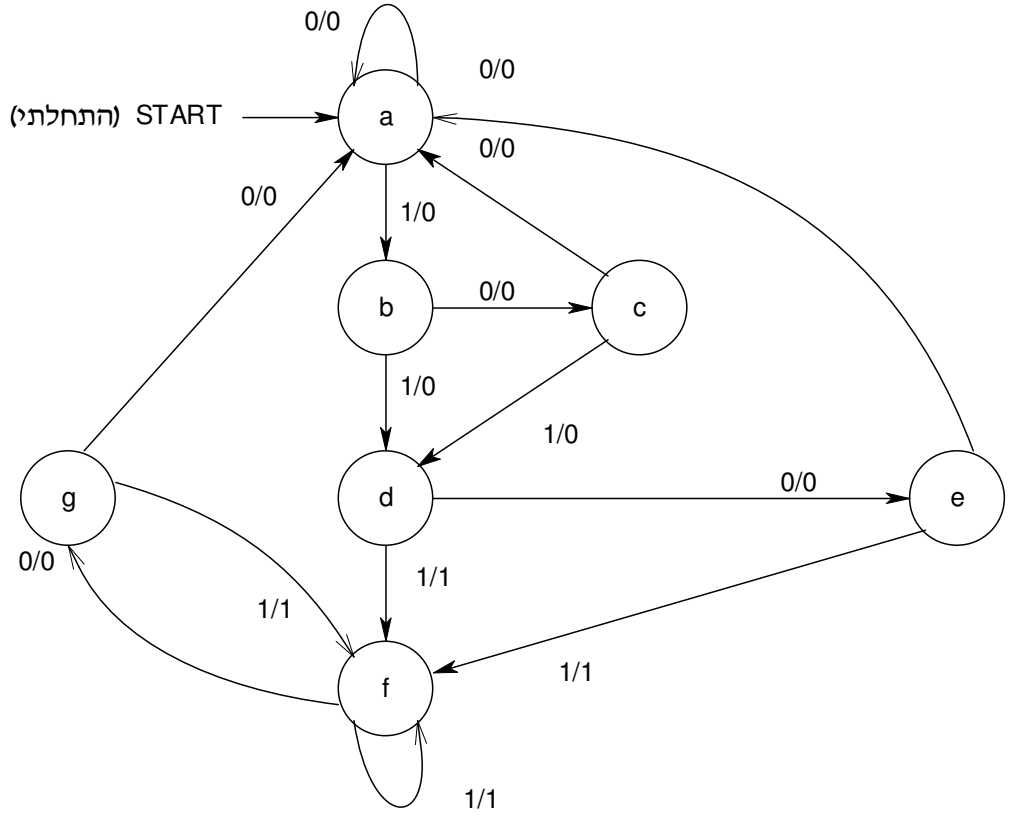
מטרה: צמצום מצבים בדיאגרמת המצבים.

כל תהליך עיצוב (תכנון) חייב להתחשב בצמצום עלות של מעגל סופי. שני הצמצומים המשמעותיים ביותר הם: צמצום מספר ה- F/F וצמצום מספר השערים. לבעיה של שני הצמצומים הללו קוראים: בעית צמצום מצבים. אלגוריתמים לצמצום מצבים עוסקים בנהלים (שיטות) לצמצום מספר המצבים בטבלת המצבים.

מכיוון ש- n דלגלגים יוצרים 2^n מצבים, הרי שצמצום במספר המצבים עשוי לגרום לצמצום במספר ה- F/F.

יתכן שצמצום במספר ה- F/F יגרום להגדלת מספר השערים בחלק הצירופי של המערכת כפי שנראה בהמשך .

נבהיר את הצורך בצמצום מצבים באמצעות דוגמא. בדוגמא זו חשובות רק סדרות כניסה יציאה, (ובמצבים הפנימיים משתמשים רק כדי לספק את סדרות היציאה הנדרשות).



סימון x/z על הקשתות משמעותו : x-קלט , z-פלט .

