

מבחן לדוגמה בקורס 83114

חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

ממצה: ד"ר רוני ביתן, משך הבחינה: שעתיים וחצי, חומר עזר מותר: מחשבון פשוט, משקל כל שאלה: 25 נקודות.

ענה על ארבע שאלות מתוך חמש. נמק את צעריך !

שאלה 1. א. חשב את הביטוי $\int_0^1 e^{-t^2} dt$ בקירוב של מאית.

ב. תהא $f(x)$ פונקציה אי-שלילית ורציפה ב- $[0, \infty)$ וגזירה ברציפות בראשית כך ש:

$$f(0) = 0, f'(0) \neq 0. \text{ הוכח כי } \sum_{n=1}^{\infty} f\left(\frac{1}{n^2}\right) \text{ מתכנס ואילו } \sum_{n=1}^{\infty} f\left(\frac{1}{n}\right) \text{ מתבדר.}$$

שאלה 2.

א. קבע היכן הפונקציה $f(x, y) = \sqrt[5]{x^3 y^2}$ דיפרנציאבילית.

ב. הראה כי בכל נקודה בה פונקציה היא דיפרנציאבילית הנגזרת בכיוון המאונך לגרדיאנט שווה לאפס.

שאלה 3. תהיינה הנקודות: $A = (1, 1), B = (2, 6)$ והאינטגרלים:

$$I_1 = \int_{\overline{AB}} (x+y)^2 dx - (x-y)^2 dy \text{ באשר } \overline{AB} \text{ הוא הקו הישר היוצא מ-} A \text{ ל-} B.$$

$$I_2 = \int_{\widehat{AB}} (x+y)^2 dx - (x-y)^2 dy \text{ באשר } \widehat{AB} \text{ הוא חלק הפרבולה: } y = ax^2 + bx + c \text{ מ-} A \text{ ל-} B \text{ העוברת}$$

גם דרך הראשית. חשב את $I_2 - I_1$.

שאלה 4. יהא המשטח S חלק ממישור $z = x + y$ הנחתך ע"י הפרבולואיד $z = x^2 + y^2$.

אשר את משפט סטוקס על S בנוכחות השדה $A = \left(x - \frac{1}{2}, y - \frac{1}{2}, x - y\right)$.

שאלה 5.

א. יהא V גוף והמשטח S שפתו. הראה כי הנפח של V שווה ל: $\frac{1}{3} \oint_S x dy dz + y dz dx + z dx dy$.

ב. הצע דרך דומה לחישוב שטח תחום מישורי באמצעות אינטגרל קווי מסוג שני על שפת התחום.

בהצלחה !