



SHUTTERSTOCK | ASAP

ישראל בנימיני

שדר ותן לשדר

תורת המשחקים מתארכת ברדיו: איך לבחור תדרי תקשורת

סמכות אחת המנהלת את הדיון או על-ידי כללים המקובלים על כל המשתתפים. גם אם נקבל את ההנחה הצינית כי לכל משתתף בדיון יש רק מטרה אחת – הרצון כי דבריו יישמעו בחלק גדול ככל האפשר של הזמן – מטרה זו תוכל להיות מושגת רק אם המשתתפים האחרים ישתפו פעולה ויאפשרו לו להיות הדובר היחיד בחלק מהזמן. בתמורה, יש להניח כי אותם משתתפים יצפו כי גם להם תהיה הזדמנות לדבור ללא הפרעות.

פרופ' אמיר לשם, ראש המסלול לעיבוד אותות בבית הספר להנדסה באוניברסיטת בר-אילן, עם פרופ' אפי זהבי,

המשפט "אני לא הפרעתי לך לדבר, אז עכשיו אל תפריע לי" נשמע לעתים קרובות בתוכניות דיון ובלוויזיה, ובמקומות נוספים שבהם היינו רוצים תרבות דבור משופרת. הסיבה פשוטה: הדוברים מתחרים על משאב מוגבל – תחום התדרים של הדיבור האנושי. אם הדובר רוצה להישמע, עליו להיות הדובר היחיד באותו רגע (קריאות ביניים קצרות עשויות להיות יוצאות מכלל זה). בהיעדר הסכמה כלשהי בין המשתתפים בדיון לגבי חלוקת משאב יקר ערך זה, כך שכל אדם יהיה הדובר לפרק זמן מוגבל, לא יוכלו להיקלט רבים מהדברים הנאמרים. הסכמה כזו יכולה להיווצר על-ידי

מחקרי אוניברסיטת בר-אילן

טלפונים סלולריים, מכשירי קשר, רשתות מחשב אלחוטיות וטלפונים אלחוטיים ביתיים. ריבוי השידורים יוצר פוטנציאל גדול להפרעה הדדית – שידורים ממקורות שונים באותם תדרים מקטינים את איכות הקליטה של כל אחד מהמקורות. בעבור מקצת מהשימושים המאמץ למניעת הפרעות מתבטא בהישענות על סמכות מסדירה, למשל הענקת רישיונות ממשלתיים המבטאים הקצאה בלעדית של תחומי תדרים לגופים המשדרים בתדרים אלה. ללא הקצאה כזו ואכיפה קפדנית שלה נוצרת סכנה אמיתית של הפרעה, כמו כאשר תחנות רדיו פיראטיות פוגעות בתקשורת חיונית בין מגדלי פיקוח בשדות תעופה ובין מטוסים.

בשימושים אחרים תדר השידור פתוח לכל משדר ללא התערבות של סמכות כלשהי. כך, למשל, המצב ברשתות מחשבים אלחוטיות שכל אדם רשאי להתקין בביתו או במשרדו. בתקן המקובל ביותר לרשתות כאלה (IEEE 802.11), כל "תחנת גישה" ברשת כזו בוחרת ערוץ תדר אחד מתוך 13 ערוצים מותרים (11 ערוצים בארה"ב, 13 ברוב אירופה, 14 ביפן), שכולם נמצאים בין התדרים של 2.4 ל-2.45 ג'יגה-הרץ (GHz). בין הערוצים יש חפיפה גדולה: למשל: ערוץ 6 הוא תחום התדרים של 2.426-2.448 GHz, וערוץ 7 הוא 2.431-2.453 GHz – חפיפה לאורך כ-77% מרוחב כל ערוץ. למעשה, כדי למצוא שני ערוצים שאין ביניהם שום חפיפה יש "לקפוץ" חמישה ערוצים, כך שאם תחנת גישה אחת משתמשת בערוץ 6, לא תהיה הפרעה רק אם תחנת גישה אחרת תבחר את ערוץ 1 או ערוץ 11. תכנון זה אינו מוזר כפי שהוא עשוי להיראות, מכיוון שאפשר גם לקלוט תחנות המשדרות יחד בערוצים חופפים כל עוד ההפרעות ההדדיות אינן חזקות יתר על המידה.