קיים מספר אינסופי של סדרות כניסה שניתן להזין למעגל; בעקבות הזנת כל אחת מסדרות הכניסה תתקבל סדרת יציאה יחידה. נעיין, למשל, בסדרת הכניסה 01010110100 המתחילה במצב התחלתי a. כל כניסה של 0 או 1 יוצרת יציאה של 0 או 1 וגורמת למעגל לעבור למצב הבא. מדיאגרמת המצבים נוכל לקבל את היציאה ואת סדרת המצבים עבור סדרת הכניסה הנתונה באופן הזה: כאשר המעגל במצב התחלתי a, כניסה של 0 יוצרת יציאה 0 והמעגל נשאר במצב a. כאשר המצב הנוכחי הוא a והכניסה היא 1, היציאה תהיה 0 והמצב הבא יהיה b. כאשר המצב הנוכחי הוא b והכניסה היא 0 היציאה תהיה 0 והמצב הבא יהיה c. אם נמשיך את התהליך, נמצא את הסדרה במלואה כדלקמן:

הערה : מתחילים **משמאל לימין** .

מצב	←	a	g	f	g	f	f	a	e	d	c	b	a	a
כניסה	←		0	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1
יציאה	←		0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0

בכל עמודה רשומים המצב הנוכחי, ערך הכניסה וערך היציאה . **ערך היציאה מתייחס למצב הבא .**

המצב הבא רשום בראש העמודה הבאה. חשוב להבין, שבמעגל זה למצבים יש חשיבות משנית, מכיוון שאנו מעוניינים רק בסדרות היציאה הנגרמות על-ידי סדרות כניסה.

עתה נניח שמצאנו מעגל סדרתי אשר לדיאגרמת המצבים שלו יש פחות משבעה מצבים, ואנו רוצים להשוות אותו למעגל שדיאגרמת המצבים שלו נתונה באיור של הדוגמא דלעיל. אם נספק סדרות כניסה שוות לשני המעגלים וסדרות היציאה המתקבלות יהיו שוות עבור כל סדרות הכניסה, אז נאמר ששני המעגלים הם שקולים (לפחות בכל הנוגע לכניסה-יציאה) וניתן להחליף אחד מהם בשני.

עתה, נצמצם את מספר המצבים בדוגמא זו. ראשית, נזדקק לטבלת מצבים; נוח ליישם נהלים לצמצום מצבים בטבלת מצבים יותר מאשר בדיאגרמת מצבים.

הטבלה הבאה הינה טבלת המצבים של המעגל, וניתן לקבלה ישירות מדיאגרמת המצבים שבאיור שמתייחס לדוגמא .

טבלת מצבים :

המצב הנוכחי	המצב הבא		יציאה	
	$x=0$	$x=1$	$x=0$	$x=1$
a	a	b	0	0
b	c	d	0	0
c	a	d	0	0
d	e	f	0	1
e	a	f	0	1
f	g	f	0	1
g	a	f	0	1

האלגוריתם לצמצום מצבים של טבלת המצבים מוצג כאן ללא הוכחה :

אנו נאמר ששני מצבים הינם שקולים אם מתקיימים שני תנאים :

א) כניסות זהות בשני המצבים יתנו את אותה יציאה בדיוק.

ב) כניסות זהות בשני המצבים יעבירו את המעגל לאותו מצב, או למצב שקול.

במילים אחרות, אם שתי שורות (בטבלת המצבים) של שני מצבים הינן זהות אזי המצבים שמתאימים ל-2 השורות הינם שקולים. לדוגמא שורות e (שמתאים למצב נוכחי e) ושורות g זהות (חוץ מעמודה ראשונה כמובן שזה מצב שבו אני נמצא) ואזי אומרים שמצבים e ו-g שקולים. אם שני מצבים הינם שקולים, ניתן למחוק את אחד מהם מבלי לשנות את יחסי כניסה-יציאה.

דוגמא : ניישם את האלגוריתם עבור טבלת המצבים דלעיל. נחפש בטבלת המצבים שני מצבים נוכחיים העוברים לאותו מצב ושיש להם את אותה היציאה עבור כל אחד משני ערכי הכניסה.