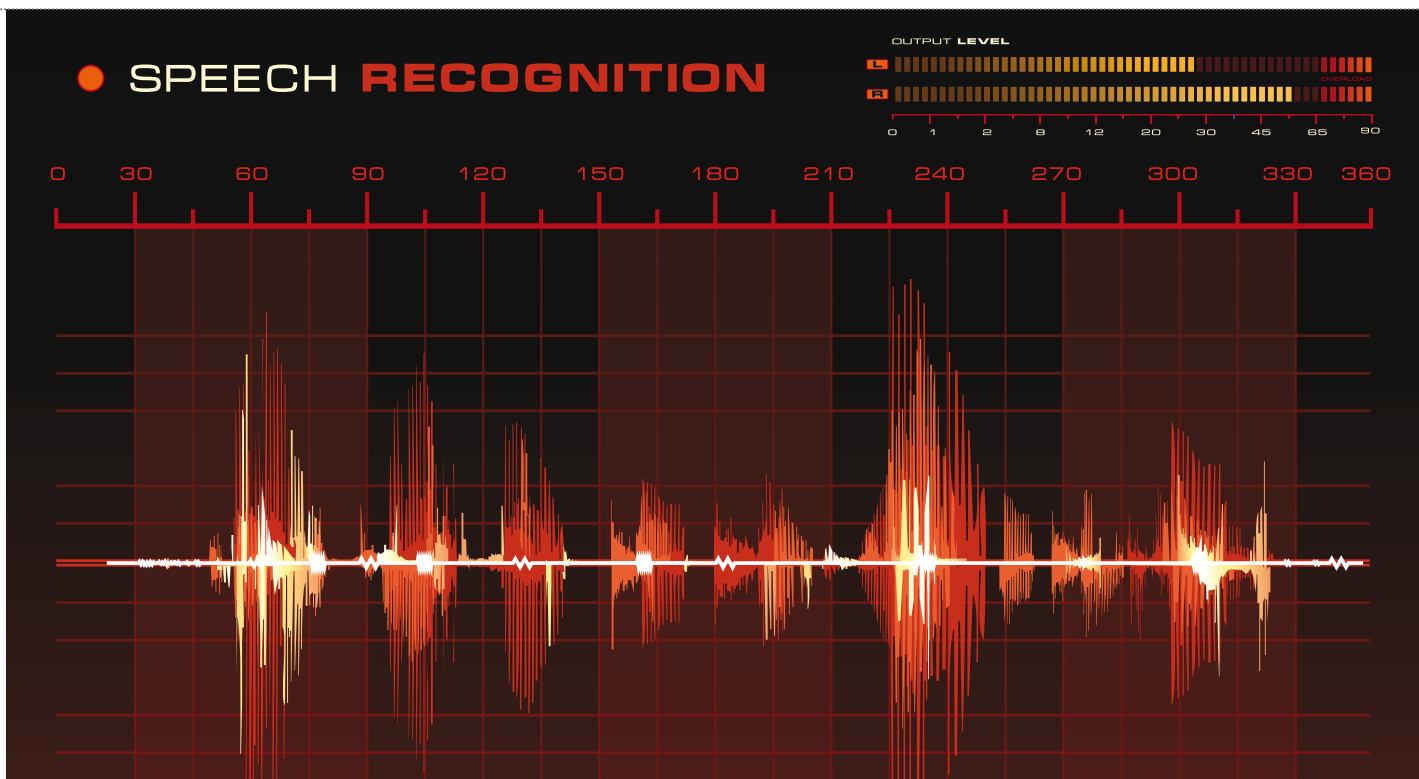
באותם תחומי תדרים שבהם משתמשות רשתות מחשבים אלחוטיות משדרים גם טלפונים אלחוטיים, משדרי שלט-רחוק בעבור מערכות נעילה למכוניות, מכשירים המשדרים בתקן Bluetooth (כמו אוזניות אלחוטיות של טלפונים סלולריים) ואפילו תנורי מיקרוגל שאינם מבודדים דיים. למרות זאת, בעיית ההפרעות אינה כה חמורה כפי שאפשר להתרשם מנתונים אלה, מכיוון שטווח השידור של רשתות מסוג זה נמדד בעשרות מטרים במרחבים פתוחים (הטווח יורד בתוך בניינים), ולמשדרים אחרים בתחום זה יש טווח דומה (טלפונים אלחוטיים) או נמוך יותר (Bluetooth), שלטים למכוניות). לכן, אף שבאזורים עירוניים סביר כי בכל דירה אפשר לקלוט כמה רשתות (לא נדיר למצוא יותר מעשר), רובן רחוקות מספיק כדי להוות הפרעה קטנה יחסית.¹ לכן בדרך



ראש מסלול תקשורת, בוחנים את הבעיה מנקודת מבט לא שגרתית: שימוש בתורת המשחקים. בהסתכלות זו, התקשורת היא משחק. כל דובר הוא שחקן המבקש להביע את דבריו בקצב הגבוה ביותר ותוך מינימום הפרעות של הדוברים האחרים.

מוקד המחקר הוא תחרות על סוג אחר של תקשורת: גלים אלקטרומגנטיים המשמשים לתקשורת אלחוטית. כמו בין דוברים אנושיים, גם בתחום זה קיימת סכנה של הפרעות. העולם המודרני מוצף בשידורים אלקטרומגנטיים מסוגים רבים, וביניהם רדיו, טלוויזיה (כיום, בעיקר לוויינית),

1. רשתות רבות מגדירות תהליך (המונח הטכני הוא "פרוטוקול") שבו העמדה המשדרת בודקת כי הערוץ אינו תפוס לפני שהשידור מתחיל. כך נוצרת חלוקת זמנים בין המשדרים השונים המשתמשים באותו ערוץ. מנגנון זה עוזר למנוע התנגשות, אך יעילותו פוחתת ככל שהתחרות על הערוץ גדלה (התנגשות עשויה להיווצר כאשר שתי תחנות המעוניינות לשדר בודקות כי הערוץ פנוי, ואז מתחילות לשדר יחד. הסיכוי לאירוע כזה גדל ככל שמספר התחנות גדל).



SHUTTERSTOCK / ASAP

הקצאת ערוצים מסמכות יחידה אינה מעשית. יש לשקול מצב שבו כל משדר יקצה לעצמו ערוץ שבו יפריע פחות ככל האפשר למה שיבחרו משדרים אחרים

השכונה שוכר יועץ שיקצה ערוץ לכל משדר כדי למזער את ההפרעות, כל הפעלה של מכשיר חדש או כיבוי של מכשיר ישן היתה מצריכה שינוי הקצאת הערוץ בעבור מכשירים רבים בסביבתו. למעשה, חלק ניכר מההפרעות נובע מרעש אלקטרומגנטי סביבתי שמשנתנה כל הזמן, כך שאותו יועץ היה נאלץ ממילא לחשב מחדש את ההקצאה כל כמה דקות כדי לשמור על אופטימליות.

לכן הייעוץ האנושי אינו מעשי, אך גם אין זה מעשי להחליף את היועץ האנושי במערכת מחשב שתקבל כל דקה את המידע מכל משדר ומקלט ותבחר בעבורם ערוצים חדשים. ראשית, מערכת הקצאה מרכזית חשופה ופגיעה לתקלות ולהתקפות מכוונות. שנית, הבתים על גבולות השכונה קולטים שידורים מהשכונה שלידם, כך שהמערכת צריכה בעצם לכסות גם שכונה זו, ולפי היגיון זה ניאליץ לכסות את הגוש העירוני כולו. לכן אנו זקוקים למערכת הקצאה מבוזרת, כלומר למערכת שפועלת בצורה עצמאית על כל משדר, ללא סמכות מרכזית, אך שואפת להגיע להקצאה טובה בעבור כל המשדרים.

כלל אין צורך במשא ומתן בין שכנים שבו יוחלט מי ישתמש באיזה ערוץ. למרות זאת, סביר כי רשתות תקשורת אלחוטיות בסביבה עירונית סובלות מהאטה מסוימת בגלל העומס הרב על תחומי התדרים שבו הן משתמשות. פגיעה זו תגדל ככל שהרשתות ייעשו נפוצות יותר, ככל שיותר מכשירים יחוברו לתקשורת אלחוטית, וככל שהטכנולוגיה תתקדם להעברת נתונים מהירה יותר (ולכן רגישה יותר להפרעות).

הקושי בהשגת שיתוף פעולה

כאשר ארגון או אדם אחד שולט בכל המשדרים בתחום תדרים מסוים, הוא יכול לתכנן הקצאה אופטימלית של תחומי תדר לכל משדר. כך, למשל, חברת תקשורת סלולרית יכולה להקצות תחומי תדרים שונים למשדרים קרובים, ולתת למשדרים הרחוקים זה מזה אותו תדר. תהליך הקצאה כזה אינו מעשי בעבור שכונה שבה מתחרים משדרים רבים באותם תדרים, כאשר לכל משפחה יש משדר אחד או יותר (רשת מחשבים, טלפונים אלחוטיים וכו'). אפילו אם היה ועד

מחקרי אוניברסיטת בר-אילן

כמשחק, שבו התשלום שישלם כל סועד תלוי בהזמנותיהם של כל הסועדים. נניח כי סועד אחד מתלבט בין שתי מנות, כאשר אחת מהן יקרה ב-50 ש"ח מהשנייה, וכי אם אותו סועד היה צריך לשלם את מלוא המחיר של המנה, אזי היה בוחר את הזולה יותר. לעומת זאת, אם הקבוצה מונה עשרה סועדים, הבחירה במנה היקרה תעלה לאותו סועד רק 5 ש"ח. בשל כך, כל הסועדים נוטים לבחור מנות יקרות יותר ממה שהיו מזמינים אם לא היו חלק מקבוצה. זוהי מסקנה משונה: הרי בסופו של דבר ישלם כל סועד לא רק 5 ש"ח נוספים על המנה היקרה שלו, אלא גם סכומים נוספים על המנות היקרות שהזמינו הסועדים האחרים. האם לא עדיף לכולם להתנהג כאילו הם משלמים את הסכום המלא על הזמנתם? מתברר שלא: תוספת התשלום על הזמנת המנה היקרה נשארת 5 ש"ח בין אם כל האחרים מזמינים מנות זולות ובין אם יקרות, כך שבכל מקרה כדאי (מבחינה חישובית/כלכלית טהורה) לבחור במנה היקרה.² בעזרת תורת המשחקים אפשר לנתח את "משחק ההזמנה במסעדה" בצורה מתמטית בעבור צירופים שונים, ולחשב בעבור כל אחד מהם מהי ההתנהגות הצפויה של הסועדים (לו נהגו בצורה קרה ושקולה).

משחק חלוקת התדרים

כדי לחפש דרך טובה יותר לשידור ללא הפרעות, הגדירו לשם זהובי את "משחק חלוקת התדרים". בגרסה פשוטה של משחק זה משתתפים שני שחקנים או יותר. לכל שחקן מותר לשדר בקצב מרבי מסוים – נאמר 100 יחידות. מגבלה זו נובעת מדרישות של הרשויות המסדירות את השימוש בתדרים הרלוונטיים. מכיוון שכל שחקן יכול לשדר בכמה ערוצי תדר שונים, עליו להחליט כמה יחידות "להשקיע" בכל ערוץ – לדוגמה, 20 יחידות בערוץ 3, 45 יחידות בערוץ 7 ו-35 בערוץ 11.

החלטותיהם של כל השחקנים קובעות את תוצאת המשחק: לדוגמה, אם שני שחקנים בחרו להשקיע את כל יחידות השידור שלהם באותו ערוץ, ההפרעה ההדדית תהיה גבוהה ורק חלק קטן משידוריהם ייקלט. בצורה כללית יותר, "חוקי המשחק" קובעים את הצלחת השידור של כל שחקן כסכום ההצלחות שלו בכל ערוץ שבו בחר לשדר. ההצלחה בכל ערוץ תלויה ברעש הרקע באותו ערוץ ובמספר היחידות שהשקיעו השחקנים האחרים באותו ערוץ ובערוצים "קרובים" (כזכור, קיימת חפיפת תדרים בין ערוצים, ולכן כאשר שחקן משדר בערוץ 5, למשל, הוא פוגע במידה מסוימת בהצלחת השידור בערוץ 6, בין אם שידור זה הוא שידור של עצמו ובין אם של

רשתות המחשבים האלחוטיות הנפוצות היום אינן כוללות בחירה מבוצרת של ערוצים, אך יש לצפות כי יכולת כזו תידרש בעתיד. מחקרים בכיוון זה כבר נערכים כיום במטרה למצוא שיטה טובה להקצאת ערוצים מבוצרת, אוטומטית, הוגנת ודינמית (כלומר הקצאה שמשתנה כאשר יש צורך בכך, עקב הוספת משדרים או כיבויים ומשינוי ברעשים הסביבתיים). הקצאה כזו היא מטרת התכנון של "רדיו קוגניטיבי", המסוגל לבחור לעצמו את ערוץ השידור המתאים ביותר בכל רגע. (כמובן שאם המשדר מחליף ערוץ שידור, על המקלט לדעת זאת. אחד מהפתרונות הוא לתכנן את המקלט שיקשיב לכל הערוצים ויחפש בהם את אות הזיהוי של המשדר המבוקש.)