או בקיצור 2 שורות זהות . המצב (הנוכחיים) e ו-g ממלאים דרישות אלו : עבור $x=0$ שניהם עוברים למצב a ולשניהם יציאה 0, עבור $x=1$ שניהם עוברים למצב f ולשניהם היציאה -1.

כיון שהמצבים שקולים ניתן למחוק אחד מהם. אנו בחרנו למחוק את שורה g, וכל מקום בטבלה שבה מופיע g נחליף ב-e. לאחר סילוק המצב מהטבלה נבדוק אם יש עוד מצבים שקולים וכו' עד שנגיע למצב שבו אין מצבים שקולים .

נפעיל את האלגוריתם על הדוגמא האחרונה :

החלפת g ב- e ומחיקת שורת: g תגרום לקבלת הטבלה הבאה .

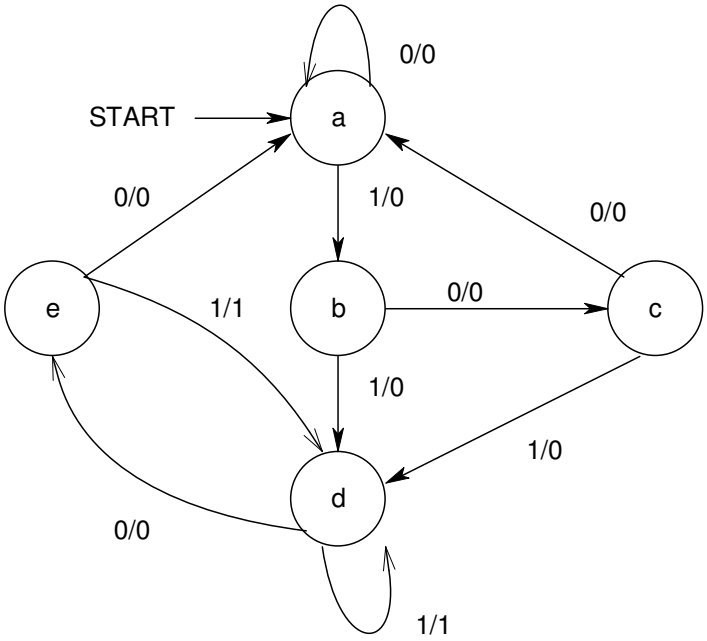
מצב הנוכחי	מצב הבא		שלב ראשון	
	$x=0$	$x=1$	$x=0$	$x=1$
a	a	b	0	0
b	c	d	0	0
c	a	d	0	0
d	e	f	0	1
e	a	f	0	1
f	e	f	0	1

כעת רואים ש- d ו-f שקולים, לכן נחליף f ב- d , נמחק שורה f ונקבל את הטבלה הבא :

מצב הנוכחי	מצב הבא		היציאה	
	$x=0$	$x=1$	$x=0$	$x=1$
a	a	b	0	0
b	c	d	0	0
c	a	d	0	0
d	e	d	0	1
e	a	d	0	1

טבלה זו הינה סופית ולא ניתן לצמצמה..

מהטבלה האחרונה שקיבלנו נבנה דיאגרמת מצבים מצומצמת :



אם נכניס את אותה סדרת כניסות (שהכנסנו למערכת לא מצומצמת) למערכת שמתוארת ע"י דיאגרמת המצבים המצומצמת נקבל את אותן יציאות.

מצב	←	a	e	d	d	e	d	e	c	b	a	a	
כניסה	←		0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0
יציאה	←		0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0

מן הראוי לשים לב (כפי שאמרנו כבר) שצמצום המצבים של מעגל סדרתי הינו אפשרי אם אנו מעוניינים רק ביחסי כניסה-יציאה חיצוניים כלומר עבור סדרת קלט מעניינת אותי רק סדרת פלט, <u>ולא</u> מעניין אותנו דרך איזו מצבים עוברים.