משחקים ככלי לניתוח אינטראקציות

מכיוון שהקצאה מטעם סמכות יחידה, אנושית או ממוחשבת, אינה מעשית, כדאי לשקול אלטרנטיבה שבה כל משדר מקצה לעצמו בצורה עצמאית ערוץ (או מחלק את הקספק השידור בין כמה ערוצים), שבו המשדרים האחרים יפריעו לו פחות ככל האפשר. כמו שניווכח בהמשך, לשם כך עליו לבחור ערוץ שבו הוא יפריע פחות ככל האפשר לערוצים שבהם יבחרו המשדרים האחרים (אחרת הם יאלצו לשדר גם על הערוץ "שלו", לא מתוך נקמה, אלא מתוך ניסיון להצליח להעביר את המידע שלהם).

אף על פי שבחירת ערוץ השידור עצמאית, ההצלחה או הכישלון של הבחירה תלויה בהחלטותיהם העצמאיות של המשדרים האחרים. מצב כזה מוביל למחשבה על שימוש בתורת המשחקים. במשחק השחמט, ההצלחה של מסע מסוים תלויה במסע שיבחר בו השחקן היריב. לכן מסע טוב בעבור השחקן בכלים הלבנים הוא כזה שיוביל לניצחון (או לפחות לתיקו) בעבור כל מענה של השחקן בכלים השחורים, ולהפך. תורת המשחקים מרחיבה את הדיון לכל מצב שבו הרווח (או ההפסד) בעבור כל שחקן תלוי בהחלטותיהם של השחקנים האחרים ו/או בגורמים אקראיים שאינם בשליטת אף אחד מהשחקנים (כמו סדר וזהות הקלפים הנסתרים בערמת הקלפים שעל השולחן במשחק הפוקר).

בין השפעותיה הרבות של תורת המשחקים בולטות מהפכות בתיאוריה ובפרקטיקה של תחומים רבים בכלכלה – מתכנון מנגנונים המשפרים את ההגינות והרווח ממכירות פומביות במיליארדי דולרים, ועד הסבר של תופעות מוכרות לכל אחד מאיתנו. לדוגמה, כאשר כמה אנשים הולכים יחד למסעדה ומחליטים מראש כי יחלקו ביניהם בצורה שווה את החשבון, תורת המשחקים תגדיר את תהליך ההזמנה

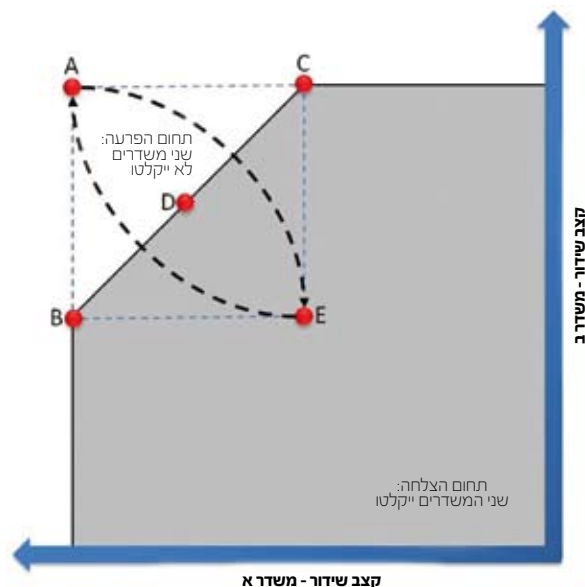
2. החיים האמיתיים מורכבים יותר, כמובן. לסועדים יש עוד שיקולים מעבר להשפעת ההזמנה על חשבון הבנק שלהם. הם עשויים להזמין מנה זולה כדי להימנע מלהכעיס את הסועדים האחרים, או אולי להיפך – להזמין מנה יקרה כדי לא להיתפס כקמצנים. עם זאת, נראה כי למרות פשטנות היתר של הניתוח המוצג כאן, הוא מצליח להבהיר חלק מהדינמיקה של החלטות וחלוקת עלויות בין חברי קבוצה.

ב נהנה מהקצב המרבי. למעשה, כל נקודה על הקו בין B ל-C היא פתרון יציב. בשפת תורת המשחקים, נקודות על קו זה הן מצבי "שיווי משקל נאש" (Nash equilibria) על שם אחד מאבות תורת המשחקים, ג'ון פורבס נאש, שחייו היו השראה לסרט "נפלאות התבונה". במצב שיווי משקל כל אחד מהשחקנים מעדיף שלא לשנות את החלטתו, מכיוון ששינוי כזה לא יגרום לו לרווח כלשהו כל עוד השחקנים האחרים אינם משנים את החלטותיהם. כך, למשל, כאשר בחירות שני השחקנים מיוצגות על-ידי נקודה D, כל הגברת קצב על-ידי אחד השחקנים תביא לאיבוד התקשורת, וכל הורדת קצב תפגע במהירות התקשורת.

האם אפשר להגיע לפתרון יציב? לפני תחילת המשחק שני השחקנים עדיין אינם משדרים, ולכן גם אינם קולטים כל שידור או הפרעה. נבחן את צעדי שחקן א. בתחילת המשחק הוא ישדר בקצב המרבי. מכיוון ששחקן ב יפעל באותה צורה, המשחק יגיע למצב המתאים לנקודה A. לכן השידור לא יצליח ושחקן א, המודד את השידור וההפרעות, ימצא כי זוהי תוצאה של שידורי שחקן ב בקצב מרבי. לכן בצעד הבא הוא יוריד את הקצב לרמה שאותה תחנת הבסיס יכולה לקלוט גם בהינתן עוצמת ההפרעה שנוצרה על-ידי שחקן א. החלטה זוהי מצדו של שחקן ב תוביל לנקודה E. שחקן א מודד שוב את ההפרעות ומחשב כי הוא יכול לעלות לקצב המרבי, מכיוון שההפרעה הנוצרת על-ידי שחקן ב אינה חזקה דיה כדי למנוע זאת. באותו רגע, מחליט כך גם שחקן ב, המשחק חוזר לנקודה A, וחוזר חלילה. בסך הכל, בחצי מהצעדים לא תתאפשר כלל קליטה, ובחצי השני ישדרו שני הערוצים ברמה הנמוכה מהרמה המרבית. זוהי תוצאה גרועה עבור שניהם: נקודה B, למשל, "מקפחת" את שחקן ב, אבל אפילו הוא יעדיף נקודה יציבה זו – שבה הוא משדר כל הזמן בקצב הנמוך אך בהצלחה – על התהליך ה"מתנדנד" שבו הוא משדר רק חצי מהזמן בקצב הנמוך, ובשאר הזמן שידוריו נכשלים.

אם בחירת השחקנים מתבצעת ב"תורות", הראשון יבחר הספק מרבי והשני ייאלץ להסתפק בהספק נמוך יותר. זהו מצב יציב (המתאים לנקודות B או C) אך הוא מקפח את אחד הצדדים.

מצב זה דומה לסיטואציה המוכרת בתורת המשחקים כ"משחק השפן" (באנגלית השם הוא "Chicken Game", הנגזר משם הגנאי המקובל לפחדו, ומכאן השם "שפן" בעברית), בהשאלה מהתחרות המטופשת שבה שני נהגים



שרטוט 1. תחרות בין שני משדרים על קצב תקשורת אל תחנת בסיס. רק בחירת קצבי שידור המתאימה לנקודות בתחום האפור תאפשר קליטה. נקודות על BC מהוות שיווי משקל: אף משדר לא ירוויח משינוי קצב השידור כל עוד המשדר השני אינו משנה את הקצב שלו. אם שני המשדרים מבצעים החלטות סימולטניות, הם "יתנדנדו" בין נקודות A (שבה השידורים נכשלים) לנקודה E (שבה השידורים אטיים יותר ממה שאפשר להשיג). נקודה D מייצגת את הפתרון שיושג על-ידי משא ומתן.

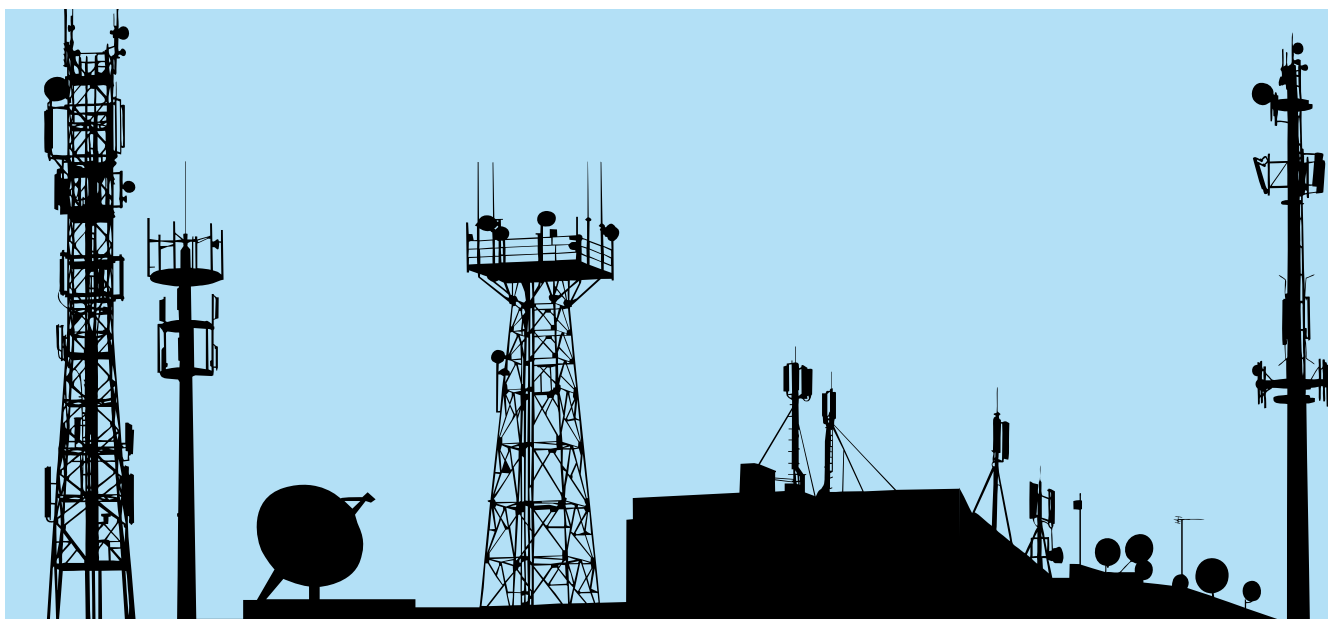
שחקן אחר).

נניח כי רעש הרקע בכל ערוץ ידוע, וכן ידועה רמת ההפרעה שיוצר כל שידור לכל שידור אחר, בתלות בקצב השידורים השונים. עדיין חסר נתון חשוב בעבור ההחלטה: איך יחלקו השחקנים האחרים את יחידות ההספק שלהם?

שפנים ואסירים

נתחיל בדוגמה שבה שני שחקנים מתחרים על שידור אל תחנת בסיס אחת. על כל אחד מהם לבחור קצב שידור. נקודות הנמצאות בשטח האפור בשרטוט 1 מייצגות צירופי קצבים המאפשרים קליטה. כפי שאפשר לראות, נקודה A, המתאימה למצב שבו שני המשדרים פועלים בקצב המרבי, אינה בתחום זה: השידורים יפריעו זה לזה ותחנת הבסיס לא תוכל לקלוט אותם. נקודה B מייצגת מצב שבו משדר א פועל בקצב המרבי בעוד משדר ב פועל בקצב נמוך יותר, ולכן השידורים מצליחים להיקלט. בנקודה C המצב הפוך: משדר

מחקרי אוניברסיטת בר-אילן



SHUTTERSTOCK | ASAP

משקל שבו שני הצדדים בוחרים אקראית בין ההחלטות על-ידי הגרלת אחת האפשרויות, בהסתברות המחושבת כך שהרווח הצפוי יהיה מרבי. זוהי דוגמה של "אסטרטגיה מעורבת" – החלטה של השחקן לפעול לפי תוצאתה של הגרלה אקראית, בניגוד ל"אסטרטגיה טהורה" שבה ההחלטה אינה אקראית. מצבים אלה מקבילים למצבים המתוארים על-ידי קו BC בשרטוט 1.

נבחן דוגמה אחרת, שבה שני שחקנים (א ו-ב) מתחרים על שני ערוצים (1 ו-2), וקיימת הפרעה ניכרת בין הערוצים – כאשר שידור בערוץ 1 מפריע לקליטת שידור אחר בערוץ 2, ולהפך. במצב כזה, כאשר שחקן א משדר אך ורק בערוץ 1, ההפרעה שהוא יוצר בערוץ 2 מגבילה את יעילות השידור של שחקן ב בערוץ 2. תחת הנחות מסוימות, החישוב המתמטי יראה כי עתה כדאי לשחקן ב לחלק את קצב השידור שלו בין שני הערוצים, ולהעביר חלק מהשידור לערוץ 1. הטבלה הבאה מציגה את יעילות השידור של כל אחד מהשחקנים בתסריט זה, בתלות בהחלטותיהם. יעילות השידור בעבור כל שחקן מופיעה בטבלה כערך מספרי בין 1 ל-5.

משחק חלוקת התדר - ערוצים עם הפרעה הדדית	
שחקן ב: שני הערוצים	שחקן א: ערוץ יחיד
שחקן א: 1 (שחקן ב מפריע)	שחקן א: 4 (מעט הפרעות)
שחקן ב: 5 (ניצול מרבי)	שחקן ב: 4 (מעט הפרעות)
שחקן א: 2 (הפרעה הדדית)	שחקן א: 5 (ניצול מרבי)
שחקן ב: 2 (הפרעה הדדית)	שחקן ב: 1 (שחקן א מפריע)

נוסעים במהירות במסלול התנגשות הדדי. אם אחד מהם "ייהל" ברגע האחרון ויסטה מהמסלול, שניהם יישארו בחיים אך הנהג שסטה מהמסלול ייחשב לפחדן ויאבד את כבודו, בעוד הנהג השני יזכה בהערכה חברתית. נניח כי אם שניהם יסטו מהמסלול שניהם לא ירוויחו ולא יפסידו, בעוד אם שניהם יתעקשו להאדיר את כבודם ולא יסטו, שניהם ייפצעו קשות (לכל הפחות).

תורת המשחקים מציעה להציג את כללי המשחק בקצרה ובפשטות בטבלה שבה מייצגים מספרים את ה"רווח" או ה"הפסד" בעבור שני הנהגים בהתאם להחלטותיהם:

"משחק השפן"	
נהג ב סוטה מהמסלול	נהג א ממשיך במסלול
נהג א: 0 (אין שינוי)	נהג א: -1 ("מפסיד כבוד")
נהג א סוטה מהמסלול	נהג ב: 0 (אין שינוי)
נהג ב: +1 ("מרוויח כבוד")	נהג ב: -10 (פגיעה קשה)
נהג א ממשיך במסלול	נהג ב: -1 ("מפסיד כבוד")
נהג א: +1 ("מרוויח כבוד")	נהג א: -10 (פגיעה קשה)

בעולם האמיתי עדיף כמובן להימנע מהמשחק. תורת המשחקים, המנתחת את הטבלה ללא התייחסות למצבם הנפשי של השחקנים, מראה כי קיימות כמה אסטרטגיות "טובות". אם ידוע כי נהג א החליט שלא לסטות, אזי נהג ב חייב לסטות מהמסלול. מצב זה מהווה שיווי משקל נאש, מכיוון ששחקן ב רק יפסיד אם לא יסטה. קיים גם מצב שיווי משקל הפוך שבו נהג א הוא ה"שפן". נוסף על כך, קיים שיווי



SHUTTERSTOCK / ASAP

גם כאשר קיימים עשרות ערוצים אפשריים לשידור, הפתרון המושג על-ידי שיטת המשא ומתן הוא כזה שבו כל משדר יבחר לשדר רק במספר קטן של ערוצים. ממצא זה מקל על המימוש ועל השגת שיתוף הפעולה

מה יעשה עכשיו שחקן א? אם שחקן ב יבחר להיות חמדן ולשדר בשני הערוצים, אזי שחקן א יצליח לשדר ביעילות 2 אם יהיה גם הוא חמדן, או ביעילות 1 אם יגביל את עצמו לערוץ יחיד. אם שחקן ב יבחר לשדר בערוץ יחיד, שחקן א יצליח לשדר ביעילות 5 אם יהיה חמדן, או ביעילות 4 אם יגביל גם הוא את עצמו לערוץ יחיד. לכן בכל מקרה עדיף להיות חמדן. שחקן ב יחשוב באותה צורה ויהיה גם הוא חמדן, ולכן שניהם יגיעו ליעילות 2. תוצאה עצובה זו, שבה שני הצדדים מגיעים בשיקול הגיוני מוצדק למצב שבו הם מרוויחים פחות מהמצב לו היו משתפים פעולה ומגיעים כל אחד ליעילות 4, מוכר היטב בתורת המשחקים, שם הוא נקרא "דילמת האסיר". דילמת האסיר מתארת שני אנשים הנחשדים בפשע, ומוצע לכל אחד מהם להודות ולהיות לעד מדינה. אם שניהם לא יודו, בידי התביעה יש די הוכחות כדי להרשיעם בעברה קלה יחסית ולכלוא אותם לשנה אחת. אם רק אחד מהם יודה הוא ישוחרר, והשני יורשע בעברה חמורה וייכלא לחמש שנים. אם שניהם יודו, הם יורשעו באותה עברה חמורה אך בזכות הודאתם ייכלאו לארבע שנים במקום חמש. גם כאן, לאסיר א עדיף להודות בכל מקרה, בין אם אסיר ב מודה ובין אם אינו מודה, ואותה מסקנה נכונה גם בעבור שותפו. כך יודו שני האסירים בעברה ויישפטו לארבע שנות מאסר, כאשר היו יכולים להחליט שלא להודות ולהשתחרר כעבור שנה. גם אם ייפגשו שני האסירים ויסיכמו שלא להודות, יש לכל אחד מהם מניע חזק שלא לעמוד בהבטחתו. יתרה מזאת: ברגע שאסיר א מבין כי מניע זה קיים בעבור אסיר ב,

מתחזק המניע של אסיר א להודות.

בניגוד לדוגמה הקודמת, שבה ההחלטה העדיפה בעבור כל שחקן תלויה בהחלטתו של השחקן האחר, בדוגמה זו ההחלטה העדיפה נכונה תמיד. גם כאן קיים מצב שיווי משקל נאש, שבו שני הצדדים יתבצרו בהחלטתם להודות (בדילמת האסיר) או לשדר בשני הערוצים (במשחק חלוקת הערוצים). בשני המקרים, שיווי המשקל אינו המצב הרצוי ביותר לשני הצדדים – המצב הרצוי היה מביא לשחרורם לאחר שנה אחת בכלא, אך אפשר להשיג מצב זה רק אם קיים אמון מוחלט בין האסירים. זוהי הדגמה מפורסמת לעובדה כי משחק עשוי להגיע, משיקולים רציונליים לחלוטין, למצב שיווי משקל שאינו טוב לאף אחד מהשחקנים.

אולי אפשר לדבר על זה?

עבודתם של לשם וזהבי מציגה חישובים מפורטים של התנאים שבהם משחק חלוקת התדרים דומה למשחק דילמת האסיר או למשחק השפן, אך חישובים אלו עדיין אינם מציעים פתרונות יעילים והוגנים כל עוד הם מתבססים על פתרונות שיווי המשקל. כפי שנוכחנו, פתרונות שיווי המשקל אכן מביאים את התועלת המרבית במצבי משחק מסוימים, אך במצב דילמת האסיר שיווי המשקל אינו מביא לתועלת המרבית, ובמצב משחק השפן התועלת המרבית עשויה להיות מושגת רק בעבור צד אחד, על חשבון הצד השני. כדי לפתור זאת פנו לשם וזהבי למאמרים אחרים של נאש, המציעים הגדרה מתמטית למשא ומתן בין הצדדים (Nash Bargaining Game).

מחקרי אוניברסיטת בר-אילן

ניתוח כאילו תחרות זו היא צורה של משא ומתן, ולבצע את החישובים המתמטיים הנדרשים כדי למצוא פתרונות הוגנים לכל הצדדים. לדוגמה, במצב הפשוט המוצג בשרטוט 1, חישובים אלה מראים כי הפתרון ההוגן מיוצג על-ידי נקודה D. רעיון המשא ומתן היה חייב לעמוד גם באתגר נוסף: במקרים רבים בכלכלה ובתורת המשחקים, הפתרון הטוב ביותר בעבור מספר רב של שחקנים שלהם חופש רב בבחירת מהלכיהם (כמו כאשר על שחקן לחלק את הספק השידור המותר לו בצורה גמישה בין עשרות ערוצים) קיים, אך חישוב הפתרון דורש זמן כה רב עד כי איננו מעשי. התוצאה המפתיעה של עבודתם של לשם וזהבי היא כי במקרה של משחק חלוקת התדרים, תורת המשחקים מאפשרת מציאת פתרון מהיר גם כאשר משאבי החישוב מוגבלים, ונדרשת חזרה על התהליך כל כמה שניות (כאמור, תמונת המצב של הערוצים, המשדרים וההפרעות משתנה בקצב מהיר). תוצאה מעודדת נוספת של המחקר היא כי הפתרונות המושגים בשיטה זו מובילים לכך שגם כאשר קיימים עשרות ערוצים אפשריים לשידור, הפתרון המושג על-ידי שיטת המשא ומתן הוא כזה שבו כל משדר יבחר לשדר רק במספר קטן של ערוצים. ממצא זה מקל על המימוש ועל השגת שיתוף הפעולה.

הרעיונות שתוארו כאן עדיין אינם ממומשים בפועל, שכן הם דורשים שינויים מרחיקי לכת בתקני התקשורת המוסכמים. בעתיד, כאשר יגדל העומס על תדרי התקשורת ותתפתח היכולת הטכנולוגית לשידור ולקליטה גמישים, יפותחו תקני תקשורת חדשים. סביר מאוד כי מפתחי תקנים וטכנולוגיות אלה ייעזרו בתורת המשחקים ובתרומותיהם של לשם וזהבי כדי ליצור תשתית יעילה והוגנת לשיתוף התדרים בין מספר הולך וגדל של משדרים. ❖

ישראל בנימיני עובד בחברת ClickSoftware בפיתוח שיטות אופטימיזציה מתקדמות.

לקריאה נוספת

מאמר על נושא זה מאת פרופ' לשם ופרופ' זהבי:
Game theory and the frequency selective interference channel – A tutorial <http://arxiv.org/abs/0903.2174>

נדגים את רעיון המשא ומתן על-ידי משחק פשוט שבו על שני שחקנים לחלק ביניהם עשרה מטבעות. לכל צד יש זכות וטו, כלומר אם אחד מהצדדים אינו מסכים להצעת הצד השני, המשחק מסתיים כאשר שניהם אינם מקבלים דבר. למשחק זה קיימות מספר רב של נקודות שיווי משקל: למשל, אם שחקן א בחר לבקש לעצמו תשעה מטבעות, ייאלץ שחקן ב לבקש מטבע אחד: כך הוא יקבל מטבע אחד, בעוד שאם יבקש יותר לא יקבל דבר. לכן לשני הצדדים אין סיבה לשנות את בחירתם (במציאות, סביר כי שחקן ב "ינקום" על-ידי כך שיסרב לקבל את ההצעה, אך לצורך הדיון כאן נניח כי השחקנים מונעים רק על-ידי הסכום שהם מקבלים, ללא השוואה לסכום שקיבל היריב וללא תחושות של אי צדק ו"תמונת נפשי"). נאש הוכיח כי תחת אקסיומות מסוימות, משא ומתן עשוי להשיג תועלת גבוהה בצורה הוגנת: לשם כך יש למצוא את "נקודת אי ההסכמה" – המצב שאליו יגיע המשחק אם ייכשל המשא ומתן. בדוגמה שלנו, במצב זה הרווח בעבור כל אחד מהשחקנים הוא אפס. עתה יש למצוא את הנקודה שבה מתקבלת תוצאה מקסימלית ממכפלת הרווחים של שני השחקנים (ליתר דיוק, מכפלת הפרשי הרווחים מהרווח המתקבל בנקודת אי ההסכמה). קל לראות שבמשחק פשוט זה, המכפלה המקסימלית מושגת כאשר כל שחקן יבקש חמישה מטבעות.

למעשה, ההגדרה המתמטית אינה דורשת תהליך של הצעות והצעות נגד כמקובל במשא ומתן רגיל: די בכך שכל צד יכיר את טבלאות הרווח וההפסד של הצד השני, ושכל צד יסכים להפעיל אותו תהליך חישובי כדי למצוא את תוצאת המשא ומתן הטובה ביותר. הכרת הטבלאות ותהליך ההחלטה מאפשרים לכל שחקן לחשב את תגובת השחקנים האחרים לכל הצעה, בלי כל צורך בתקשורת בין השחקנים. עם זאת, בדרך כלל יהיה צורך בתקשורת, אם כי מועטה, כדי להגיע למצב שבו כל השחקנים מכירים את תוכן הטבלאות. מי מבטיח כי הצדדים יעמדו במחויבותם לבצע את ההחלטה שעליה הוסכם במשא ומתן? בדילמת האסיר, כפי שהוצגה כאן, אין הבטחה כזו.³ עם זאת, אם השחקנים הם מערכות ממוחשבות, אפשר להבטיח כי הם יפעלו לפי תוכנה שהוגדרה מראש. תוכנה זו יכולה להכיל בתוכה את מנגנוני המשא ומתן שתיארו לשם וזהבי, וכך נוכל להיות בטוחים כי המשדרים המופעלים על-ידי התוכנה יהיו אמינים ולא "ירמו".⁴ כדי להשתמש ברעיונות אלה, היה על לשם וזהבי להגדיר את בעיית התחרות על ערוצי השידור בצורה שתאפשר

3. אפשר להתקרב ליצירת מחויבות כזו ב"דילמת האסיר החוזרת על עצמה" (Iterated Prisoner's Dilemma) – כאשר מו"מ מתבצע שוב ושוב בין אותם שני שחקנים, אפשר ליצור מצב שבו שחקנים העומדים בהבטחותיהם ירוויחו יותר מאלה המרמים מפעם לפעם, שכן המרמים ירומו בתור הבא, בעוד אלה העומדים במילתם ימשיכו להרוויח בתורות הבאים.

4. ומה אם מישהו ישנה את התוכנה של המשדר שלו כדי לשדר בחמדות ולנצל את "תמימותם" של המשדרים האחרים? סביר להניח כי אפשר לכתוב את התוכנה של משדרים "תמימים" לגלות התנהגות כזו ולהגיב עליה בצורה חמדנית, כך ששינוי התוכנה לא יוביל לרווח כלשהו.